CÓD: OP-137DZ-23
7908403547340

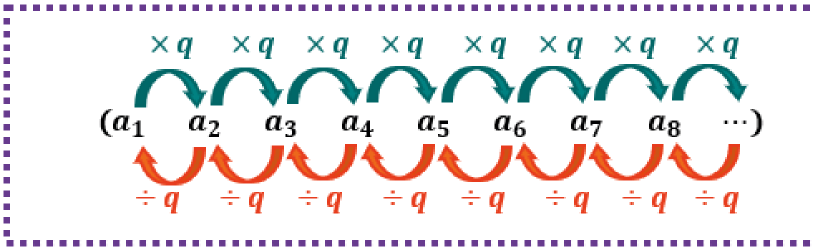
CASA DA MOEDA DO BRASIL

Técnico de segurança- segurança corporativa e patrimonial e Técnico de segurança- prevenção e combate a incêndio

EDITAL Nº 1, DE 15 DE DEZEMBRO DE 2023

Português

Matemática



Cálculo da razão

A razão da P.G. é obtida dividindo um termo por seu antecessor. Assim: $(a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n, ...)$ é P.G. $\Leftrightarrow a_n = (a_{n-1})\, q$, $n \geq 2$

$$\boxed{q = \frac{a_n}{a_{n-1}}}$$

Exemplos:

- $(-36, -18, -9, \frac{-9}{2}, \frac{-9}{4}, ...)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = -36$ e razão $q = \frac{1}{2}$
- $(3,3,3,3,3,3,...)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 3$ e razão $q = 1$
- $(6, 0, 0, 0, 0, 0,...)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 6$ e razão $q = 0$
- $(0, 0, 0, 0, 0, 0,...)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 0$ e razão q indeterminada

Classificação

Uma P.G. é classificada de acordo com o primeiro termo e a razão.

CRESCENTE	DECRESCENTE	ALTERNANTE	CONSTANTE	SINGULAR
$a_1 > 0$ e $q > 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.	$a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $q > 1$.	**Cada termo apresenta** sinal contrário ao do anterior. Isto ocorre quando. $q < 0$	$q = 1$. (também é chamada de Estacionária)	$a_1 = 0$ ou $q = 0$.

Fórmula do termo geral

Em toda P.G. cada termo é o anterior multiplicado pela razão, então temos:

1° termo: a_1
2° termo: $a_2 = a_1.q$
3° termo: $a_3 = a_2.q = a_1.q.q = a_1q^2$
4° termo: $a_4 = a_3.q = a_1.q^2.q = a_1.q^3$
5° termo: $a_5 = a_4.q = a_1.q^3.q = a_1.q^4$

. . . . .
. . . . .
. . . . .

n° termo é:

termo geral
número de termos

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

1° termo
razão da PG

Produto dos *n* termos

$$P_n = (a_1)^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Temos as seguintes regras para o produto:
1) O produto de **n** números positivos é sempre positivo.
2) No produto de **n** números negativos:
a) se **n** é par: o produto é positivo.
b) se **n** é ímpar: o produto é negativo.

Soma dos infinitos termos

A soma dos infinitos termos de uma P.G de razão q, com -1 < q < 1, é dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

Exemplo:

A soma dos elementos da sequência numérica infinita (3; 0,9; 0,09; 0,009; ...) é
(A) 3,1
(B) 3,9
(C) 3,99
(D) 3, 999
(E) 4

Resolução:

Sejam S as somas dos elementos da sequência e S_1 a soma da PG infinita (0,9; 0,09; 0,009;...) de razão q = 0,09/0,9 = 0,1. Assim:

$S = 3 + S_1$

Como -1 < q < 1 podemos aplicar a fórmula da soma de uma PG infinita para obter S_1:

$S_1 = 0,9/(1 - 0,1) = 0,9/0,9 = 1 \rightarrow S = 3 + 1 = 4$

Resposta: E

ANÁLISE COMBINATÓRIA: PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM, PERMUTAÇÃO, ARRANJO E COMBINAÇÃO

Temos dois princípios de contagem: o aditivo e o multiplicativo. Vejamos

Princípio aditivo

Se existem m1 possibilidades de ocorrer um evento E1, m2 possibilidades de ocorrer um evento E2 e m3 para ocorrer o evento E3, o número total de possibilidades de ocorrer o evento E1 ou o evento E2 ou o evento E3, será de m1+m2+m3.

