

COM BASE NO IE EA CFS 2/2026



EEAR

ESCOLA DE ESPECIALISTAS DE AERONÁUTICA

CURSO DE FORMAÇÃO DE
SARGENTOS DA AERONÁUTICA

- ▶ Língua Portuguesa
- ▶ Língua Inglesa -
Controle de Tráfego
Aéreo
- ▶ Língua Inglesa -
Especialidades
- ▶ Matemática
- ▶ Física

BÔNUS
CURSO ON-LINE

- PORTUGUÊS
- INFORMÁTICA





EEAR

ESCOLA DE ESPECIALISTAS DE AERONÁUTICA

Curso de Formação de Sargentos da Aeronáutica

EDITAL

**CÓD: OP-116JH-25
7908403576562**

COMO ACESSAR O SEU BÔNUS

Se você comprou essa apostila em nosso site, o bônus já está liberado na sua área do cliente. Basta fazer login com seus dados e aproveitas.

Mas caso você não tenha comprado no nosso site, siga os passos abaixo para ter acesso ao bônus:



Acesse o endereço apostilasopcao.com.br/bonus.



Digite o código que se encontra atrás da apostila (conforme foto ao lado).



Siga os passos para realizar um breve cadastro e acessar o bônus.



COMO SE PREPARAR PARA A PROVA

Preparar-se adequadamente para o dia da prova é essencial para garantir que todo o seu esforço de estudo seja recompensado. Esta seção foi desenvolvida para orientá-lo nos passos práticos e imediatos que devem ser tomados nas semanas e dias que antecedem o exame, garantindo que você chegue ao dia da prova com confiança e tranquilidade.

Revisão Final

A revisão final é crucial para consolidar o conhecimento adquirido ao longo da sua preparação. Aqui estão algumas dicas para maximizar sua eficiência nas semanas e dias que antecedem a prova:



> **Priorização de Tópicos:** Foque nos tópicos mais importantes e que você considera mais desafiadores. Use resumos e questões comentadas para revisar os pontos principais e garantir que esses tópicos estejam frescos na sua memória.



> **Resumos e Questões Comentadas:** Utilize resumos para relembrar os conceitos essenciais e faça questões comentadas para se familiarizar com o estilo de perguntas da banca. Isso ajudará a reforçar o conteúdo e a identificar possíveis dúvidas que ainda precisam ser resolvidas.

Técnicas de Prova

No dia da prova, a forma como você administra seu tempo e lida com as questões pode fazer toda a diferença. Abaixo, algumas estratégias para otimizar seu desempenho:



> **Gestão do Tempo Durante a Prova:** Divida o tempo disponível de acordo com a quantidade de questões e o nível de dificuldade. Comece pelas questões que você tem mais certeza, e deixe as mais difíceis para o final.



> **Lidando com Questões Difíceis:** Se você encontrar uma questão muito difícil, não perca tempo nela. Marque-a para revisar depois e siga em frente com as demais. Isso evita o desgaste mental e garante que você responda o máximo de questões possíveis.



> **Leitura Atenta das Instruções:** Sempre leia com atenção as instruções de cada seção da prova. Isso evitará erros que podem ser facilmente evitados, como marcar a alternativa errada ou não observar uma regra específica da prova.

Simulados e Prática

Os simulados são uma ferramenta poderosa para testar seus conhecimentos e preparar-se para as condições reais da prova:



> **Simulações Realistas:** Faça simulados em um ambiente silencioso e sem interrupções, respeitando o tempo limite da prova real. Isso ajudará a criar uma rotina e reduzirá o nervosismo no dia do exame.



> **Avaliação de Desempenho:** Após cada simulado, avalie seu desempenho e identifique áreas que precisam de mais atenção. Refaça questões que você errou e revise os conceitos relacionados.

Preparação Física e Mental

Estar fisicamente e mentalmente preparado é tão importante quanto o conhecimento adquirido:



> **Alimentação e Hidratação:** Nas semanas que antecedem a prova, mantenha uma dieta equilibrada e beba bastante água. Evite alimentos pesados ou que possam causar desconforto no dia da prova.



