CÓD: OP-118DZ-23
7908403546893

IF BAIANO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA BAIANO

Professor- Matemática

EDITAL Nº 236, DE 12 DE DEZEMBRO DE 2023

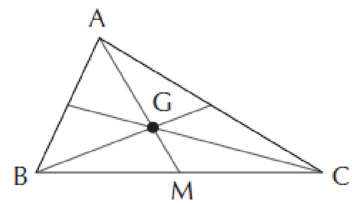
Língua Portuguesa

Legislação

Conhecimentos Específicos Professor - Matemática

Baricentro

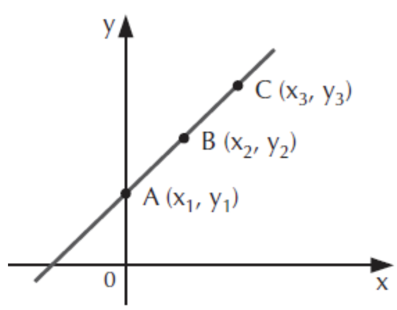
O baricentro (G) de um triângulo é o ponto de intersecção das medianas do triângulo. O baricentro divide as medianas na razão de 2:1.



$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

Condição de alinhamento de três pontos

Consideremos três pontos de uma mesma reta (colineares), $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$.



Estes pontos estarão alinhados se, e somente se:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

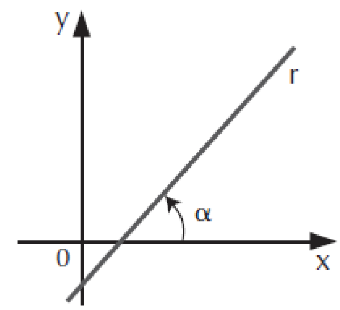
Por outro lado, se $D \neq 0$, então os pontos A, B e C serão vértices de um triângulo cuja área é:

$$A_\triangle = \frac{1}{2}|D|$$

onde o valor do determinante é sempre dado em módulo, pois a área não pode ser um número negativo.

Inclinação de uma reta e Coeficiente angular de uma reta (ou declividade)

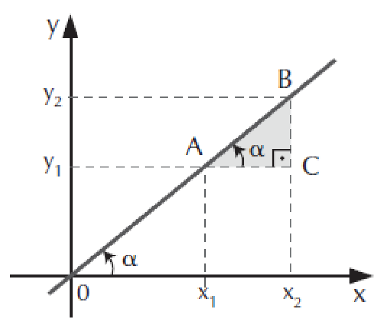
À medida do ângulo α, onde α é o menor ângulo que uma reta forma com o eixo x, tomado no sentido anti-horário, chamamos de inclinação da reta r do plano cartesiano.



Já a declividade é dada por: **m = tgα**

Cálculo do coeficiente angular

Se a inclinação α nos for desconhecida, podemos calcular o coeficiente angular m por meio das coordenadas de dois pontos da reta, como podemos verificar na imagem.



$$\text{tg}\,\alpha = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ com } x_1 \neq x_2$$

Reta

Equação da reta

A equação da reta é determinada pela relação entre as abscissas e as ordenadas. Todos os pontos desta reta obedecem a uma mesma lei. Temos duas maneiras de determinar esta equação:

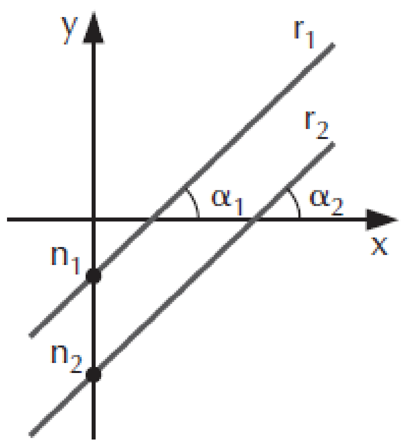
1) Um ponto e o coeficiente angular

Exemplo:

Consideremos um ponto P(1, 3) e o coeficiente angular m = 2.

