



OP-072AB-21

CÓD: 7908403503605

SEFAZ

SECRETARIA DA FAZENDA DO ESTADO DO PIAUÍ

Comum aos Cargos de Ensino Superior:
*Analista em Banco de Dados, Analista em
Desenvolvimento de Sistemas e Analista
em Infraestrutura de Redes e
Comunicação*

EDITAL Nº 01, DE 9 DE ABRIL DE 2021

Língua Portuguesa

1. Compreensão e interpretação de textos em diversos gêneros.	01
2. Reconhecimento de tipos e gêneros textuais.	01
3. Domínio dos mecanismos de coesão textual. Emprego/recurso de elementos de referência. Emprego/recurso da repetição, substituição e variação lexical. Emprego/recurso de conectores e outros elementos de sequenciação textual.	02
4. Emprego da acentuação gráfica.	02
5. Emprego/correlação de tempos e modos verbais.	03
6. Domínio da estrutura morfossintática do período. Relações de coordenação entre orações e entre termos da oração. Relações de subordinação entre orações e entre termos da oração.	09
7. Emprego dos sinais de pontuação.	11
8. Concordância verbal e nominal.	12
9. Regência verbal e nominal.	14
10. Emprego do sinal indicativo de crase.	15
11. Colocação dos pronomes átonos.	16
12. Reescritura de frases e parágrafos do texto.	16
13. Substituição de palavras ou de trechos de texto.	17
14. Retextualização de diferentes gêneros e níveis de formalidade.	19

Raciocínio Lógico - Quantitativo

1. Estruturas lógicas. Lógica de argumentação. Diagramas lógicos.	01
2. Álgebra linear.	23
3. Probabilidades. Combinações.	37

MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. Juros simples. Montante e juros. Taxa real e taxa efetiva. Taxas equivalentes. Capitais equivalentes. Juros compostos. Montante e juros. Taxa real e taxa efetiva. Taxas equivalentes. Capitais equivalentes. Capitalização contínua. Descontos: simples, composto. Desconto racional e desconto comercial. Amortizações. Sistema francês. Sistema de amortização constante. Sistema misto. Fluxo de caixa. Valor atual. Taxa interna de retorno	01
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

LÍNGUA PORTUGUESA

1. Compreensão e interpretação de textos em diversos gêneros.	01
2. Reconhecimento de tipos e gêneros textuais.	01
3. Domínio dos mecanismos de coesão textual. Emprego/recurso de elementos de referenciação. Emprego/recurso da repetição, substituição e variação lexical. Emprego/recurso de conectores e outros elementos de sequenciação textual.	02
4. Emprego da acentuação gráfica.	02
5. Emprego/correlação de tempos e modos verbais.	03
6. Domínio da estrutura morfosintática do período. Relações de coordenação entre orações e entre termos da oração. Relações de subordinação entre orações e entre termos da oração.	09
7. Emprego dos sinais de pontuação.	11
8. Concordância verbal e nominal.	12
9. Regência verbal e nominal.	14
10. Emprego do sinal indicativo de crase.	15
11. Colocação dos pronomes átonos.	16
12. Reescritura de frases e parágrafos do texto.	16
13. Substituição de palavras ou de trechos de texto.	17
14. Retextualização de diferentes gêneros e níveis de formalidade.	19

COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS EM DIVERSOS GÊNEROS

Compreender e interpretar textos é essencial para que o objetivo de comunicação seja alcançado satisfatoriamente. Com isso, é importante saber diferenciar os dois conceitos. Vale lembrar que o texto pode ser verbal ou não-verbal, desde que tenha um sentido completo.

A **compreensão** se relaciona ao entendimento de um texto e de sua proposta comunicativa, decodificando a mensagem explícita. Só depois de compreender o texto que é possível fazer a sua interpretação.

A **interpretação** são as conclusões que chegamos a partir do conteúdo do texto, isto é, ela se encontra para além daquilo que está escrito ou mostrado. Assim, podemos dizer que a interpretação é subjetiva, contando com o conhecimento prévio e do repertório do leitor.

Dessa maneira, para compreender e interpretar bem um texto, é necessário fazer a decodificação de códigos linguísticos e/ou visuais, isto é, identificar figuras de linguagem, reconhecer o sentido de conjunções e preposições, por exemplo, bem como identificar expressões, gestos e cores quando se trata de imagens.

Dicas práticas

1. Faça um resumo (pode ser uma palavra, uma frase, um conceito) sobre o assunto e os argumentos apresentados em cada parágrafo, tentando traçar a linha de raciocínio do texto. Se possível, adicione também pensamentos e inferências próprias às anotações.

2. Tenha sempre um dicionário ou uma ferramenta de busca por perto, para poder procurar o significado de palavras desconhecidas.

3. Fique atento aos detalhes oferecidos pelo texto: dados, fonte de referências e datas.

4. Sublinhe as informações importantes, separando fatos de opiniões.

5. Perceba o enunciado das questões. De um modo geral, questões que esperam **compreensão do texto** aparecem com as seguintes expressões: *o autor afirma/sugere que...; segundo o texto...; de acordo com o autor...* Já as questões que esperam **interpretação do texto** aparecem com as seguintes expressões: *conclui-se do texto que...; o texto permite deduzir que...; qual é a intenção do autor quando afirma que...*

RECONHECIMENTO DE TIPOS E GÊNEROS TEXTUAIS

TIPOLOGIA E GÊNEROS TEXTUAIS

A partir da estrutura linguística, da função social e da finalidade de um texto, é possível identificar a qual tipo e gênero ele pertence. Antes, é preciso entender a diferença entre essas duas classificações.

Tipos textuais

A tipologia textual se classifica a partir da estrutura e da finalidade do texto, ou seja, está relacionada ao modo como o texto se apresenta. A partir de sua função, é possível estabelecer um padrão específico para se fazer a enunciação.

Veja, no quadro abaixo, os principais tipos e suas características:

TEXTO NARRATIVO	Apresenta um enredo, com ações e relações entre personagens, que ocorre em determinados espaço e tempo. É contado por um narrador, e se estrutura da seguinte maneira: apresentação > desenvolvimento > clímax > desfecho
TEXTO DISSERTATIVO-ARGUMENTATIVO	Tem o objetivo de defender determinado ponto de vista, persuadindo o leitor a partir do uso de argumentos sólidos. Sua estrutura comum é: introdução > desenvolvimento > conclusão.
TEXTO EXPOSITIVO	Procura expor ideias, sem a necessidade de defender algum ponto de vista. Para isso, usa-se comparações, informações, definições, conceitualizações etc. A estrutura segue a do texto dissertativo-argumentativo.
TEXTO DESCRITIVO	Expõe acontecimentos, lugares, pessoas, de modo que sua finalidade é descrever, ou seja, caracterizar algo ou alguém. Com isso, é um texto rico em adjetivos e em verbos de ligação.
TEXTO INJUNTIVO	Oferece instruções, com o objetivo de orientar o leitor. Sua maior característica são os verbos no modo imperativo.

Gêneros textuais

A classificação dos gêneros textuais se dá a partir do reconhecimento de certos padrões estruturais que se constituem a partir da função social do texto. No entanto, sua estrutura e seu estilo não são tão limitados e definidos como ocorre na tipologia textual, podendo se apresentar com uma grande diversidade. Além disso, o padrão também pode sofrer modificações ao longo do tempo, assim como a própria língua e a comunicação, no geral.