O conectivo que caracteriza a aplicação do princípio aditivo é o "OU", que está associado a união de conjuntos.

Exemplo:

(CORPO DE BOMBEIROS MILITAR/MT – OFICIAL BOMBEIRO MILITAR – COVEST – UNEMAT) A maioria das pizzarias disponibilizam uma grande variedade de sabores aos seus clientes. A pizzaria "Vários Sabores" disponibiliza dez sabores diferentes. No entanto, as pizzas pequenas podem ser feitas somente com um sabor; as médias, com até dois sabores, e as grandes podem ser montadas com até três sabores diferentes.

Imagine que um cliente peça uma pizza grande.

De quantas maneiras diferentes a pizza pode ser montada no que diz respeito aos sabores?
(A) 10
(B) 720
(C) 100
(D) 820
(E) 730

Resolução:

As pizzas grandes podem ser montadas com ATÉ 3 sabores:
* <u>1 sabor</u>: 10 maneiras
* <u>2 sabores</u>: 10 . 9 = 90 maneiras
* <u>3 sabores</u>: 10 . 9 . 8 = 720 maneiras

Como as pizzas podem ter 1 OU 2 OU 3 sabores, basta SOMAR cada uma das possibilidades, temos: 10 + 90 + 720 = 820 maneiras.

Resposta: D

Princípio multiplicativo ou fundamental da contagem (PFC)

Constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos, através das possibilidades dadas. Podemos dizer que, um evento B pode ser feito de n maneiras, então, existem **m • n** maneiras de fazer e executar o evento B.

Exemplo:

(CÂMARA DE CHAPECÓ/SC – ASSISTENTE DE LEGISLAÇÃO E ADMINISTRAÇÃO – OBJETIVA) Quantos são os gabaritos possíveis para uma prova com 6 questões, sendo que cada questão possui 4 alternativas, e apenas uma delas é a alternativa correta?
(A) 1.296
(B) 3.474
(C) 2.348
(D) 4.096

Resolução:

4 . 4 . 4 . 4 . 4 . 4 = 4096

Resposta: D

A **Análise Combinatória** é a parte da Matemática que desenvolve meios para trabalharmos com problemas de contagem. Vejamos eles:

Princípio fundamental de contagem (PFC)

É o total de possibilidades de o evento ocorrer.

• **Princípio multiplicativo:** P1. P2. P3. ... .Pn.(regra do "e"). É um princípio utilizado em sucessão de escolha, como ordem.

• **Princípio aditivo:** P1 + P2 + P3 + ... + Pn. (regra do "ou"). É o princípio utilizado quando podemos escolher uma coisa ou outra.

• Sem repetição

$$P_n = n!$$

Atenção: *Todas as questões de permutação simples podem ser resolvidas pelo princípio fundamental de contagem (PFC).*

Exemplo:

(PREF. LAGOA DA CONFUSÃO/TO – ORIENTADOR SOCIAL – IDECAN) Renato é mais velho que Jorge de forma que a razão entre o número de anagramas de seus nomes representa a diferença entre suas idades. Se Jorge tem 20 anos, a idade de Renato é

(A) 24.
(B) 25.
(C) 26.
(D) 27.
(E) 28.

Resolução:

Anagramas de RENATO

_ _ _ _ _ _
6.5.4.3.2.1=720

Anagramas de JORGE

_ _ _ _ _
5.4.3.2.1=120

Razão dos anagramas: 720/120=6
Se Jorge tem 20 anos, Renato tem 20+6=26 anos.
Resposta: C.

