CÓD: OP-174ST-23
7908403542567

GABARITANDO

Matemática

BÁSICO CONCURSOS

ÍNDICE

Matemática

Raciocínio Lógico

MATEMÁTICA

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO; OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS; OPERAÇÕES COM NÚMEROS IRRACIONAIS

Conceitos

— Conjuntos Numéricos

O grupo de termos ou elementos que possuem características parecidas, que são similares em sua natureza, são chamados de conjuntos. Quando estudamos matemática, se os elementos parecidos ou com as mesmas características são números, então dizemos que esses grupos são conjuntos numéricos[1].

Em geral, os conjuntos numéricos são representados graficamente ou por extenso – forma mais comum em se tratando de operações matemáticas. Quando os representamos por extenso, escrevemos os números entre chaves {}. Caso o conjunto seja infinito, ou seja, tenha incontáveis números, os representamos com reticências depois de colocar alguns exemplos. Exemplo: N = {0, 1, 2, 3, 4…}.

Existem cinco conjuntos considerados essenciais, pois eles são os mais usados em problemas e questões no estudo da Matemática. São eles: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais.

Conjunto dos Números Naturais (N)

O conjunto dos números naturais é representado pela letra N. Ele reúne os números que usamos para contar (incluindo o zero) e é infinito. Exemplo:

N = {0, 1, 2, 3, 4…}

Além disso, o conjunto dos números naturais pode ser dividido em subconjuntos:

N* = {1, 2, 3, 4…} ou N* = N – {0}: conjunto dos números naturais não nulos, ou sem o zero.

Np = {0, 2, 4, 6…}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais pares.

Ni = {1, 3, 5, 7..}, em que n ∈ N: conjunto dos números naturais ímpares.

P = {2, 3, 5, 7..}: conjunto dos números naturais primos.

Conjunto dos Números Inteiros (Z)

O conjunto dos números inteiros é representado pela maiúscula Z, e é formado pelos números inteiros negativos, positivos e o zero. Exemplo: Z = {-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4…}

O conjunto dos números inteiros também possui alguns subconjuntos:

Z+ = {0, 1, 2, 3, 4…}: conjunto dos números inteiros não negativos.

Z- = {…-4, -3, -2, -1, 0}: conjunto dos números inteiros não positivos.

Z*+ = {1, 2, 3, 4…}: conjunto dos números inteiros não negativos e não nulos, ou seja, sem o zero.

Z*- = {… -4, -3, -2, -1}: conjunto dos números inteiros não positivos e não nulos.

Conjunto dos Números Racionais (Q)

Números racionais são aqueles que podem ser representados em forma de fração. O numerador e o denominador da fração precisam pertencer ao conjunto dos números inteiros e, é claro, o denominador não pode ser zero, pois não existe divisão por zero.

O conjunto dos números racionais é representado pelo Q. Os números naturais e inteiros são subconjuntos dos números racionais, pois todos os números naturais e inteiros também podem ser representados por uma fração. Além destes, números decimais e dízimas periódicas também estão no conjunto de números racionais.

Vejamos um exemplo de um conjunto de números racionais com 4 elementos:

Qx = {-4, 1/8, 2, 10/4}

Também temos subconjuntos dos números racionais:

Q* = subconjunto dos números racionais não nulos, formado pelos números racionais sem o zero.

Q+ = subconjunto dos números racionais não negativos, formado pelos números racionais positivos.

Q*+ = subconjunto dos números racionais positivos, formado pelos números racionais positivos e não nulos.

Q- = subconjunto dos números racionais não positivos, formado pelos números racionais negativos e o zero.

Q*- = subconjunto dos números racionais negativos, formado pelos números racionais negativos e não nulos.

Conjunto dos Números Irracionais (I)

O conceito de números irracionais é dependente da definição de números racionais. Assim, pertencem ao conjunto dos números irracionais os números que não pertencem ao conjunto dos racionais.

Em outras palavras, ou um número é racional ou é irracional. Não há possibilidade de pertencer aos dois conjuntos ao mesmo tempo. Por isso, o conjunto dos números irracionais é complementar ao conjunto dos números racionais dentro do universo dos números reais.