Alguns exemplos de gêneros textuais:

- Artigo
- Bilhete
- Bula
- Carta
- Conto
- Crônica
- E-mail
- Lista
- Manual
- Notícia
- Poema
- Propaganda
- Receita culinária
- Resenha
- Seminário

Vale lembrar que é comum enquadrar os gêneros textuais em determinados tipos textuais. No entanto, nada impede que um texto literário seja feito com a estruturação de uma receita culinária, por exemplo. Então, fique atento quanto às características, à finalidade e à função social de cada texto analisado.

DOMÍNIO DOS MECANISMOS DE COESÃO TEXTUAL. EMPREGO/RECURSO DE ELEMENTOS DE REFERENCIAÇÃO. EMPREGO/RECURSO DA REPETIÇÃO, SUBSTITUIÇÃO E VARIAÇÃO LEXICAL. EMPREGO/RECURSO DE CONECTORES E OUTROS ELEMENTOS DE SEQUENCIAÇÃO TEXTUAL

A coerência e a coesão são essenciais na escrita e na interpretação de textos. Ambos se referem à relação adequada entre os componentes do texto, de modo que são independentes entre si. Isso quer dizer que um texto pode estar coeso, porém incoerente, e vice-versa.

Enquanto a coesão tem foco nas questões gramaticais, ou seja, ligação entre palavras, frases e parágrafos, a coerência diz respeito ao conteúdo, isto é, uma sequência lógica entre as ideias.

Coesão

A coesão textual ocorre, normalmente, por meio do uso de **conectivos** (preposições, conjunções, advérbios). Ela pode ser obtida a partir da **anáfora** (retoma um componente) e da **catáfora** (antecipa um componente).

Confira, então, as principais regras que garantem a coesão textual:

REGRA	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLOS
REFERÊNCIA	Pessoal (uso de pronomes pessoais ou possessivos) – anafórica Demonstrativa (uso de pronomes demonstrativos e advérbios) – catáfora Comparativa (uso de comparações por semelhanças)	João e Maria são crianças. <i>Eles</i> são irmãos. Fiz todas as tarefas, exceto <i>esta</i> : colonização africana. Mais um ano <i>igual aos</i> outros...
SUBSTITUIÇÃO	Substituição de um termo por outro, para evitar repetição	Maria está triste. A <i>menina</i> está cansada de ficar em casa.
ELIPSE	Omissão de um termo	No quarto, apenas quatro ou cinco convidados. (omissão do verbo “haver”)
CONJUNÇÃO	Conexão entre duas orações, estabelecendo relação entre elas	Eu queria ir ao cinema, <i>mas</i> estamos de quarentena.
COESÃO LEXICAL	Utilização de sinônimos, hiperônimos, nomes genéricos ou palavras que possuem sentido aproximado e pertencente a um mesmo grupo lexical.	A minha <i>casa</i> é clara. Os <i>quartos</i> , a <i>sala</i> e a <i>cozinha</i> têm janelas grandes.

Coerência

Nesse caso, é importante conferir se a mensagem e a conexão de ideias fazem sentido, e seguem uma linha clara de raciocínio.

Existem alguns conceitos básicos que ajudam a garantir a coerência. Veja quais são os principais princípios para um texto coerente:

- **Princípio da não contradição:** não deve haver ideias contraditórias em diferentes partes do texto.
- **Princípio da não tautologia:** a ideia não deve estar redundante, ainda que seja expressa com palavras diferentes.
- **Princípio da relevância:** as ideias devem se relacionar entre si, não sendo fragmentadas nem sem propósito para a argumentação.
- **Princípio da continuidade temática:** é preciso que o assunto tenha um seguimento em relação ao assunto tratado.
- **Princípio da progressão semântica:** inserir informações novas, que sejam ordenadas de maneira adequada em relação à progressão de ideias.

de ideias.

Para atender a todos os princípios, alguns fatores são recomendáveis para garantir a coerência textual, como amplo **conhecimento de mundo**, isto é, a bagagem de informações que adquirimos ao longo da vida; **inferências** acerca do conhecimento de mundo do leitor; e **informatividade**, ou seja, conhecimentos ricos, interessantes e pouco previsíveis.

EMPREGO DA ACENTUAÇÃO GRÁFICA

A acentuação é uma das principais questões relacionadas à Ortografia Oficial, que merece um capítulo a parte. Os acentos utilizados no português são: **acento agudo** (´); **acento grave** (`); **acento circunflexo** (^); **cedilha** (,) e **til** (~).

Depois da reforma do Acordo Ortográfico, a **trema** foi excluída, de modo que ela só é utilizada na grafia de nomes e suas derivações (ex: Müller, mülleriano).

Esses são sinais gráficos que servem para modificar o som de alguma letra, sendo importantes para marcar a sonoridade e a intensidade das sílabas, e para diferenciar palavras que possuem a escrita semelhante.

A sílaba mais intensa da palavra é denominada **sílaba tônica**. A palavra pode ser classificada a partir da localização da sílaba tônica, como mostrado abaixo:

- **OXÍTONA:** a última sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: café)
- **PAROXÍTONA:** a penúltima sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: automóvel)
- **PROPÁROXÍTONA:** a antepenúltima sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: lâmpada)

LÍNGUA PORTUGUESA

As demais sílabas, pronunciadas de maneira mais sutil, são denominadas **sílabas átonas**.

Regras fundamentais

CLASSIFICAÇÃO	REGRAS	EXEMPLOS
OXÍTONAS	<ul style="list-style-type: none"> terminadas em A, E, O, EM, seguidas ou não do plural seguidas de -LO, -LA, -LOS, -LAS 	cipó(s), pé(s), armazém respeitá-la, compô-lo, comprometê-los
PAROXÍTONAS	<ul style="list-style-type: none"> terminadas em I, IS, US, UM, UNS, L, N, X, PS, Ã, ÃS, ÃO, ÃOS ditongo oral, crescente ou decrescente, seguido ou não do plural (OBS: Os ditongos “EI” e “OI” perderam o acento com o Novo Acordo Ortográfico) 	táxi, lápis, vírus, fórum, cadáver, tórax, bíceps, ímã, órfão, órgãos, água, mágoa, pônei, ideia, geleia, paranoico, heroico
PROPAROXÍTONAS	<ul style="list-style-type: none"> todas são acentuadas 	cólica, analítico, jurídico, hipérbole, último, álibi

Regras especiais

REGRA	EXEMPLOS
Acentua-se quando “I” e “U” tônicos formarem hiato com a vogal anterior, acompanhados ou não de “S”, desde que não sejam seguidos por “NH” OBS: Não serão mais acentuados “I” e “U” tônicos formando hiato quando vierem depois de ditongo	saída, faísca, baú, país feitura, Bocaiuva, Sauipe
Acentua-se a 3ª pessoa do plural do presente do indicativo dos verbos “TER” e “VIR” e seus compostos	têm, obtêm, contêm, vêm
Não são acentuados hiatos “OO” e “EE”	leem, voo, enjoo
Não são acentuadas palavras homógrafas OBS: A forma verbal “PÔDE” é uma exceção	pelo, pera, para

EMPREGO/CORRELAÇÃO DE TEMPOS E MODOS VERBAIS

Para entender sobre a estrutura das funções sintáticas, é preciso conhecer as classes de palavras, também conhecidas por classes morfológicas. A gramática tradicional pressupõe 10 classes gramaticais de palavras, sendo elas: adjetivo, advérbio, artigo, conjunção, interjeição, numeral, pronome, preposição, substantivo e verbo.

Veja, a seguir, as características principais de cada uma delas.