• Com repetição

Na permutação com elementos repetidos ocorrem permutações que não mudam o elemento, pois existe troca de elementos iguais. Por isso, o uso da fórmula é fundamental.

$$P_n^{(\alpha,\beta,\ldots,\gamma)} = \frac{n!}{\alpha!\beta!\ldots\gamma!}$$

Exemplo:

(CESPE) Considere que um decorador deva usar 7 faixas coloridas de dimensões iguais, pendurando-as verticalmente na vitrine de uma loja para produzir diversas formas. Nessa situação, se 3 faixas são verdes e indistinguíveis, 3 faixas são amarelas e indistinguíveis e 1 faixa é branca, esse decorador conseguirá produzir, no máximo, 140 formas diferentes com essas faixas.

( ) Certo
( ) Errado

Resolução:

Total: 7 faixas, sendo 3 verdes e 3 amarelas.

$$P_7^{3,3} = \frac{7!}{3!\,3!} = \frac{7.6.5.4.3!}{3!\,3.2.1} = \frac{7.6.5.4.}{6} = \frac{840}{6} = 140.$$

Resposta: Certo.

• Circular

A permutação circular é formada por pessoas em um formato circular. A fórmula é necessária, pois existem algumas permutações realizadas que são iguais. Usamos sempre quando:

a) Pessoas estão em um formato circular.
b) Pessoas estão sentadas em uma mesa quadrada (retangular) de 4 lugares.

$$P_c = \frac{n!}{n} \text{ ou } (n-1)!$$

Exemplo:

(CESPE) Uma mesa circular tem seus 6 lugares, que serão ocupados pelos 6 participantes de uma reunião. Nessa situação, o número de formas diferentes para se ocupar esses lugares com os participantes da reunião é superior a 102.

( ) Certo
( ) Errado

Resolução:

É um caso clássico de permutação circular.
Pc = (6 - 1) ! = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120 possibilidades.
Resposta: CERTO.

Combinação

Combinação é uma escolha de um grupo, SEM LEVAR EM CONSIDERAÇÃO a ordem dos elementos envolvidos.

• Sem repetição

Dados *n* elementos distintos, chama-se de combinação simples desses *n* elementos, tomados *p* a *p*, a qualquer agrupamento de *p* elementos distintos, escolhidos entre os *n* elementos dados e que diferem entre si pela natureza de seus elementos.

Fórmula:

$$C_{n,\,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ ,com } n \geq p$$

Exemplo:

(CRQ 2ª REGIÃO/MG – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – FUNDEP) Com 12 fiscais, deve-se fazer um grupo de trabalho com 3 deles. Como esse grupo deverá ter um coordenador, que pode ser qualquer um deles, o número de maneiras distintas possíveis de se fazer esse grupo é:

(A) 4
(B) 660
(C) 1 320
(D) 3 960

Resolução:

Como trata-se de Combinação, usamos a fórmula:

$$Cn,p = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$$

Experimento composto

Quando temos dois ou mais experimentos realizados simultaneamente, dizemos que o experimento é composto. Nesse caso, o número de elementos do espaço amostral é dado pelo produto dos números de elementos dos espaços amostrais de cada experimento.

$n(U) = n(U_1).n(U_2)$

Probabilidade de um evento

Em um espaço amostral U, equiprobabilístico (com elementos que têm chances iguais de ocorrer), com n(U) elementos, o evento E, com n(E) elementos, onde E Ì U, a probabilidade de ocorrer o evento E, denotado por p(E), é o número real, tal que:

$$\mathbf{P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}}$$

Onde,

n(E) = número de elementos do evento E.

n(S) = número de elementos do espaço amostral S.

Sendo 0 ≤ P(E) ≤ 1 e S um **conjunto equiprovável**, ou seja, **todos os elementos têm a mesma "chance de acontecer.**

ATENÇÃO:

As probabilidades podem ser escritas na forma decimal ou representadas em porcentagem.

Assim: 0 ≤ p(E) ≤ 1, onde:

p(∅) = 0 ou p(∅) = 0%

p(U) = 1 ou p(U) = 100%

Exemplo:

(PREF. NITERÓI – AGENTE FAZENDÁRIO – FGV) O quadro a seguir mostra a distribuição das idades dos funcionários de certa repartição pública:

FAIXA DE IDADES (ANOS)	NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS
20 ou menos	2
De 21 a 30	8
De 31 a 40	12
De 41 a 50	14
Mais de 50	4

Escolhendo ao acaso um desses funcionários, a probabilidade de que ele tenha mais de 40 anos é:

(A) 30%;

(B) 35%;

(C) 40%;

(D) 45%;

(E) 55%.