> **Sono e Descanso:** Durma bem na noite anterior à prova. O descanso adequado é crucial para que seu cérebro funcione de maneira eficiente. Evite estudar até tarde na véspera do exame.



> **Calma e Foco:** No dia da prova, mantenha a calma e o foco. Pratique exercícios de respiração profunda para controlar a ansiedade e visualize-se fazendo a prova com sucesso.

Checklist de Última Hora

No dia da prova, é importante estar bem preparado e evitar surpresas desagradáveis. Aqui está um checklist de itens essenciais:



> **Documentos Necessários:** Certifique-se de que você está levando todos os documentos exigidos pela banca organizadora, como RG, CPF, ou outro documento oficial com foto.



> **Materiais Permitidos:** Leve apenas os materiais permitidos, como caneta preta ou azul, lápis e borracha. Verifique se todos estão em boas condições de uso.



> **Confirmação do Local da Prova:** Revise o endereço e o horário da prova. Planeje sua rota e saia com antecedência para evitar imprevistos.



> **Alimentos Leves:** Leve um lanche leve e água para consumir durante a prova, se permitido. Opte por alimentos que ajudem a manter a energia e a concentração, como frutas secas ou barras de cereais.



Apostilas Opção, a Opção certa para a sua realização.



Este material está de acordo com o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa. Todos os direitos são reservados à Editora Opção, conforme a Lei de Direitos Autorais (Lei Nº 9.610/98). A venda e reprodução em qualquer meio, seja eletrônico, mecânico, fotocópia, gravação ou outro, são proibidas sem a permissão prévia da Editora Opção.

**PIRATARIA
É CRIME**

Língua Portuguesa

1. Interpretação de textos literários ou não literários	9
2. Fonética: sílaba; separação silábica; encontros vocálicos; encontros consonantais; tonicidade	17
3. Acentuação gráfica	19
4. Ortografia	20
5. Morfologia: processos de formação de palavras; Classes de palavras: substantivo (classificação e flexão); adjetivo (classificação, flexão e locução adjetiva); advérbio (classificação e locução adverbial); conjunções (coordenativas e subordinativas); verbo: flexão verbal (número, pessoa, modo, tempo, voz), classificação (regulares, irregulares, defectivos, abundantes, auxiliares e principais) e conjugação dos tempos simples e compostos; pronome (classificação e emprego)	23
6. Pontuação	32
7. Sintaxe: Períodos Simples e Composto (termos essenciais, integrantes e acessórios; coordenação e subordinação; orações reduzidas)	33
8. Concordâncias verbal e nominal	37
9. Regências verbal e nominal	39
10. Crase	40
11. Colocação Pronominal	41
12. Tipos de discurso	42
13. Estilística: Figuras de linguagem	44

Língua Inglesa - Controle de Tráfego Aéreo

1. Gramática: Artigos: definido e indefinido; Substantivos: gênero, singular e plural, composto, contável e incontável e forma possessiva	57
2. Adjetivos: posição, formação pelo gerúndio e pelo particípio e grau de comparação	60
3. Pronomes: pessoal do caso reto e do oblíquo, indefinidos (pronomes substantivos e adjetivos), relativos, demonstrativos (pronomes substantivos e adjetivos), possessivos (pronomes substantivos e adjetivos), reflexivos e relativos; Pronomes e advérbios interrogativos	62
4. Determinantes (Determiners: all, most, no, none, either, neither, both, etc.)	71
5. Quantificadores (Quantifiers: a lot, a few, a little, etc.)	72
6. Advérbios: formação, tipos e uso	73
7. Numerais	75
8. Preposições	76
9. Conjunções	77
10. Verbos: regulares, irregulares e auxiliares; Tempos verbais: Simple present, Present progressive, Simple past, Past progressive, Future e Perfect tenses; Infinitivo e gerúndio; Modos imperativo e subjuntivo	79
11. Modal verbs	86
12. Vozes do verbo: ativa, passiva e reflexiva	87
13. Phrasal verbs	88
14. Forma verbal enfática	89
15. Question tags	90
16. tag answers	90
17. Discurso direto e indireto	90
18. Estrutura da oração: período composto (condicionais, relativas, apositivas, etc.)	92