CLASSE	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLOS
ADJETIVO	Expressar características, qualidades ou estado dos seres Sofre variação em número, gênero e grau	Menina <i>inteligente</i> ... Roupa <i>azul-marinho</i> ... Brincadeira <i>de criança</i> ... Povo <i>brasileiro</i> ...
ADVÉRBIO	Indica circunstância em que ocorre o fato verbal Não sofre variação	A ajuda chegou <i>tarde</i> . A mulher trabalha <i>muito</i> . Ele dirigia <i>mal</i> .
ARTIGO	Determina os substantivos (de modo definido ou indefinido) Varia em gênero e número	A galinha botou <i>um</i> ovo. <i>Uma</i> menina deixou <i>a</i> mochila no ônibus.
CONJUNÇÃO	Liga ideias e sentenças (conhecida também como conectivos) Não sofre variação	Não gosto de refrigerante <i>nem</i> de pizza. Eu vou para a praia <i>ou</i> para a cachoeira?
INTERJEIÇÃO	Exprime reações emotivas e sentimentos Não sofre variação	<i>Ah!</i> Que calor... Escapei por pouco, <i>ufa!</i>
NUMERAL	Atribui quantidade e indica posição em alguma sequência Varia em gênero e número	Gostei muito do <i>primeiro</i> dia de aula. <i>Três</i> é a <i>metade</i> de seis.
PRONOME	Acompanha, substitui ou faz referência ao substantivo Varia em gênero e número	Posso <i>ajudar</i> , senhora? <i>Ela me</i> ajudou muito com o <i>meu</i> trabalho. <i>Esta</i> é a casa <i>onde</i> eu moro. <i>Que</i> dia é hoje?

PREPOSIÇÃO	Relaciona dois termos de uma mesma oração Não sofre variação	Espero <i>por</i> você essa noite. Lucas gosta <i>de</i> tocar violão.
SUBSTANTIVO	Nomeia objetos, pessoas, animais, alimentos, lugares etc. Flexionam em gênero, número e grau.	A <i>menina</i> jogou sua <i>boneca</i> no <i>rio</i> . A <i>matilha</i> tinha muita <i>coragem</i> .
VERBO	Indica ação, estado ou fenômenos da natureza Sofre variação de acordo com suas flexões de modo, tempo, número, pessoa e voz. Verbos não significativos são chamados verbos de ligação	Ana se <i>exercita</i> pela manhã. Todos <i>parecem</i> meio bobos. <i>Chove</i> muito em Manaus. A cidade <i>é</i> muito bonita quando vista do alto.

Substantivo

Tipos de substantivos

Os substantivos podem ter diferentes classificações, de acordo com os conceitos apresentados abaixo:

- **Comum:** usado para nomear seres e objetos generalizados. *Ex: mulher; gato; cidade...*
- **Próprio:** geralmente escrito com letra maiúscula, serve para especificar e particularizar. *Ex: Maria; Garfield; Belo Horizonte...*
- **Coletivo:** é um nome no singular que expressa ideia de plural, para designar grupos e conjuntos de seres ou objetos de uma mesma espécie. *Ex: matilha; enxame; cardume...*
- **Concreto:** nomeia algo que existe de modo independente de outro ser (objetos, pessoas, animais, lugares etc.). *Ex: menina; cachorro; praça...*
- **Abstrato:** depende de um ser concreto para existir, designando sentimentos, estados, qualidades, ações etc. *Ex: saudade; sede; imaginação...*
- **Primitivo:** substantivo que dá origem a outras palavras. *Ex: livro; água; noite...*
- **Derivado:** formado a partir de outra(s) palavra(s). *Ex: pedreiro; livraria; noturno...*
- **Simplex:** nomes formados por apenas uma palavra (um radical). *Ex: casa; pessoa; cheiro...*
- **Composto:** nomes formados por mais de uma palavra (mais de um radical). *Ex: passatempo; guarda-roupa; girassol...*

Flexão de gênero

Na língua portuguesa, todo substantivo é flexionado em um dos dois gêneros possíveis: **feminino** e **masculino**.

O **substantivo biforme** é aquele que flexiona entre masculino e feminino, mudando a desinência de gênero, isto é, geralmente o final da palavra sendo **-o** ou **-a**, respectivamente (*Ex: menino / menina*). Há, ainda, os que se diferenciam por meio da pronúncia / acentuação (*Ex: avô / avó*), e aqueles em que há ausência ou presença de desinência (*Ex: irmão / irmã; cantor / cantora*).

O **substantivo uniforme** é aquele que possui apenas uma forma, independente do gênero, podendo ser diferenciados quanto ao gênero a partir da flexão de gênero no artigo ou adjetivo que o acompanha (*Ex: a cadeira / o poste*). Pode ser classificado em **epiceno** (refere-se aos animais), **sobrecomum** (refere-se a pessoas) e **comum de dois gêneros** (identificado por meio do artigo).

É preciso ficar atento à **mudança semântica** que ocorre com alguns substantivos quando usados no masculino ou no feminino, trazendo alguma especificidade em relação a ele. No exemplo *o fruto X a fruta* temos significados diferentes: o primeiro diz respeito ao órgão que protege a semente dos alimentos, enquanto o segundo é o termo popular para um tipo específico de fruto.

Flexão de número

No português, é possível que o substantivo esteja no **singular**, usado para designar apenas uma única coisa, pessoa, lugar (*Ex: bola; escada; casa*) ou no **plural**, usado para designar maiores quantidades (*Ex: bolas; escadas; casas*) — sendo este último representado, geralmente, com o acréscimo da letra **S** ao final da palavra.

Há, também, casos em que o substantivo não se altera, de modo que o plural ou singular devem estar marcados a partir do contexto, pelo uso do artigo adequado (*Ex: o lápis / os lápis*).

Variação de grau

Usada para marcar diferença na grandeza de um determinado substantivo, a variação de grau pode ser classificada em **augmentativo** e **diminutivo**.

Quando acompanhados de um substantivo que indica grandeza ou pequenez, é considerado **analítico** (*Ex: menino grande / menino pequeno*).

Quando acrescentados sufixos indicadores de aumento ou diminuição, é considerado **sintético** (*Ex: menino / menininho*).

Novo Acordo Ortográfico

De acordo com o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa, as **letras maiúsculas** devem ser usadas em nomes próprios de pessoas, lugares (cidades, estados, países, rios), animais, acidentes geográficos, instituições, entidades, nomes astronômicos, de festas e festividades, em títulos de periódicos e em siglas, símbolos ou abreviaturas.

Já as **letras minúsculas** podem ser usadas em dias de semana, meses, estações do ano e em pontos cardeais.

Existem, ainda, casos em que o **uso de maiúscula ou minúscula é facultativo**, como em título de livros, nomes de áreas do saber, disciplinas e matérias, palavras ligadas a alguma religião e em palavras de categorização.

Adjetivo

Os adjetivos podem ser simples (*vermelho*) ou compostos (*mal-educado*); primitivos (*alegre*) ou derivados (*tristonho*). Eles podem flexionar entre o feminino (*estudiosa*) e o masculino (*engraçado*), e o singular (*bonito*) e o plural (*bonitos*).

Há, também, os adjetivos pátrios ou gentílicos, sendo aqueles que indicam o local de origem de uma pessoa, ou seja, sua nacionalidade (*brasileiro; mineiro*).

É possível, ainda, que existam locuções adjetivas, isto é, conjunto de duas ou mais palavras usadas para caracterizar o substantivo. São formadas, em sua maioria, pela preposição *DE* + substantivo:

- *de criança* = infantil
- *de mãe* = maternal
- *de cabelo* = capilar

Variação de grau

Os adjetivos podem se encontrar em grau normal (sem ênfases), ou com intensidade, classificando-se entre comparativo e superlativo.