Resolução:

O espaço amostral é a soma de todos os funcionário:

2 + 8 + 12 + 14 + 4 = 40

O número de funcionário que tem mais de 40 anos é: 14 + 4 = 18

Logo a probabilidade é:

$$P(E) = \frac{18}{40} = 0{,}45 = 45\%$$

Resposta: D

$$p = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

Sendo:

n: número de tentativas independentes;

p: probabilidade de ocorrer o evento em cada experimento (sucesso);

q: probabilidade de não ocorrer o evento (fracasso); q = 1 - p

k: número de sucessos.

ATENÇÃO:

A **lei binomial** deve ser aplicada nas seguintes condições:

– O experimento deve ser repetido nas mesmas condições as n vezes.

– Em cada experimento devem ocorrer os eventos E e .

– A probabilidade do E deve ser constante em todas as n vezes.

– Cada experimento é independente dos demais.

Exemplo:

Lançando-se um dado 5 vezes, qual a probabilidade de ocorrerem três faces 6?

Resolução:

n: número de tentativas ⇒ n = 5

k: número de sucessos ⇒ k = 3

p: probabilidade de ocorrer face 6 ⇒ p = 1/6

q: probabilidade de não ocorrer face 6 ⇒ q = 1- p ⇒ q = 5/6

GEOMETRIA PLANA: POLÍGONOS, CIRCUNFERÊNCIA, CÍRCULO, TEOREMA DE PITÁGORAS; PERÍMETROS E ÁREAS

A geometria é uma área da matemática que estuda as formas geométricas desde comprimento, área e volume[1]. O vocábulo geometria corresponde a união dos termos “geo” (terra) e “metron” (medir), ou seja, a “medida de terra”.

A Geometria é dividida em três categorias:

- Geometria Analítica;
- Geometria Plana;
- Geometria Espacial;

Assim, a geometria analítica, também chamada de geometria cartesiana, une conceitos de álgebra e geometria através dos sistemas de coordenadas. Os conceitos mais utilizados são o ponto e a reta.

Enquanto a geometria plana ou euclidiana reúne os estudos sobre as figuras planas, ou seja, as que não apresentam volume, a geometria espacial estuda as figuras geométricas que possuem volume e mais de uma dimensão.

— Geometria Plana

É a área da matemática que estuda as formas que não possuem volume. Triângulos, quadriláteros, retângulos, circunferências são alguns exemplos de figuras de geometria plana (polígonos)[2].

1 *https://www.todamateria.com.br/matematica/geometria/#:~:text=A%20geometria%20%C3%A9%20uma%20%C3%A1rea,Geometria%20Anal%C3%ADtica*

2 *https://bityli.com/BMvcWO*

Para geometria plana, é importante saber calcular a área, o perímetro e o(s) lado(s) de uma figura a partir das relações entre os ângulos e as outras medidas da forma geométrica.

Algumas fórmulas de geometria plana:

— Teorema de Pitágoras

Uma das fórmulas mais importantes para esta frente matemática é o Teorema de Pitágoras.

Em um triângulo retângulo (com um ângulo de 90º), a soma dos quadrados dos catetos (os “lados” que formam o ângulo reto) é igual ao quadrado da hipotenusa (a aresta maior da figura).

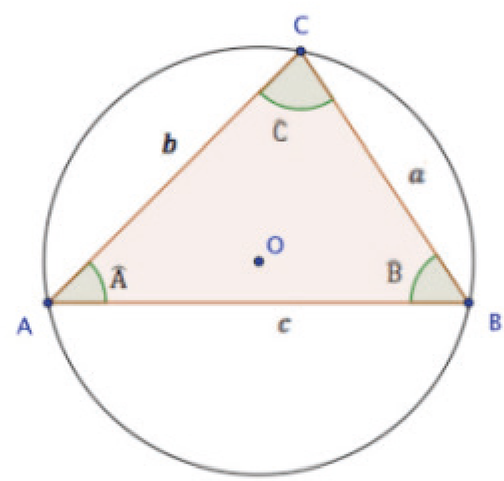
Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$

— Lei dos Senos

Lembre-se que o Teorema de Pitágoras é válido apenas para triângulos retângulos. A lei dos senos e lei dos cossenos existe para facilitar os cálculos para todos os tipos de triângulos.