Outra forma de saber quais números formam o conjunto dos números irreais é saber que os números irracionais não podem ser escritos em forma de fração. Isso acontece, por exemplo, com decimais infinitos e raízes não exatas.

Os decimais infinitos são números que têm infinitas casas decimais e que não são dízimas periódicas. Como exemplo, temos 0,12345678910111213, π, √3 etc.

1 https://matematicario.com.br/

Conjunto dos Números Reais (R)

O conjunto dos números reais é representado pelo R e é formado pela junção do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais. Não esqueça que o conjunto dos racionais é a união dos conjuntos naturais e inteiros. Podemos dizer que entre dois números reais existem infinitos números.

Entre os conjuntos números reais, temos:

R*= {x ∈ R|x ≠ 0}: conjunto dos números reais não-nulos.

R+ = {x ∈ R|x ≥ 0}: conjunto dos números reais não-negativos.

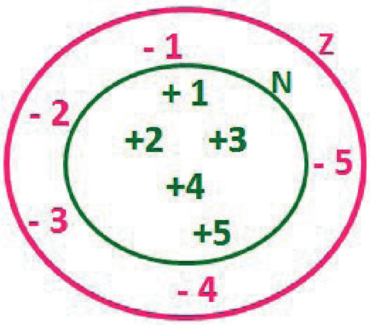
R*+ = {x ∈ R|x > 0}: conjunto dos números reais positivos.

R– = {x ∈ R|x ≤ 0}: conjunto dos números reais não-positivos.

R*– = {x ∈ R|x < 0}: conjunto dos números reais negativos.

Conjunto dos números inteiros - z

O conjunto dos números inteiros é a reunião do conjunto dos números naturais N = {0, 1, 2, 3, 4,..., n,...},(N C Z); o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero. Representamos pela letra Z.



N C Z (N está contido em Z)

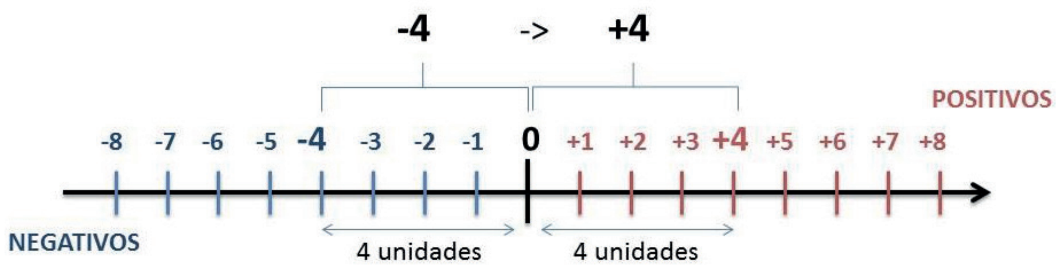
Subconjuntos:

SÍMBOLO	REPRESENTAÇÃO	DESCRIÇÃO
*	Z*	Conjunto dos números inteiros **não nulos**
+	Z_+	Conjunto dos números inteiros **não negativos**
* e +	Z^*_+	Conjunto dos números inteiros **positivos**
-	Z_	Conjunto dos números inteiros **não positivos**
* e -	Z*_	Conjunto dos números inteiros **negativos**

Observamos nos números inteiros algumas características:

• **Módulo:** distância ou afastamento desse número até o zero, na reta numérica inteira. Representa-se o módulo por | |. O módulo de qualquer número inteiro, diferente de zero, é sempre positivo.

• **Números Opostos:** dois números são opostos quando sua soma é zero. Isto significa que eles estão a mesma distância da origem (zero).



Somando-se temos: (+4) + (-4) = (-4) + (+4) = 0

Operações

• Soma ou Adição: Associamos aos números inteiros positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.

ATENÇÃO: O sinal (+) antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal (–) antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

• Subtração: empregamos quando precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade; temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra; temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra. A subtração é a operação inversa da adição. O sinal sempre será do maior número.

ATENÇÃO: todos parênteses, colchetes, chaves, números, ..., entre outros, precedidos de sinal negativo, tem o seu sinal invertido, ou seja, é dado o seu oposto.