- Normal: A Bruna é inteligente.
- Comparativo de superioridade: A Bruna é *mais* inteligente *que* o Lucas.
- Comparativo de inferioridade: O Gustavo é *menos* inteligente *que* a Bruna.
- Comparativo de igualdade: A Bruna é *tão* inteligente *quanto* a Maria.
- Superlativo relativo de superioridade: A Bruna é *a mais* inteligente da turma.
- Superlativo relativo de inferioridade: O Gustavo é *o menos* inteligente da turma.
- Superlativo absoluto analítico: A Bruna é *muito* inteligente.
- Superlativo absoluto sintético: A Bruna é *intelligentíssima*.

Adjetivos de relação

São chamados adjetivos de relação aqueles que não podem sofrer variação de grau, uma vez que possui valor semântico objetivo, isto é, não depende de uma impressão pessoal (subjativa). Além disso, eles aparecem após o substantivo, sendo formados por sufixação de um substantivo (*Ex: vinho do Chile = vinho chileno*).

Advérbio

Os advérbios são palavras que modificam um verbo, um adjetivo ou um outro advérbio. Eles se classificam de acordo com a tabela abaixo:

CLASSIFICAÇÃO	ADVÉRBIOS	LOCUÇÕES ADVERBIAIS
DE MODO	<i>bem; mal; assim; melhor; depressa</i>	<i>ao contrário; em detalhes</i>
DE TEMPO	<i>ontem; sempre; afinal; já; agora; doravante; primeiramente</i>	<i>logo mais; em breve; mais tarde, nunca mais, de noite</i>
DE LUGAR	<i>aqui; acima; embaixo; longe; fora; embaixo; ali</i>	<i>Ao redor de; em frente a; à esquerda; por perto</i>
DE INTENSIDADE	<i>muito; tão; demasiado; imenso; tanto; nada</i>	<i>em excesso; de todos; muito menos</i>
DE AFIRMAÇÃO	<i>sim, indubitavelmente; certo; decerto; deveras</i>	<i>com certeza; de fato; sem dúvidas</i>
DE NEGAÇÃO	<i>não; nunca; jamais; tampouco; nem</i>	<i>nunca mais; de modo algum; de jeito nenhum</i>
DE DÚVIDA	<i>Possivelmente; acaso; será; talvez; quiçá</i>	<i>Quem sabe</i>

Advérbios interrogativos

São os advérbios ou locuções adverbiais utilizadas para introduzir perguntas, podendo expressar circunstâncias de:

- Lugar: *onde, aonde, de onde*
- Tempo: *quando*
- Modo: *como*
- Causa: *por que, por quê*

Grau do advérbio

Os advérbios podem ser comparativos ou superlativos.

- Comparativo de igualdade: *tão/tanto* + advérbio + *quanto*
- Comparativo de superioridade: *mais* + advérbio + *(do) que*
- Comparativo de inferioridade: *menos* + advérbio + *(do) que*
- Superlativo analítico: *muito cedo*
- Superlativo sintético: *cedíssimo*

Curiosidades

Na **linguagem coloquial**, algumas variações do superlativo são aceitas, como o diminutivo (*cedinho*), o aumentativo (*cedão*) e o uso de alguns prefixos (*supercedo*).

Existem advérbios que exprimem ideia de **exclusão** (*somente; salvo; exclusivamente; apenas*), **inclusão** (*também; ainda; mesmo*) e **ordem** (*ultimamente; depois; primeiramente*).

Alguns advérbios, além de algumas preposições, aparecem sendo usados como uma **palavra denotativa**, acrescentando um sentido próprio ao enunciado, podendo ser elas de **inclusão** (*até, mesmo, inclusive*); de **exclusão** (*apenas, senão, salvo*); de **designação** (*eis*); de **realce** (*cá, lá, só, é que*); de **retificação** (*aliás, ou melhor, isto é*) e de **situação** (*afinal, agora, então, e aí*).

1. Estruturas lógicas. Lógica de argumentação. Diagramas lógicos.	01
2. Álgebra linear.	23
3. Probabilidades. Combinações.	37

**ESTRUTURAS LÓGICAS. LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO.
DIAGRAMAS LÓGICOS**

RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO

Este tipo de raciocínio testa sua habilidade de resolver problemas matemáticos, e é uma forma de medir seu domínio das diferentes áreas do estudo da Matemática: Aritmética, Álgebra, leitura de tabelas e gráficos, Probabilidade e Geometria etc. Essa parte consiste nos seguintes conteúdos:

- Operação com conjuntos.
- Cálculos com porcentagens.
- Raciocínio lógico envolvendo problemas aritméticos, geométricos e matriciais.
- Geometria básica.
- Álgebra básica e sistemas lineares.
- Calendários.
- Numeração.
- Razões Especiais.
- Análise Combinatória e Probabilidade.
- Progressões Aritmética e Geométrica.

RACIOCÍNIO LÓGICO DEDUTIVO

Este tipo de raciocínio está relacionado ao conteúdo Lógica de Argumentação.

ORIENTAÇÕES ESPACIAL E TEMPORAL

O raciocínio lógico espacial ou orientação espacial envolvem figuras, dados e palitos. O raciocínio lógico temporal ou orientação temporal envolve datas, calendário, ou seja, envolve o tempo.

O mais importante é praticar o máximo de questões que envolvam os conteúdos:

- Lógica sequencial
- Calendários

RACIOCÍNIO VERBAL

Avalia a capacidade de interpretar informação escrita e tirar conclusões lógicas.

Uma avaliação de raciocínio verbal é um tipo de análise de habilidade ou aptidão, que pode ser aplicada ao se candidatar a uma vaga. Raciocínio verbal é parte da capacidade cognitiva ou inteligência geral; é a percepção, aquisição, organização e aplicação do conhecimento por meio da linguagem.

Nos testes de raciocínio verbal, geralmente você recebe um trecho com informações e precisa avaliar um conjunto de afirmações, selecionando uma das possíveis respostas:

- A – Verdadeiro (A afirmação é uma consequência lógica das informações ou opiniões contidas no trecho)
- B – Falso (A afirmação é logicamente falsa, consideradas as informações ou opiniões contidas no trecho)
- C – Impossível dizer (Impossível determinar se a afirmação é verdadeira ou falsa sem mais informações)

ESTRUTURAS LÓGICAS

Precisamos antes de tudo compreender o que são proposições. Chama-se proposição toda sentença declarativa à qual podemos atribuir um dos valores lógicos: verdadeiro ou falso, nunca ambos. Trata-se, portanto, de uma sentença fechada.

Elas podem ser:

- **Sentença aberta:** quando não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso para ela (ou valorar a proposição!), portanto, não é considerada frase lógica. São consideradas sentenças abertas:
 - Frases interrogativas: Quando será prova? - Estudou ontem?
 - Fez Sol ontem?
 - Frases exclamativas: Gol! – Que maravilhoso!
 - Frase imperativas: Estude e leia com atenção. – Desligue a televisão.
 - Frases sem sentido lógico (expressões vagas, paradoxais, ambíguas, ...): “esta frase é falsa” (expressão paradoxal) – O cachorro do meu vizinho morreu (expressão ambígua) – $2 + 5 + 1$

- **Sentença fechada:** quando a proposição admitir um ÚNICO valor lógico, seja ele verdadeiro ou falso, nesse caso, será considerada uma frase, proposição ou sentença lógica.

Proposições simples e compostas

- **Proposições simples** (ou atômicas): aquela que **NÃO** contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. As proposições simples são designadas pelas letras latinas minúsculas p, q, r, s..., chamadas letras proposicionais.

- **Proposições compostas** (ou moleculares ou estruturas lógicas): aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições simples. As proposições compostas são designadas pelas letras latinas maiúsculas P, Q, R, R..., também chamadas letras proposicionais.