Veja a fórmula abaixo. Onde a, b e c são lados do triângulo.

Para qualquer triângulo ABC inscrito em uma circunferência de centro O e raio R, temos que:



$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} = 2R$$

— Lei dos Cossenos

A lei dos cossenos pode ser utilizada para qualquer tipo de triângulo, mesmo que ele não tenha um ângulo de 90º. Basta conhecer o cosseno de um dos ângulos e o valor de dois lados (arestas) do triângulo.

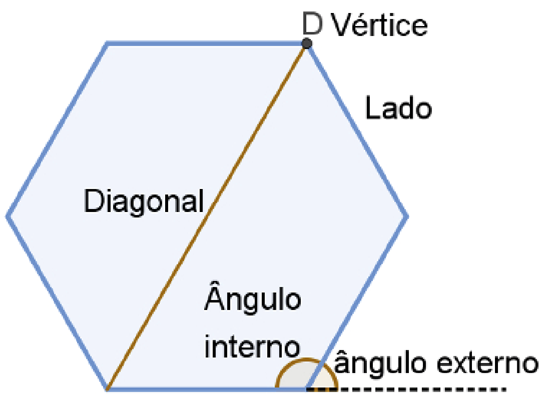
Veja a fórmula abaixo. Onde a, b e c são lados do triângulo.

Para qualquer triângulo ABC, temos que:

POLÍGONOS: POLÍGONOS CONVEXOS REGULARES E NÃO REGULARES. CÁLCULO DA DIAGONAL, NÚMERO DE DIAGONAIS, SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS, SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS, ÂNGULOS INTERNOS E ÂNGULOS EXTERNOS. ÁREAS DOS POLÍGONOS

Polígonos são linhas fechadas formadas apenas por segmentos de reta que não se cruzam. Ou seja, são figuras geométricas planas formadas por lados, que, por sua vez, são segmentos de reta.

Elementos de um polígono



• **Lados:** cada um dos segmentos de reta que une vértices consecutivos.
• **Vértices**: ponto de intersecção de dois lados consecutivos.
• **Diagonais:** Segmentos que unem dois vértices não consecutivos
• **Ângulos internos**: ângulos formados por dois lados consecutivos
• **Ângulos externos**: ângulos formados por um lado e pelo prolongamento do lado a ele consecutivo.

Classificação

Os polígonos são classificados de acordo com o número de lados, conforme a tabela.

No. de lados	Polígono	No. de lados	Polígono
1	não existe	11	undecágono
2	não existe	12	dodecágono
3	triângulo	13	tridecágono
4	quadrilátero	14	tetradecágono
5	pentágono	15	pentadecágono
6	hexágono	16	hexadecágono
7	heptágono	17	heptadecágono
8	octógono	18	octadecágono
9	eneágono	19	eneadecágono
10	decágono	20	icoságono

Fórmulas

Diagonais de um vértice: $\mathbf{d_v = n - 3}$.

Total de diagonais: $\mathbf{d} = \frac{(n-3).n}{2}$

Soma dos ângulos internos: $\mathbf{S_i = (n - 2).180°}$.

Soma dos ângulos externos: para qualquer polígono o valor da soma dos ângulos externos é uma constante, isto é, $\mathbf{S_e = 360°}$.