Exemplo:

(FUNDAÇÃO CASA – AGENTE EDUCACIONAL – VUNESP) Para zelar pelos jovens internados e orientá-los a respeito do uso adequado dos materiais em geral e dos recursos utilizados em atividades educativas, bem como da preservação predial, realizou-se uma dinâmica elencando “atitudes positivas” e “atitudes negativas”, no entendimento dos elementos do grupo. Solicitou-se que cada um classificasse suas atitudes como positiva ou negativa, atribuindo (+4) pontos a cada atitude positiva e (-1) a cada atitude negativa. Se um jovem classificou como positiva apenas 20 das 50 atitudes anotadas, o total de pontos atribuídos foi

(A) 50.
(B) 45.
(C) 42.
(D) 36.
(E) 32.

Resolução:

50-20=30 atitudes negativas
20.4=80
30.(-1)=-30
80-30=50
Resposta: A

• Multiplicação: é uma adição de números/ fatores repetidos. Na multiplicação o produto dos números *a* e *b*, pode ser indicado por ***a* x *b***, ***a* . *b*** ou ainda ***ab*** sem nenhum sinal entre as letras.

• Divisão: a divisão exata de um número inteiro por outro número inteiro, diferente de zero, dividimos o módulo do dividendo pelo módulo do divisor.

ATENÇÃO:

1) No conjunto Z, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

2) Não existe divisão por zero.

3) Zero dividido por qualquer número inteiro, diferente de zero, é zero, pois o produto de qualquer número inteiro por zero é igual a zero.

Na multiplicação e divisão de números inteiros é muito importante a **REGRA DE SINAIS**:

Sinais iguais (+) (+); (-) (-) = resultado sempre **positivo.**
Sinais diferentes (+) (-); (-) (+) = resultado sempre **negativo.**

Exemplo:

(PREF.DE NITERÓI) Um estudante empilhou seus livros, obtendo uma única pilha 52cm de altura. Sabendo que 8 desses livros possui uma espessura de 2cm, e que os livros restantes possuem espessura de 3cm, o número de livros na pilha é:

(A) 10
(B) 15
(C) 18
(D) 20
(E) 22

Resolução:

São 8 livros de 2 cm: 8.2 = 16 cm

Como eu tenho 52 cm ao todo e os demais livros tem 3 cm, temos:

52 - 16 = 36 cm de altura de livros de 3 cm

36 : 3 = 12 livros de 3 cm

O total de livros da pilha: 8 + 12 = 20 livros ao todo.

Resposta: D

• Potenciação: A potência a^n do número inteiro *a*, é definida como um produto de *n* fatores iguais. O número a é denominado a *base* e o número *n* é o *expoente*.a^n = a x a x a x a x ... x a , *a* é multiplicado por *a n* vezes. Tenha em mente que:

– Toda potência de **base positiva** é um número **inteiro positivo**.

– Toda potência de **base negativa** e **expoente par** é um número **inteiro positivo**.

– Toda potência de **base negativa** e **expoente ímpar** é um número **inteiro negativo**.

Propriedades da Potenciação

1) Produtos de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e somam-se os expoentes. $(–a)^3 . (–a)^6 = (–a)^{3+6} = (–a)^9$

2) Quocientes de Potências com bases iguais: Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes. $(-a)^8 : (-a)^6 = (-a)^{8-6} = (-a)^2$

3) Potência de Potência: Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes. $[(-a)^5]^2 = (-a)^{5 \cdot 2} = (-a)^{10}$

4) Potência de expoente 1: É sempre igual à base. $(-a)^1 = -a$ e $(+a)^1 = +a$

5) Potência de expoente zero e base diferente de zero: É igual a 1. $(+a)^0 = 1$ e $(–b)^0 = 1$

Conjunto dos números racionais – Q

Um número racional é o que pode ser escrito na forma $\frac{m}{n}$, onde *m* e *n* são números inteiros, sendo que *n* deve ser diferente de zero. Frequentemente usamos *m/n* para significar a divisão de *m* por *n*.

RACIOCÍNIO LÓGICO

LÓGICA. LÓGICA DE PREPOSIÇÕES; LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM

Lógica de primeira ordem

Existem alguns tipos de argumentos que apresentam proposições com quantificadores. Numa proposição categórica, é importante que o **sujeito** se **relacionar** com o **predicado** de forma coerente e que a proposição faça sentido, não importando se é verdadeira ou falsa.