ATENÇÃO: TODAS as **proposições compostas são formadas por duas proposições simples.**

Proposições Compostas – Conectivos

As proposições compostas são formadas por proposições simples ligadas por conectivos, aos quais formam um valor lógico, que podemos vê na tabela a seguir:

OPERAÇÃO	CONECTIVO	ESTRUTURA LÓGICA	TABELA VERDADE															
Negação	~	Não p	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>~p</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	~p	V	F	F	V									
p	~p																	
V	F																	
F	V																	
Conjunção	^	p e q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>p ^ q</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	p ^ q	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F
p	q	p ^ q																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	F																
F	F	F																
Disjunção Inclusiva	v	p ou q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>p v q</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	p v q	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F
p	q	p v q																
V	V	V																
V	F	V																
F	V	V																
F	F	F																
Disjunção Exclusiva	v̄	Ou p ou q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>p v̄ q</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	p v̄ q	V	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F
p	q	p v̄ q																
V	V	F																
V	F	V																
F	V	V																
F	F	F																
Condicional	→	Se p então q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>p → q</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	q	p → q	V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	V
p	q	p → q																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	V																
F	F	V																
Bicondicional	↔	p se e somente se q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>p ↔ q</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	q	p ↔ q	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	V
p	q	p ↔ q																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	F																
F	F	V																

Em síntese temos a tabela verdade das proposições que facilitará na resolução de diversas questões

		Disjunção	Conjunção	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V

Exemplo:
(MEC – CONHECIMENTOS BÁSICOS PARA OS POSTOS 9,10,11 E 16 – CESPE)

	P	Q	R
①	V	V	V
②	F	V	V
③	V	F	V
④	F	F	V
⑤	V	V	F
⑥	F	V	F
⑦	V	F	F
⑧	F	F	F

A figura acima apresenta as colunas iniciais de uma tabela-verdade, em que P, Q e R representam proposições lógicas, e V e F correspondem, respectivamente, aos valores lógicos verdadeiro e falso.

Com base nessas informações e utilizando os conectivos lógicos usuais, julgue o item subsecutivo.

A última coluna da tabela-verdade referente à proposição lógica $P \vee (Q \leftrightarrow R)$ quando representada na posição horizontal é igual a

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
$P \vee (Q \leftrightarrow R)$	V	V	V	F	V	F	V	V

- () Certo
- () Errado

Resolução:

$P \vee (Q \leftrightarrow R)$, montando a tabela verdade temos:

R	Q	P	[P	v	(Q	\leftrightarrow	R)]
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	F	V	F

Resposta: Certo

Proposição

Conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento ou uma ideia de sentido completo. Elas transmitem pensamentos, isto é, afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados conceitos ou entes.

Valores lógicos

São os valores atribuídos as proposições, podendo ser uma **verdade**, se a proposição é verdadeira (V), e uma **falsidade**, se a proposição é falsa (F). Designamos as letras V e F para abreviarmos os valores lógicos verdade e falsidade respectivamente.

Com isso temos alguns axiomas da lógica:

- **PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO:** uma proposição não pode ser verdadeira E falsa ao mesmo tempo.
- **PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO:** toda proposição OU é verdadeira OU é falsa, verificamos sempre um desses casos, NUNCA existindo um terceiro caso.

“Toda proposição tem um, e somente um, dos valores, que são: V ou F.”

Classificação de uma proposição

Elas podem ser:

• **Sentença aberta:** quando não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso para ela (ou valorar a proposição!), portanto, não é considerada frase lógica. São consideradas sentenças abertas:

- Frases interrogativas: Quando será prova? - Estudou ontem? – Fez Sol ontem?

- Frases exclamativas: Gol! – Que maravilhoso!

- Frase imperativas: Estude e leia com atenção. – Desligue a televisão.

- Frases sem sentido lógico (expressões vagas, paradoxais, ambíguas, ...): “esta frase é falsa” (expressão paradoxal) – O cachorro do meu vizinho morreu (expressão ambígua) – $2 + 5 + 1$

• **Sentença fechada:** quando a proposição admitir um ÚNICO valor lógico, seja ele verdadeiro ou falso, nesse caso, será considerada uma frase, proposição ou sentença lógica.

Proposições simples e compostas

• **Proposições simples** (ou atômicas): aquela que **NÃO** contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. As proposições simples são designadas pelas letras latinas minúsculas p,q,r, s..., chamadas letras proposicionais.

Exemplos

r: Thiago é careca.

s: Pedro é professor.

• **Proposições compostas** (ou moleculares ou estruturas lógicas): aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições simples. As proposições compostas são designadas pelas letras latinas maiúsculas P,Q,R, R..., também chamadas letras proposicionais.

Exemplo

P: Thiago é careca e Pedro é professor.

ATENÇÃO: TODAS as **proposições compostas são formadas por duas proposições simples.**

Exemplos:

1. (CESPE/UNB) Na lista de frases apresentadas a seguir:

– “A frase dentro destas aspas é uma mentira.”

– A expressão $x + y$ é positiva.

– O valor de $\sqrt{4 + 3} = 7$.

– Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.

– O que é isto?

Há exatamente:

(A) uma proposição;

(B) duas proposições;

(C) três proposições;

(D) quatro proposições;

(E) todas são proposições.

Resolução:

Analisemos cada alternativa:

(A) “A frase dentro destas aspas é uma mentira”, não podemos atribuir valores lógicos a ela, logo não é uma sentença lógica.

(B) A expressão $x + y$ é positiva, não temos como atribuir valores lógicos, logo não é sentença lógica.

(C) O valor de $\sqrt{4 + 3} = 7$; é uma sentença lógica pois podemos atribuir valores lógicos, independente do resultado que tenhamos

(D) Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira, também podemos atribuir valores lógicos (não estamos considerando a quantidade certa de gols, apenas se podemos atribuir um valor de V ou F a sentença).

(E) O que é isto? - como vemos não podemos atribuir valores lógicos por se tratar de uma frase interrogativa.

Resposta: B.

Conectivos (conectores lógicos)

Para compôr novas proposições, definidas como composta, a partir de outras proposições simples, usam-se os conectivos. São eles:

OPERAÇÃO	CONNECTIVO	ESTRUTURA LÓGICA	TABELA VERDADE															
Negação	\sim	Não p	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>$\sim p$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	$\sim p$	V	F	F	V									
p	$\sim p$																	
V	F																	
F	V																	
Conjunção	\wedge	p e q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$p \wedge q$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	$p \wedge q$	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	F
p	q	$p \wedge q$																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	F																
F	F	F																
Disjunção Inclusiva	\vee	p ou q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$p \vee q$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	$p \vee q$	V	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F
p	q	$p \vee q$																
V	V	V																
V	F	V																
F	V	V																
F	F	F																
Disjunção Exclusiva	$\underline{\vee}$	Ou p ou q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$p \underline{\vee} q$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </table>	p	q	$p \underline{\vee} q$	V	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	F
p	q	$p \underline{\vee} q$																
V	V	F																
V	F	V																
F	V	V																
F	F	F																
Condicional	\rightarrow	Se p então q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$p \rightarrow q$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	q	$p \rightarrow q$	V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	V
p	q	$p \rightarrow q$																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	V																
F	F	V																
Bicondicional	\leftrightarrow	p se e somente se q	<table border="1"> <tr> <td>p</td> <td>q</td> <td>$p \leftrightarrow q$</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>V</td> <td>V</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>V</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>V</td> </tr> </table>	p	q	$p \leftrightarrow q$	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	V
p	q	$p \leftrightarrow q$																
V	V	V																
V	F	F																
F	V	F																
F	F	V																

Exemplo:

2. (PC/SP - Delegado de Polícia - VUNESP) Os conectivos ou operadores lógicos são palavras (da linguagem comum) ou símbolos (da linguagem formal) utilizados para conectar proposições de acordo com regras formais preestabelecidas. Assinale a alternativa que apresenta exemplos de conjunção, negação e implicação, respectivamente.