Dados $P(x_1, y_1)$ e $Q(x, y)$, com $P \in r$, $Q \in r$ e *m* a declividade da reta r, a equação da reta r será:

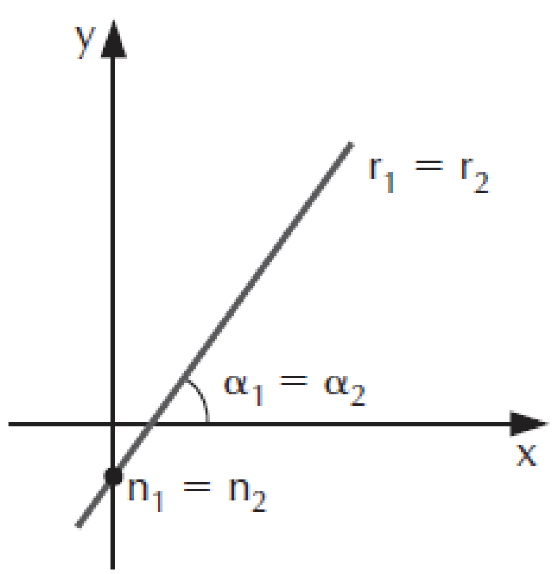
B) Retas paralelas: Se r_1 e r_2 são paralelas, seus ângulos com o eixo x são iguais e, em consequência, seus coeficientes angulares são iguais ($m_1 = m_2$). Entretanto, para que sejam paralelas, é necessário que seus coeficientes lineares n_1 e n_2 sejam diferentes



$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \Rightarrow \text{tg}\ \alpha_1 \neq \text{tg}\ \alpha_2$$

$$\boxed{m_1 = m_2 \text{ e } n_1 \neq n_2}$$

C) Retas coincidentes: Se r_1 e r_2 são coincidentes, as retas cortam o eixo y no mesmo ponto; portanto, além de terem seus coeficientes angulares iguais, seus coeficientes lineares também serão iguais.



$$\boxed{m_1 = m_2 \text{ e } n_1 = n_2}$$

Intersecção de retas

Duas retas concorrentes, apresentam um ponto de intersecção P(a, b), em que as coordenadas (a, b) devem satisfazer as equações de ambas as retas. Para determinarmos as coordenadas de P, basta resolvermos o sistema constituído pelas equações dessas retas.

Condição de perpendicularismo

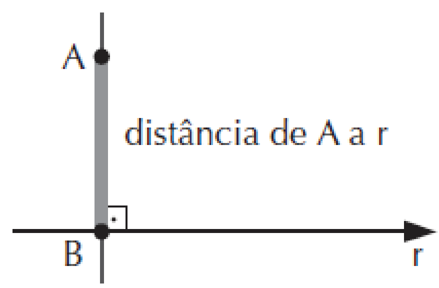
Se duas retas, r_1 e r_2, são perpendiculares entre si, a seguinte relação deverá ser verdadeira.

$$\boxed{m_1 = -\frac{1}{m_2}}$$

onde m_1 e m_2 são os coeficientes angulares das retas r_1 e r_2, respectivamente.

Distância entre um ponto e uma reta

A distância de um ponto a uma reta é a medida do segmento perpendicular que liga o ponto à reta. Utilizamos a fórmula a seguir para obtermos esta distância.



$$\boxed{d(P,\ r) = \frac{|a \cdot x_p + b \cdot y_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

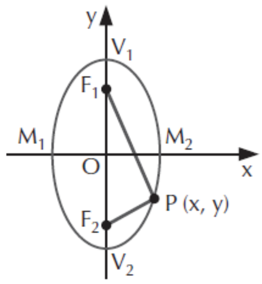
onde d(P, r) é a distância entre o ponto $P(x_p, y_p)$ e a reta r .