Vejamos algumas formas:
- Todo A é B.
- Nenhum A é B.
- Algum A é B.
- Algum A não é B.

Onde temos que **A** e **B** são os **termos** ou **características** dessas proposições categóricas.

• Classificação de uma proposição categórica de acordo com o tipo e a relação

Elas podem ser classificadas de acordo com dois critérios fundamentais: **qualidade e extensão** ou **quantidade**.

– Qualidade**:** O critério de qualidade classifica uma proposição categórica em afirmativa ou negativa.

– Extensão: O critério de extensão ou quantidade classifica uma proposição categórica em universal ou particular. A classificação dependerá do quantificador que é utilizado na proposição.

$$\text{Universais}\begin{cases} universal\ afirmativa: TODO\ A\ é\ B. \\ universal\ negativa: NENHUM\ A\ é\ B. \end{cases}$$

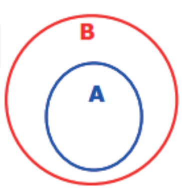
$$\text{Particulares}\begin{cases} particular\ afirmativa: ALGUM\ A\ é\ B. \\ partiular\ negativa: ALGUM\ A\ NÂO\ é\ B. \end{cases}$$

Entre elas existem tipos e relações de acordo com a qualidade e a extensão, classificam-se em quatro tipos, representados pelas letras A, E, I e O.

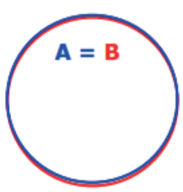
• Universal afirmativa (Tipo A) – "TODO A é B"

Teremos duas possibilidades.

1



2

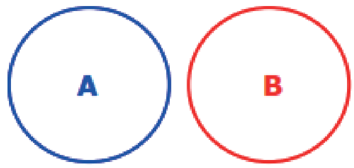


Tais proposições afirmam que o conjunto **"A" está contido no conjunto "B",** ou seja, que todo e **qualquer elemento de "A" é também elemento de "B"**. Observe que "Toda A é B" é diferente de "Todo B é A".

• Universal negativa (Tipo E) – "NENHUM A é B"

Tais proposições afirmam que não há elementos em comum entre os conjuntos "A" e "B". Observe que "nenhum A é B" é o mesmo que dizer "nenhum B é A".

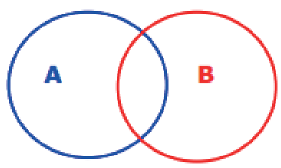
Podemos representar esta universal negativa pelo seguinte diagrama (A ∩ B = ø):



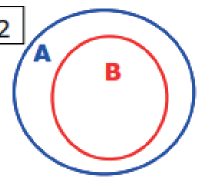
• Particular afirmativa (Tipo I) - "ALGUM A é B"

Podemos ter 4 diferentes situações para representar esta proposição:

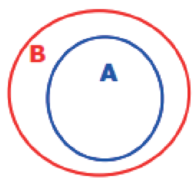
1



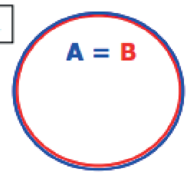
2



3



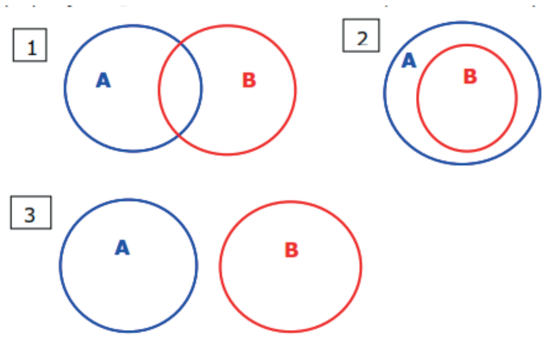
4



Essas proposições Algum A é B estabelecem que o conjunto "A" tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto "B". Contudo, quando dizemos que Algum A é B, presumimos que nem todo A é B. Observe "Algum A é B" é o mesmo que "Algum B é A".

• Particular negativa (Tipo O) - "ALGUM A não é B"

Se a proposição **Algum A não é B** é **verdadeira**, temos as três representações possíveis:



Proposições nessa forma: Algum A não é B estabelecem que o conjunto “A” tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto “B”. Observe que: Algum A não é B não significa o mesmo que Algum B não é A.