(A) $\sim p$, $p \vee q$, $p \wedge q$

1. Juros simples. Montante e juros. Taxa real e taxa efetiva. Taxas equivalentes. Capitais equivalentes. Juros compostos. Montante e juros. Taxa real e taxa efetiva. Taxas equivalentes. Capitais equivalentes. Capitalização contínua. Descontos: simples, composto. Desconto racional e desconto comercial. Amortizações. Sistema francês. Sistema de amortização constante. Sistema misto. Fluxo de caixa. Valor atual. Taxa interna de retorno01

JUROS SIMPLES. MONTANTE E JUROS. TAXA REAL E TAXA EFETIVA. TAXAS EQUIVALENTES. CAPITAIS EQUIVALENTES. JUROS COMPOSTOS. MONTANTE E JUROS. TAXA REAL E TAXA EFETIVA. TAXAS EQUIVALENTES. CAPITAIS EQUIVALENTES. CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA. DESCONTOS: SIMPLES, COMPOSTO. DESCONTO RACIONAL E DESCONTO COMERCIAL. AMORTIZAÇÕES. SISTEMA FRANCÊS. SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE. SISTEMA MISTO. FLUXO DE CAIXA. VALOR ATUAL. TAXA INTERNA DE RETORNO

Matemática Financeira

A **Matemática Financeira** possui diversas aplicações no atual sistema econômico. Algumas situações estão presentes no cotidiano das pessoas, como financiamentos de casa e carros, realizações de empréstimos, compras a crediário ou com cartão de crédito, aplicações financeiras, investimentos em bolsas de valores, entre outras situações. Todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia de taxas de juros. Ao realizarmos um empréstimo a forma de pagamento é feita através de prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor de quitação do empréstimo é superior ao valor inicial do empréstimo. A essa diferença damos o nome de juros.

Capital

O Capital é o valor aplicado através de alguma operação financeira. Também conhecido como: Principal, Valor Atual, Valor Presente ou Valor Aplicado. Em inglês usa-se Present Value (indicado pela tecla PV nas calculadoras financeiras).

Taxa de juros e Tempo

A taxa de juros indica qual remuneração será paga ao dinheiro emprestado, para um determinado período. Ela vem normalmente expressa da forma percentual, em seguida da especificação do período de tempo a que se refere:

8 % a.a. - (a.a. significa ao ano).

10 % a.t. - (a.t. significa ao trimestre).

Outra forma de apresentação da taxa de juros é a unitária, que é igual a taxa percentual dividida por 100, sem o símbolo %:

0,15 a.m. - (a.m. significa ao mês).

0,10 a.q. - (a.q. significa ao quadrimestre)

Montante

Também conhecido como **valor acumulado** é a soma do *Capital Inicial* com o *juro* produzido em determinado *tempo*.

Essa fórmula também será amplamente utilizada para resolver questões.

$$M = C + J$$

M = montante

C = capital inicial

J = juros

$$M = C + C \cdot i \cdot n$$

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

Juros Simples

Chama-se juros simples a compensação em dinheiro pelo empréstimo de um capital financeiro, a uma taxa combinada, por um prazo determinado, produzida exclusivamente pelo capital inicial.

Em Juros Simples a remuneração pelo capital inicial aplicado é diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação.

A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo juros simples é a seguinte:

$$J = C \cdot i \cdot n, \text{ onde:}$$

J = juros

C = capital inicial

i = taxa de juros

n = tempo de aplicação (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)

Observação importante: a taxa de juros e o tempo de aplicação devem ser referentes a um mesmo período. Ou seja, os dois devem estar em meses, bimestres, trimestres, semestres, anos... O que não pode ocorrer é um estar em meses e outro em anos, ou qualquer outra combinação de períodos.

Dica: Essa fórmula $J = C \cdot i \cdot n$, lembra as letras das palavras "JUROS SIMPLES" e facilita a sua memorização.

Outro ponto importante é saber que essa fórmula pode ser trabalhada de várias maneiras para se obter cada um de seus valores, ou seja, se você souber três valores, poderá conseguir o quarto, ou seja, como exemplo se você souber o Juros (J), o Capital Inicial (C) e a Taxa (i), poderá obter o Tempo de aplicação (n). E isso vale para qualquer combinação.

Exemplo

Maria quer comprar uma bolsa que custa R\$ 85,00 à vista. Como não tinha essa quantia no momento e não queria perder a oportunidade, aceitou a oferta da loja de pagar duas prestações de R\$ 45,00, uma no ato da compra e outra um mês depois. A taxa de juros mensal que a loja estava cobrando nessa operação era de:

(A) 5,0%

(B) 5,9%

(C) 7,5%

(D) 10,0%

(E) 12,5%

Resposta Letra "e".

O juro incidiu somente sobre a segunda parcela, pois a primeira foi à vista. Sendo assim, o valor devido seria R\$40 (85-45) e a parcela a ser paga de R\$45.

Aplicando a fórmula $M = C + J$:

$$45 = 40 + J$$

$$J = 5$$

Aplicando a outra fórmula $J = C \cdot i \cdot n$:

$$5 = 40 \cdot X \cdot 1$$

$$i = 0,125 = 12,5\%$$

Juros Compostos

o juro de cada intervalo de tempo é calculado a partir do saldo no início de correspondente intervalo. Ou seja: o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

Quando usamos juros simples e juros compostos?

A maioria das operações envolvendo dinheiro utilizam juros compostos. Estão incluídas: compras a médio e longo prazo, compras com cartão de crédito, empréstimos bancários, as aplicações financeiras usuais como Caderneta de Poupança e aplicações em fundos de renda fixa, etc. Raramente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de desconto simples de duplicatas.

O cálculo do montante é dado por:

$$M = C (1 + i)^t$$

Exemplo

Calcule o juro composto que será obtido na aplicação de R\$25000,00 a 25% ao ano, durante 72 meses

$$C = 25000$$

$$i = 25\%aa = 0,25$$

$$t = 72 \text{ meses} = 6 \text{ anos}$$

$$M = C (1 + i)^t$$

$$M = 25000 (1 + 0,25)^6$$

$$M = 25000 (1,25)^6$$

$$M = 95367,50$$

$$M = C + J$$

$$J = 95367,50 - 25000 = 70367,50$$

Taxa Nominal

A taxa nominal de juros relativa a uma operação financeira pode ser calculada pela expressão:

$$\text{Taxa nominal} = \text{Juros pagos} / \text{Valor nominal do empréstimo}$$

Assim, por exemplo, se um empréstimo de \$100.000,00, deve ser quitado ao final de um ano, pelo valor monetário de \$150.000,00, a taxa de juros nominal será dada por:

$$\text{Juros pagos} = J_p = \$150.000 - \$100.000 = \$50.000,00$$

$$\text{Taxa nominal} = i_n = \$50.000 / \$100.000 = 0,50 = 50\%$$

Sem dúvida, se tem um assunto que gera muita confusão na Matemática Financeira são os conceitos de taxa nominal, taxa efetiva e taxa equivalente. Até na esfera judicial esses assuntos geram muitas dúvidas nos cálculos de empréstimos, financiamentos, consórcios e etc.

Vamos tentar esclarecer esses conceitos, que na maioria das vezes nos livros e apostilas disponíveis no mercado, não são apresentados de uma maneira clara.