Exemplo:

(UEPA) O comandante de um barco resolveu acompanhar a procissão fluvial do Círio-2002, fazendo o percurso em linha reta. Para tanto, fez uso do sistema de eixos cartesianos para melhor orientação. O barco seguiu a direção que forma 45° com o sentido positivo do eixo x, passando pelo ponto de coordenadas (3, 5). Este trajeto ficou bem definido através da equação:

(A) y = 2x – 1
(B) y = - 3x + 14
(C) y = x + 2
(D) y = - x + 8
(E) y = 3x – 4

b) Centrada na origem e com o eixo maior na vertical.



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

A **Análise Combinatória** é a parte da Matemática que desenvolve meios para trabalharmos com problemas de contagem. Vejamos eles:

Princípio fundamental de contagem (PFC)

É o total de possibilidades de o evento ocorrer.

• **Princípio multiplicativo:** P1. P2. P3. ... .Pn.(regra do “e”). É um princípio utilizado em sucessão de escolha, como ordem.

• **Princípio aditivo:** P1 + P2 + P3 + ... + Pn. (regra do “ou”). É o princípio utilizado quando podemos escolher uma coisa ou outra.

Exemplos:

(BNB) Apesar de todos os caminhos levarem a Roma, eles passam por diversos lugares antes. Considerando-se que existem três caminhos a seguir quando se deseja ir da cidade A para a cidade B, e que existem mais cinco opções da cidade B para Roma, qual a quantidade de caminhos que se pode tomar para ir de A até Roma, passando necessariamente por B?

(A) Oito.
(B) Dez.
(C) Quinze.
(D) Dezesseis.
(E) Vinte.

Resolução:

Observe que temos uma sucessão de escolhas:

Primeiro, de A para B e depois de B para Roma.

1ª possibilidade: 3 (A para B).

Obs.: o número 3 representa a quantidade de escolhas para a primeira opção.

2ª possibilidade: 5 (B para Roma).

Temos duas possibilidades: A para B depois B para Roma, logo, uma sucessão de escolhas.

Resultado: 3 . 5 = 15 possibilidades.

Resposta: C.

(PREF. CHAPECÓ/SC – ENGENHEIRO DE TRÂNSITO – IOBV) Em um restaurante os clientes têm a sua disposição, 6 tipos de carnes, 4 tipos de cereais, 4 tipos de sobremesas e 5 tipos de sucos. Se o cliente quiser pedir 1 tipo carne, 1 tipo de cereal, 1 tipo de sobremesa e 1 tipo de suco, então o número de opções diferentes com que ele poderia fazer o seu pedido, é:

(A) 19
(B) 480
(C) 420
(D) 90

Resolução:

A questão trata-se de princípio fundamental da contagem, logo vamos enumerar todas as possibilidades de fazermos o pedido:

6 x 4 x 4 x 5 = 480 maneiras.

Resposta: B.

Fatorial

Sendo n um número natural, chama-se de n! (lê-se: n fatorial) a expressão:

n! = n (n - 1) (n - 2) (n - 3). ... .2 . 1, como n ≥ 2.

Exemplos:

5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120.

7! = 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 5.040.

ATENÇÃO
0! = 1
1! = 1
Tenha cuidado 2! = 2, pois 2 . 1 = 2. E 3! Não é igual a 3, pois 3 . 2 . 1 = 6.

Arranjo simples

Arranjo simples de n elementos tomados p a p, onde n>=1 e p é um número natural, é qualquer ordenação de p elementos dentre os n elementos, em que cada maneira de tomar os elementos se diferenciam pela ordem e natureza dos elementos.

Atenção: *Observe que no grupo dos elementos: {1,2,3} um dos arranjos formados, com três elementos, 123 é DIFERENTE de 321, e assim sucessivamente.*

• **Sem repetição**

A fórmula para cálculo de arranjo simples é dada por:

$$A_{np} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Onde:

n = Quantidade total de elementos no conjunto.