• Negação das Proposições Categóricas

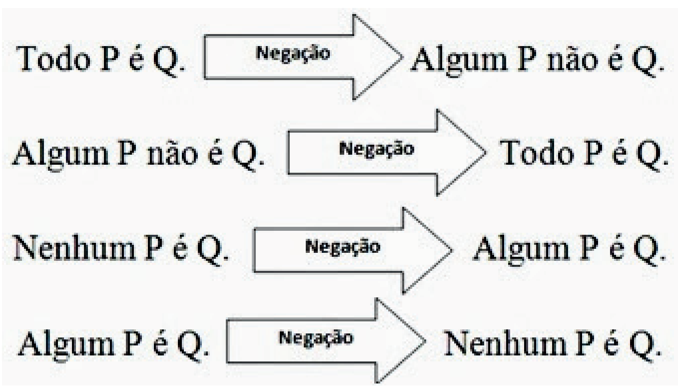
Ao negarmos uma proposição categórica, devemos observar as seguintes convenções de equivalência:

– Ao negarmos uma proposição categórica universal geramos uma proposição categórica particular.

– Pela recíproca de uma negação, ao negarmos uma proposição categórica particular geramos uma proposição categórica universal.

– Negando uma proposição de natureza afirmativa geramos, sempre, uma proposição de natureza negativa; e, pela recíproca, negando uma proposição de natureza negativa geramos, sempre, uma proposição de natureza afirmativa.

Em síntese:



Exemplos:

(DESENVOLVE/SP - CONTADOR - VUNESP) Alguns gatos não são pardos, e aqueles que não são pardos miam alto.

Uma afirmação que corresponde a uma negação lógica da afirmação anterior é:

(A) Os gatos pardos miam alto ou todos os gatos não são pardos.

(B) Nenhum gato mia alto e todos os gatos são pardos.

(C) Todos os gatos são pardos ou os gatos que não são pardos não miam alto.

(D) Todos os gatos que miam alto são pardos.

(E) Qualquer animal que mia alto é gato e quase sempre ele é pardo.

Resolução:

Temos um quantificador particular (alguns) e uma proposição do tipo conjunção (conectivo “e”). Pede-se a sua negação.

O quantificador existencial “alguns” pode ser negado, seguindo o esquema, pelos quantificadores universais (todos ou nenhum).

Logo, podemos descartar as alternativas A e E.

A negação de uma conjunção se faz através de uma disjunção, em que trocaremos o conectivo “e” pelo conectivo “ou”. Descartamos a alternativa B.

Vamos, então, fazer a negação da frase, não esquecendo de que a relação que existe é: Algum A é B, deve ser trocado por: Todo A é não B.

Todos os gatos que são pardos ou os gatos (aqueles) que não são pardos NÃO miam alto.

Resposta: C

(CBM/RJ - CABO TÉCNICO EM ENFERMAGEM - ND) Dizer que a afirmação “todos os professores é psicólogos” e falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira

(A) Todos os não psicólogos são professores.

(B) Nenhum professor é psicólogo.

(C) Nenhum psicólogo é professor.

(D) Pelo menos um psicólogo não é professor.

(E) Pelo menos um professor não é psicólogo.

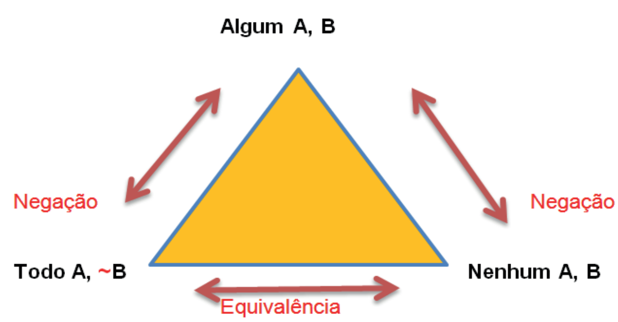
Resolução:

Se a afirmação é falsa a negação será verdadeira. Logo, a negação de um quantificador universal categórico afirmativo se faz através de um quantificador existencial negativo. Logo teremos: Pelo menos um professor não é psicólogo.