Temos a chamada taxa de juros nominal, quando esta não é realmente a taxa utilizada para o cálculo dos juros (é uma taxa “sem efeito”). A capitalização (o prazo de formação e incorporação de juros ao capital inicial) será dada através de outra taxa, numa unidade de tempo diferente, taxa efetiva.

Como calcular a taxa que realmente vai ser utilizada; isto é, a taxa efetiva?

Vamos acompanhar através do exemplo

Taxa Efetiva

Calcular o montante de um capital de R\$ 1.000,00 (mil reais), aplicados durante 18 (dezoito) meses, capitalizados mensalmente, a uma taxa de 12% a.a. Explicando o que é taxa Nominal, efetiva mensal e equivalente mensal:

Respostas e soluções:

1) A taxa Nominal é 12% a.a; pois o capital não vai ser capitalizado com a taxa anual.

2) A taxa efetiva mensal a ser utilizada depende de duas convenções: taxa proporcional mensal ou taxa equivalente mensal.

a) Taxa proporcional mensal (divide-se a taxa anual por 12): $12\%/12 = 1\% \text{ a.m.}$

b) Taxa equivalente mensal (é aquela que aplicado aos R\$ 1.000,00, rende os mesmos juros que a taxa anual aplicada nesse mesmo capital).

Cálculo da taxa equivalente mensal:

$$i_q = (1 + i_t)^{\frac{q}{t}} - 1$$

onde:

i_q : taxa equivalente para o prazo que eu quero

i_t : taxa para o prazo que eu tenho

q : prazo que eu quero

t : prazo que eu tenho

$$i_q = (1 + 0,12)^{\frac{1}{12}} - 1 = (1,12)^{0,083333} - 1$$

$$i_q = 0,009489 \text{ a.m ou } i_q = 0,949 \% \text{ a.m.}$$

3) Cálculo do montante pedido, utilizando a taxa efetiva mensal

a) pela convenção da taxa proporcional:

$$M = c (1 + i)^n$$

$$M = 1000 (1 + 0,01)^{18} = 1.000 \times 1,196147$$

$$M = 1.196,15$$

b) pela convenção da taxa equivalente:

$$M = c (1 + i)^n$$

$$M = 1000 (1 + 0,009489)^{18} = 1.000 \times 1,185296$$

$$M = 1.185,29$$

NOTA: Para comprovar que a taxa de 0,948% a.m é equivalente a taxa de 12% a.a, basta calcular o montante utilizando a taxa anual, neste caso teremos que transformar 18 (dezoito) meses em anos para fazer o cálculo, ou seja : $18: 12 = 1,5 \text{ ano. Assim:}$

$$M = c (1 + i)^n$$

$$M = 1000 (1 + 0,12)^{1,5} = 1.000 \times 1,185297$$

$$M = 1.185,29$$

Conclusões:

– A taxa nominal é 12% a.a, pois não foi aplicada no cálculo do montante. Normalmente a taxa nominal vem sempre ao ano!

– A taxa efetiva mensal, como o próprio nome diz, é aquela que foi utilizado para cálculo do montante. Pode ser uma taxa proporcional mensal (1% a.m.) ou uma taxa equivalente mensal (0,949% a.m.).

– Qual a taxa efetiva mensal que devemos utilizar? Em se tratando de concursos públicos, a grande maioria das bancas examinadoras utilizam a convenção da taxa proporcional. Em se tratando do mercado financeiro, utiliza-se a convenção de taxa equivalente.

Taxa Equivalente

Taxas Equivalentes são taxas que quando aplicadas ao mesmo capital, num mesmo intervalo de tempo, produzem montantes iguais. Essas taxas devem ser observadas com muita atenção, em alguns financiamentos de longo prazo, somos apenas informados da taxa mensal de juros e não tomamos conhecimento

da taxa anual ou dentro do período estabelecido, trimestre, semestre entre outros. Uma expressão matemática básica e de fácil manuseio que nos fornece a equivalência de duas taxas é:

$$1 + ia = (1 + ip)^n, \text{ onde:}$$

ia = taxa anual
ip = taxa período
n: número de períodos

Observe alguns cálculos:

Exemplo 1

Qual a taxa anual de juros equivalente a 2% ao mês?

Temos que: $2\% = 2/100 = 0,02$

$$1 + ia = (1 + 0,02)^{12}$$

$$1 + ia = 1,02^{12}$$

$$1 + ia = 1,2682$$

$$ia = 1,2682 - 1$$

$$ia = 0,2682$$

$$ia = 26,82\%$$

A taxa anual de juros equivalente a 2% ao mês é de 26,82%.

As pessoas desatentas poderiam pensar que a taxa anual nesse caso seria calculada da seguinte forma: $2\% \times 12 = 24\%$ ao ano. Como vimos, esse tipo de cálculo não procede, pois a taxa anual foi calculada de forma correta e corresponde a 26,82% ao ano, essa variação ocorre porque temos que levar em conta o andamento dos juros compostos (juros sobre juros).

Taxa Real

A taxa real expurga o efeito da inflação. Um aspecto interessante sobre as taxas reais de juros, é que elas podem ser inclusive, negativas.

Vamos encontrar uma relação entre as taxas de juros nominal e real. Para isto, vamos supor que um determinado capital P é aplicado por um período de tempo unitário, a certa taxa nominal i_n

O montante S_1 ao final do período será dado por $S_1 = P(1 + i_n)$.

Consideremos agora que durante o mesmo período, a taxa de inflação (desvalorização da moeda) foi igual a j. O capital corrigido por esta taxa acarretaria um montante $S_2 = P(1 + j)$.

A taxa real de juros, indicada por r, será aquela aplicada ao montante S_2 , produzirá o montante S_1 . Poderemos então escrever: $S_1 = S_2(1 + r)$

Substituindo S_1 e S_2 , vem:

$$P(1 + i_n) = (1+r). P(1 + j)$$

Daí então, vem que:

$$(1 + i_n) = (1+r). (1 + j), \text{ onde:}$$

i_n = taxa de juros nominal

j = taxa de inflação no período

r = taxa real de juros

Observe que se a taxa de inflação for nula no período, isto é, $j = 0$, teremos que as taxas nominal e real são coincidentes.

Exemplo

Numa operação financeira com taxas pré-fixadas, um banco empresta \$120.000,00 para ser pago em um ano com \$150.000,00. Sendo a inflação durante o período do empréstimo igual a 10%, pede-se calcular as taxas nominal e real deste empréstimo.

Teremos que a taxa nominal será igual a:

$$i_n = (150.000 - 120.000)/120.000 = 30.000/120.000 = 0,25 = 25\%$$

Portanto $i_n = 25\%$

Como a taxa de inflação no período é igual a $j = 10\% = 0,10$, substituindo na fórmula anterior, vem:

$$(1 + i_n) = (1+r). (1 + j)$$

$$(1 + 0,25) = (1 + r).(1 + 0,10)$$

$$1,25 = (1 + r).1,10$$

$$1 + r = 1,25/1,10 = 1,1364$$

$$\text{Portanto, } r = 1,1364 - 1 = 0,1364 = 13,64\%$$

Se a taxa de inflação no período fosse igual a 30%, teríamos para a taxa real de juros:

$$(1 + 0,25) = (1 + r).(1 + 0,30)$$

$$1,25 = (1 + r).1,30$$

$$1 + r = 1,25/1,30 = 0,9615$$

Portanto, $r = 0,9615 - 1 = -0,0385 = -3,85\%$ e, portanto teríamos uma taxa real de juros negativa.

Exemplo

\$100.000,00 foi emprestado para ser quitado por \$150.000,00 ao final de um ano. Se a inflação no período foi de 20%, qual a taxa real do empréstimo?