P =Quantidade de elementos por arranjo

Exemplo: Uma escola possui 18 professores. Entre eles, serão escolhidos: um diretor, um vice-diretor e um coordenador pedagógico. Quantas as possibilidades de escolha?

n = 18 (professores)

Combinação

Combinação é uma escolha de um grupo, SEM LEVAR EM CONSIDERAÇÃO a ordem dos elementos envolvidos.

• Sem repetição

Dados *n* elementos distintos, chama-se de combinação simples desses *n* elementos, tomados *p* a *p*, a qualquer agrupamento de *p* elementos distintos, escolhidos entre os *n* elementos dados e que diferem entre si pela natureza de seus elementos.

Fórmula:

$$C_{n,\,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ ,com } n \geq p$$

Exemplo:

(CRQ 2ª REGIÃO/MG – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – FUNDEP) Com 12 fiscais, deve-se fazer um grupo de trabalho com 3 deles. Como esse grupo deverá ter um coordenador, que pode ser qualquer um deles, o número de maneiras distintas possíveis de se fazer esse grupo é:

(A) 4
(B) 660
(C) 1 320
(D) 3 960

Resolução:

Como trata-se de Combinação, usamos a fórmula:

$$Cn,p = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$$

Onde n = 12 e p = 3

$$Cn,p = \frac{n!}{(n-p)!\,p!} \rightarrow C12{,}3 = \frac{12!}{(12-3)!\,3!} = \frac{12!}{9!\,3!}$$

$$= \frac{12.11.10.9!}{9!\,3!} = \frac{1320}{3.2.1} = \frac{1320}{6} = 220$$

Como cada um deles pode ser o coordenado, e no grupo tem 3 pessoas, logo temos 220 x 3 = 660.

Resposta: B.

As questões que envolvem combinação estão relacionadas a duas coisas:

– Escolha de um grupo ou comissões.

– Escolha de grupo de elementos, sem ordem, ou seja, escolha de grupo de pessoas, coisas, objetos ou frutas.

• Com repetição

É uma escolha de grupos, sem ordem, porém, podemos repetir elementos na hora de escolher.

$$CRn,p = C\, n+p-1,p$$

Exemplo:

Em uma combinação com repetição classe 2 do conjunto {a, b, c}, quantas combinações obtemos?

Utilizando a fórmula da combinação com repetição, verificamos o mesmo resultado sem necessidade de enumerar todas as possibilidades:

n = 3 e p = 2

$$CRn,p = C\,n+p-1,p \rightarrow CR\,3+2-1{,}2$$

$$\rightarrow CR4{,}2 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3.2!}{2!\,2!} = \frac{12}{2} = 6$$

Probabilidade

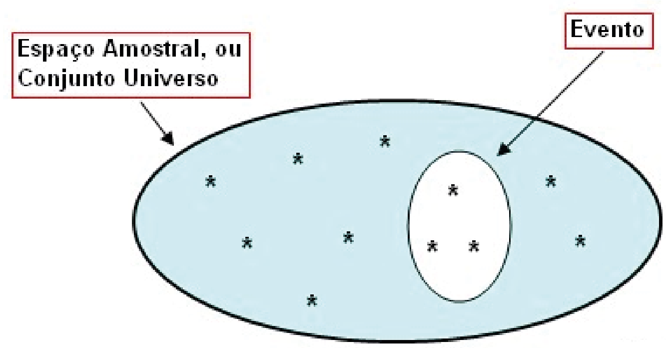
A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório.

Elementos da teoria das probabilidades

• Experimentos aleatórios: fenômenos que apresentam resultados imprevisíveis quando repetidos, mesmo que as condições sejam semelhantes.

• Espaço amostral: é o conjunto U, de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

• Evento: qualquer subconjunto de um espaço amostral, ou seja, qualquer que seja E Ì U, onde E é o evento e U, o espaço amostral.