Polígonos Regulares

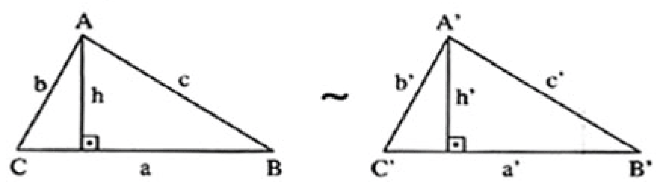
Um polígono é chamado de regular quando tem todos os lados congruentes (iguais) e todos os ângulos congruentes. Para os polígonos regulares temos as seguintes fórmulas, além das quatro acima:

Ângulo interno: $\mathbf{a_i} = \frac{(n-2).180°}{n}$ ou $\mathbf{a_i} = \frac{S_i}{n}$

Ângulo externo: $\mathbf{a_e} = \frac{360°}{n}$ ou $\mathbf{a_e} = \frac{S_e}{n}$

Semelhança de Polígonos

Dois polígonos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

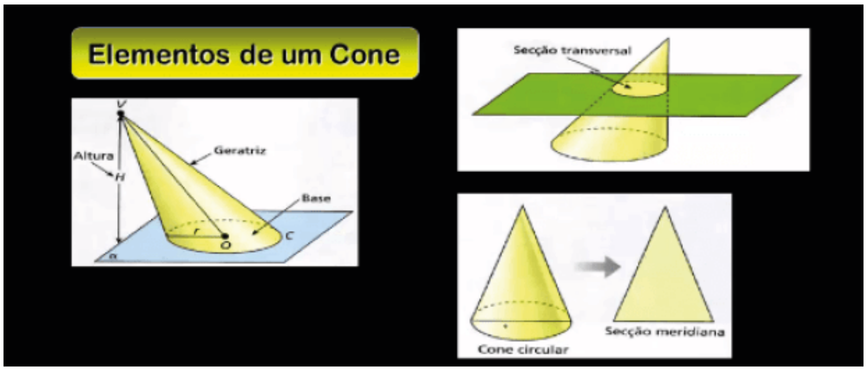


$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} A = A';\ B = B' \text{ e } C = C' \\ \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{h}{h'} = \dots = K \\ K = \text{razão de semelhança} \end{cases}$$

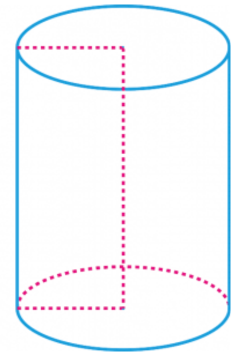
Exemplo:
Um joalheiro recebe uma encomenda para uma joia poligonal. O comprador exige que o número de diagonais seja igual ao número de lados. Sendo assim, o joalheiro deve produzir uma joia:
(A) Triangular
(B) Quadrangular
(C) Pentagonal
(D) Hexagonal
(E) Decagonal

Resolução:
Sendo **d** o número de diagonais e **n** o número de lados, devemos ter:

Área da base do cone: $A = \pi \cdot R^2$
Área da superfície total do cone: S = Š + A
Volume do cone: V = 1/3 . A . H



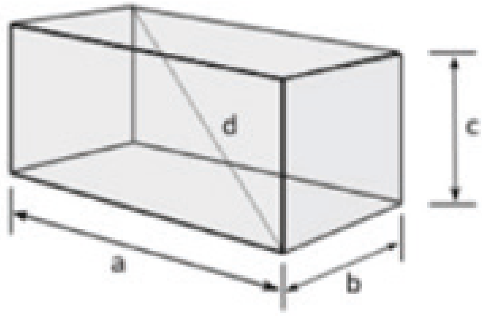
Fórmulas do cilindro



Área da base de um cilindro: $Ab = \pi \cdot r^2$.
Área da superfície lateral de um cilindro: $Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$.
Volume de um cilindro: $V = Ab \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$.
Secção meridiana: corte feito na "vertical"; a área desse corte será $2r \cdot h$.

Fórmulas do Prisma

O prisma é um sólido formado por laterais retangulares e duas bases. Na imagem a seguir, o prisma tem base retangular, sendo um paralelepípedo. O cubo é um paralelepípedo e um prisma.



Diagonal de um paralelepípedo: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
Área total de um paralelepípedo: $A = 2(a.b + a.c + b.c)$.
Volume de um paralelepípedo: $V = a.b.c$.
Prismas retos são sólidos cujas faces laterais são formadas por retângulos.
Volume de um prisma: $V = (\text{área da base}).(\text{altura do prisma})$.