Resposta: E

• Equivalência entre as proposições

Basta usar o triângulo a seguir e economizar um bom tempo na resolução de questões.



Exemplo:

(PC/PI - ESCRIVÃO DE POLÍCIA CIVIL - UESPI) Qual a negação lógica da sentença “Todo número natural é maior do que ou igual a cinco”?

(A) Todo número natural é menor do que cinco.

(B) Nenhum número natural é menor do que cinco.

(C) Todo número natural é diferente de cinco.

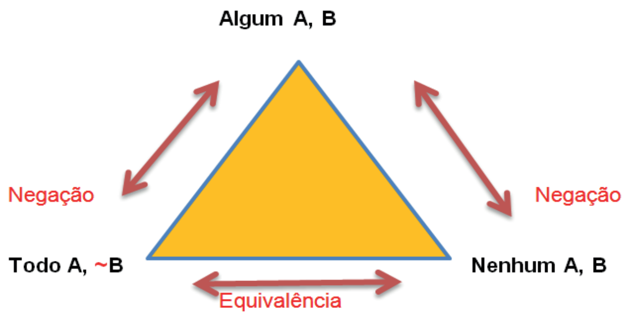
(D) Existe um número natural que é menor do que cinco.

(E) Existe um número natural que é diferente de cinco.

Resolução:

Do enunciado temos um quantificador universal (Todo) e pede-se a sua negação.

O quantificador universal todos pode ser negado, seguindo o esquema abaixo, pelo quantificador algum, pelo menos um, existe ao menos um, etc. Não se nega um quantificador universal com Todos e Nenhum, que também são universais.



Portanto, já podemos descartar as alternativas que trazem quantificadores universais (todo e nenhum). Descartamos as alternativas A, B e C.

Seguindo, devemos negar o termo: “maior do que ou igual a cinco”. Negaremos usando o termo “MENOR do que cinco”.

Obs.: maior ou igual a cinco (compreende o 5, 6, 7...) ao ser negado passa a ser menor do que cinco (4, 3, 2,...).

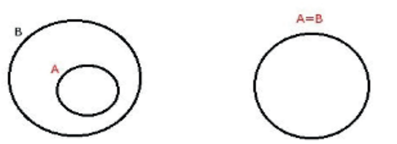
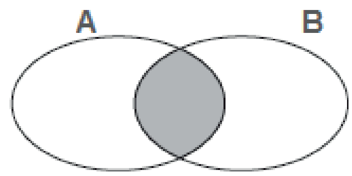
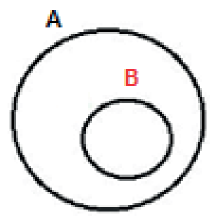
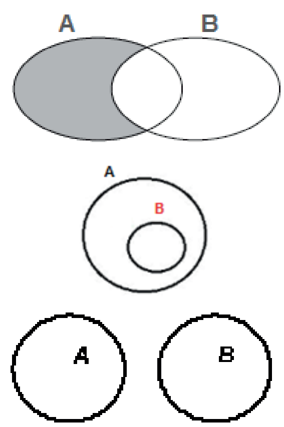
Resposta: D

Diagramas lógicos

Os diagramas lógicos são usados na resolução de vários problemas. É uma ferramenta para resolvermos problemas que envolvam argumentos dedutivos, as quais as premissas deste argumento podem ser formadas por proposições categóricas.

ATENÇÃO: É bom ter um conhecimento sobre conjuntos para conseguir resolver questões que envolvam os diagramas lógicos.

Vejamos a tabela abaixo as proposições categóricas:

TIPO	PREPOSIÇÃO	DIAGRAMAS
A	TODO A é B	 Se um elemento pertence ao conjunto A, então pertence também a B.
E	NENHUM A é B	 Existe pelo menos um elemento que pertence a A, então não pertence a B, e vice-versa.
I	ALGUM A é B	 Existe pelo menos um elemento comum aos conjuntos A e B. Podemos ainda representar das seguintes formas:  
O	ALGUM A NÃO é B	 Perceba-se que, nesta sentença, a atenção está sobre o(s) elemento (s) de A que não são B (enquanto que, no “Algum A é B”, a atenção estava sobre os que eram B, ou seja, na intercessão). Temos também no segundo caso, a diferença entre conjuntos, que forma o conjunto A - B