Experimento composto

Quando temos dois ou mais experimentos realizados simultaneamente, dizemos que o experimento é composto. Nesse caso, o número de elementos do espaço amostral é dado pelo produto dos números de elementos dos espaços amostrais de cada experimento.

$n(U) = n(U_1).n(U_2)$

Probabilidade de um evento

Em um espaço amostral U, equiprobabilístico (com elementos que têm chances iguais de ocorrer), com n(U) elementos, o evento E, com n(E) elementos, onde E Ì U, a probabilidade de ocorrer o evento E, denotado por p(E), é o número real, tal que:

$$\mathbf{P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ ou } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

– Se dois eventos forem independentes: dois eventos A e B de um espaço amostral S são independentes quando P(A|B) = P(A) ou P(B|A) = P(B). Sendo os eventos A e B independentes, temos:

P (A ∩ B) = P(A). P(B)

Lei Binomial de probabilidade

A lei binominal das probabilidades é dada pela fórmula:

$$p = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

Sendo:

n: número de tentativas independentes;

p: probabilidade de ocorrer o evento em cada experimento (sucesso);

q: probabilidade de não ocorrer o evento (fracasso); q = 1 - p

k: número de sucessos.

ATENÇÃO:

A **lei binomial** deve ser aplicada nas seguintes condições:

– O experimento deve ser repetido nas mesmas condições as n vezes.

– Em cada experimento devem ocorrer os eventos E e .

– A probabilidade do E deve ser constante em todas as n vezes.

– Cada experimento é independente dos demais.

Exemplo:

Lançando-se um dado 5 vezes, qual a probabilidade de ocorrerem três faces 6?

Resolução:

n: número de tentativas ⇒ n = 5

k: número de sucessos ⇒ k = 3

p: probabilidade de ocorrer face 6 ⇒ p = 1/6

q: probabilidade de não ocorrer face 6 ⇒ q = 1- p ⇒ q = 5/6

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL A UMA VARIÁVEL. CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL A VÁRIAS VARIÁVEIS.

Prezado Candidato , o tema "Integral" já foi abordado anteriormente no decorrer desta matéria.

Limite

A definição de limite é empregada para descrever o comportamento de uma função à medida que nos aproximamos de valores específicos. O conceito de limite de uma função desempenha um papel fundamental no cálculo diferencial e em outros ramos da análise matemática, pois é essencial para a definição de derivadas e para compreender a continuidade de funções.

Dizemos que uma função f(x) tem um limite A quando x → a (→: tende), isto é,

$$\lim_{x \to a} f(x) = A$$

Se, à medida que x se aproxima de seu limite, de qualquer forma, sem alcançar o valor a, o módulo de f(x)–A torna-se e permanece menor que qualquer valor positivo predefinido, independentemente de quão pequeno seja.

Teoremas

1. A soma dos limites de duas ou mais funções da mesma variável é igual ao limite da sua soma.

2. O limite do produto de duas ou mais funções da mesma variável é igual ao produto dos seus limites.

3. O limite do quociente de duas ou mais funções da mesma variável é igual ao quociente dos seus limites, desde que o limite do divisor seja diferente de zero.

4. O limite da raiz positiva de uma função é igual à raiz positiva do limite da função, considerando que esta raiz seja real.

Devemos ter atenção em não supor que $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$, pois $\lim_{x \to a} f(x)$ depende do comportamento de f(x) para os valores de x próximos, mas diferentes de a, enquanto f(a) é o valor da função em x = a.

Determinando o limite de uma função:

$$\lim_{x \to 4} \frac{x-4}{x^2 - x - 12} = \lim_{x \to 4} \frac{x-4}{(x-4)(x+3)} = \lim_{x \to 4} \frac{1}{x+3} = \lim_{x \to 4} \frac{1}{7}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{x-3}{x^2 - 9} = \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{x+3} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{6}$$

Propriedades dos Limites:

1ª) $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$

O limite da soma é a soma dos limites.