Resposta: 25%

Taxas Proporcionais

Para se compreender mais claramente o significado destas taxas deve-se reconhecer que toda operação envolve dois prazos:

- o prazo a que se refere à taxa de juros; e
- o prazo de capitalização (ocorrência) dos juros. (ASSAF NETO, 2001).

Taxas Proporcionais: duas (ou mais) taxas de juro simples são ditas proporcionais quando seus valores e seus respectivos períodos de tempo, reduzidos a uma mesma unidade, forem uma proporção. (PARENTE, 1996).

Exemplos

Prestação = amortização + juros

Há diferentes formas de amortização, conforme descritas a seguir.

Para os exemplos numéricos descritos nas tabelas, em todas as diferentes formas de amortização, utilizaremos o mesmo exercício: uma dívida de valor inicial de R\$ 100 mil, prazo de três meses e juros de 3% ao mês.

Pagamento único

É a quitação de toda a dívida (amortização + juros) em um único pagamento, ao final do período. Utilizamos a mesma fórmula do montante:

Nos juros simples:

$$M = C(1 + i \times n)$$

M = montante

C = capital inicial

i = taxa de juros

n = período

Nos juros compostos:

$$M = C (1+i)^n$$

M = montante

C = capital inicial

i = taxa de juros

n = período

Nos juros simples:

Nº	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	100.000,00
1	3.000,00	-	-	103.000,00
2	3.000,00	-	-	106.000,00
3	3.000,00	100.000,00	109.000,00	-

Nos juros compostos:

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	100.000,00
1	3.000,00	-	-	103.000,00
2	3.090,00	-	-	106.090,00
3	3.182,70	100.000,00	109.272,70	-

Sistema Price (Sistema Francês)

Foi elaborado para apresentar pagamentos iguais ao longo do período do desembolso das prestações. A fórmula para encontrarmos a prestação é dada a seguir:

$$PMT = V_p \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

PMT = valor da prestação

V_p = valor inicial do empréstimo

i = taxa de juros

n = período

A fórmula foi desenvolvida, considerando-se apenas a capitalização por juros compostos. O resultado é listado a seguir:

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	100.000,00
1	3.000,00	32.353,04	35.353,04	67.646,96
2	2.029,41	33.323,63	35.353,04	34.323,33
3	1.029,71	34.323,33	35.353,04	-

Sistema de Amortização Misto (SAM)

É a média aritmética das prestações calculadas nas duas formas anteriores (SAC e Price). É encontrado pela fórmula:

$$PMT_{SAM} = (PMT_{SAC} + PMT_{PRICE}) / 2$$

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	100.000,00
1	3.000,00	32.843,19	35.843,19	67.156,81
2	2.014,70	33.328,49	35.343,19	33.828,32
3	1.014,87	33.828,32	34.843,19	-

Sistema de Amortização Crescente (SACRE)

Este sistema, criado pela Caixa Econômica Federal (CEF), é uma das formas utilizadas para o cálculo das prestações dos financiamentos imobiliários. Usa-se, para o cálculo do valor das prestações, a metodologia do sistema de amortização constante (SAC) anual, desconsiderando-se o valor da Taxa Referencial de Juros (TR). Esta é incluída posteriormente, resultando em uma amortização variável. Chamar de “amortização crescente” parece-nos inadequado, pois pode resultar em amortizações decrescentes, dependendo da ocorrência de TR com valor muito baixo.

Sistema Alemão

Neste caso, a dívida é liquidada também em prestações iguais, exceto a primeira, onde no ato do empréstimo (momento “zero”) já é feita uma cobrança dos juros da operação. As prestações, a primeira amortização e as seguintes são definidas pelas três seguintes fórmulas:

$$PMT = \frac{V_p \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

PMT = valor da prestação

V_p = valor inicial do empréstimo

i = taxa de juros

n = período

$$A_1 = PMT \cdot (1 - i)^{n-1}$$

A_1 = primeira amortização

PMT = valor da prestação

i = taxa de juros

n = período

$$A_n = \frac{A_{n-1}}{(1 - i)}$$

A_n = amortizações posteriores (2º, 3º, 4º, ...)

A_{n-1} = amortização anterior

i = taxa de juros

n = período

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	3.000,00	-	3.000,00	100.000,00
1	2.030,30	32.323,34	34.353,64	67.676,66
2	1.030,61	33.323,03	34.353,64	34.353,63
3	-	34.353,64	34.353,64	(0,01)

OBS: os resíduos em centavos, como saldo devedor final na tabela anterior, são resultados de arredondamento do cálculo e serão desconsiderados.

Sistema de Amortização Constante – SAC

Consiste em um sistema de amortização de uma dívida em prestações periódicas, sucessivas e decrescentes em progressão aritmética, em que o valor da prestação é composto por uma parcela de juros uniformemente decrescente e outra de amortização que permanece constante.

Sistema de Amortização Constante (SAC) é uma forma de amortização de um empréstimo por prestações que incluem os juros, amortizando assim partes iguais do valor total do empréstimo.

Neste sistema o saldo devedor é reembolsado em valores de amortização iguais. Desta forma, no sistema SAC o valor das prestações é decrescente, já que os juros diminuem a cada prestação. O valor da amortização é calculado dividindo-se o valor do principal pelo número de períodos de pagamento, ou seja, de parcelas.

O SAC é um dos tipos de sistema de amortização utilizados em financiamentos imobiliários. A principal característica do SAC é que ele amortiza um percentual fixo do saldo devedor desde o início do financiamento. Esse percentual de amortização é sempre o mesmo, o que faz com que a parcela de amortização da dívida seja maior no início do financiamento, fazendo com que o saldo devedor caia mais rapidamente do que em outros mecanismos de amortização.

Exemplo:

Um empréstimo de R\$ 120.000,00 (cento e vinte mil reais) a ser pago em 12 meses, a uma taxa de juros de 1% ao mês (em juros simples). Aplicando a fórmula para obtenção do valor da amortização, iremos obter um valor igual a R\$ 10.000,00 (dez mil reais). Essa fórmula é o valor do empréstimo solicitado dividido pelo período, sendo nesse caso: $R\$ 120.000,00 / 12 \text{ meses} = R\$ 10.000,00$. Logo, a tabela SAC fica:

Nº Prestação	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0				120000
1	11200	1200	10000	110000
2	11100	1100	10000	100000
3	11000	1000	10000	90000
4	10900	900	10000	80000
5	10800	800	10000	70000
6	10700	700	10000	60000
7	10600	600	10000	50000
8	10500	500	10000	40000
9	10400	400	10000	30000
10	10300	300	10000	20000
11	10200	200	10000	10000
12	10100	100	10000	0

Note que o juro é sempre 10% do saldo devedor do mês anterior, já a prestação é a soma da amortização e o juro. Sendo assim, o juro é decrescente e diminui sempre na mesma quantidade, R\$ 100,00. O mesmo comportamento tem as prestações. A soma das prestações é de R\$ 127.800,00, gerando juros de R\$ 7.800,00.

Outra coisa a se observar é que as parcelas e juros diminuem em progressão aritmética (PA) de $r=100$.

Sistema Americano

O tomador do empréstimo paga os juros mensalmente e o principal, em um único pagamento final.

Considera-se apenas o regime de juros compostos:

n	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
0	-	-	-	100.000,00
1	3.000,00	-	3.000,00	100.000,00
2	3.000,00	-	3.000,00	100.000,00
3	3.000,00	100.000,00	103.000,00	-

Sistema de Amortização Constante (SAC) ou Sistema Hamburguês

O tomador do empréstimo amortiza o saldo devedor em valores iguais e constantes ao longo do período.