O limite da diferença é a diferença dos limites.

2ª) $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

O limite do produto é o produto dos limites.

3ª) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$

O limite do quociente é o quociente dos limites desde que o denominador não seja zero.

4ª) $\lim_{x \to a} f(x)^n = \left(\lim_{x \to a} f(x)\right)^n, n \in \mathbb{N}^*$

5ª)

$$\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)}, n \in \mathbb{N}^* \text{ e } f(x) > 0. \text{ (Se } f(x) \leq 0, n \text{ é ímpar.)}$$

Derivadas

A derivada de uma função y=f(x) em um ponto x=x0 é igual ao valor da tangente trigonométrica do ângulo formado pela tangente geométrica à curva representativa de y=f(x) no ponto x=x0 . Em outras palavras, a derivada corresponde ao coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função no ponto x0. A derivada de uma função y=f(x) pode ser simbolizada pelos seguintes símbolos:

y' , dy/dx ou f ' (x).

A derivada de uma função f(x) no ponto x0 é dada por:

$$\frac{df}{dx}(x_0) = f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Algumas derivadas básicas

Nas fórmulas abaixo, u e v são funções da variável x. E a, b, c e n são constantes.

- Derivada de uma constante

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

– Derivada da potência

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n.x^{n-1}$$

Portanto:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

– Produto por uma constante

$$\frac{d}{dx}(cu) = c\frac{du}{dx}$$

– Derivada do produto

$$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

– Derivada da divisão

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

– Potência de uma função

$$\frac{d}{dx}(u^n) = n.u^{n-1}\frac{du}{dx}$$

(i) se f(x) (segunda derivada) >0 para todo x em I(intervalo), então o gráfico de f possui concavidade para cima em I
(ii) se f(x) <0 para todo x em I, então o gráfico de f possui concavidade para baixo em I.

– Teste da segunda derivada para extremos relativos
Seja a função f diferenciável no intervalo aberto I e suponha que c seja um ponto em I, tal que f (x) (primeira derivada) = 0 e f (x) (segunda derivada) exista.
(i) se f (c) >0, então f possui um mínimo relativo em c.
(ii) se f (c) < 0, então f possui um máximo relativo em c.

– Teste da Derivada segunda
Suponha que f (2 derivada) seja contínua na proximidade de c.
(i) se f (c) =0 e f (c) >0, então f tem um mínimo local em c.
(ii) se f (c) = 0 e f (c) <0, então f tem um máximo local em c.

Regra L' Hopital
Aqui abordaremos apenas a ideia intuitiva, evitando definições que possivelmente causariam confusão e se afastariam do objetivo. No entanto, durante o estudo dos limites de uma função, nos deparamos com situações em que ocorrem indeterminações do tipo:

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

Ou

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$$

Nesses casos recorremos a diversos casos de fatoração para tentarmos driblar a indeterminação, como por exemplo:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{4-4}{2-2} = \frac{0}{0}$$

Para "fugir" da indeterminação, fatoramos a expressão x^2-4

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} x+2 = 4$$

No entanto, existem situações em que não é viável empregar nenhum desses artifícios. Nessas circunstâncias, recorremos às regras de L'Hopital, as quais podem ser eficientemente exploradas no ensino médio, sempre com o propósito de simplificar a interpretação do comportamento das funções e facilitar a construção de gráficos.

A primeira regra de L´Hopital diz que

Sejam f e g duas funções contínuas num intervalo **I**, deriváveis no interior de I, tais que g'(x) ≠ 0 para todo **x** no interior de I. Seja a∈ I e suponhamos que f(a) = g(a) = 0 e que existe $\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$, finito ou infinito. Então existe $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ e mais ainda

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Ao compreender ambas as propriedades, torna-se mais simples calcular os limites em situações de indeterminação mencionadas anteriormente. É crucial enfatizar aos alunos que essas propriedades só podem ser aplicadas se as condições necessárias forem atendidas.