19. Prefixos e sufixos.....	93
20. Marcadores do discurso (By the way, on the other hand, in addition, in my opinion, etc.)	93
21. Compreensão de textos: Textos de assuntos técnicos e gerais.....	94

Língua Inglesa - Especialidades

1. Gramática: Substantivos: gênero, singular e plural, composto, contável e incontável e forma possessiva	107
2. Adjetivos: posição, grau de comparação, sinônimos e antônimos	110
3. Pronomes: pessoal do caso reto e do oblíquo, indefinidos (pronomes substantivos e adjetivos), relativos, demonstrativos (pronomes substantivos e adjetivos), possessivos (pronomes substantivos e adjetivos), reflexivos e relativos; Pronomes e advérbios interrogativos	112
4. Advérbios: formação, tipos e uso	120
5. Preposições.....	122
6. Conjunções	123
7. Verbos: regulares, irregulares e auxiliares; Tempos verbais: Simple present, Present progressive, Simple past, Past progressive, Present perfect e Future; Infinitivo e gerúndio; Modos imperativo e subjuntivo	125
8. Modal verbs	132
9. Orações condicionais (0, 1 e 2)	133
10. Voz Passiva e Phrasal Verbs.....	135
11. Question Tags e Quantificadores	136
12. Prefixos e Sufixos	137
13. Artigos definidos e indefinidos	137
14. Compreensão De Textos: Textos de assuntos técnicos e gerais.....	138

Matemática

1. ÁLGEBRA I: Funções: definição de função; funções definidas por fórmulas; domínio, imagem e contradomínio; gráficos; funções injetora, sobrejetora, bijetora, crescente, decrescente, composta, inversa, polinomial do 1º grau, quadrática, modular, exponencial e logarítmica. Resolução de equações, inequações e sistemas. Sequências; progressões aritmética e geométrica	149
2. GEOMETRIA PLANA: Ângulos. Polígonos: definição; elementos; nomenclatura; propriedades; polígonos regulares; perímetros e áreas. Triângulos: condições de existência; elementos; classificação; propriedades; congruência; mediana, bissetriz, altura e pontos notáveis; semelhança; relações métricas e áreas. Quadriláteros notáveis: definições; propriedades; base média e áreas. Circunferência: definições; elementos; posições relativas de reta e circunferência; segmentos tangentes; potência de ponto; ângulos na circunferência e comprimento da circunferência. Círculo e suas partes: conceitos e áreas	169
3. TRIGONOMETRIA: Razões trigonométricas no triângulo retângulo; arcos e ângulos em graus e radianos; relações de conversão; ciclo trigonométrico; arcos côngruos e simétricos; funções trigonométricas; relações e identidades trigonométricas; fórmulas de adição, subtração, duplicação e bissetção de arcos; equações e inequações trigonométricas; leis dos senos e dos cossenos.....	171
4. ÁLGEBRA II: Matrizes: conceitos, igualdade e operações. Determinantes. Sistemas lineares. Análise combinatória: princípio fundamental da contagem; arranjos, combinações e permutações simples; probabilidades.....	178
5. ESTATÍSTICA: Conceitos; população; amostra; variável; tabelas; gráficos; distribuição de frequência; tipos de frequências; histograma; polígono de frequência; medidas de tendência central: moda, média e mediana.....	192
6. GEOMETRIA ESPACIAL: Poliedro: conceitos e propriedades. Prisma: conceitos, propriedades, diagonais, áreas e volumes. Pirâmide, cilindro, cone e esfera: conceitos, áreas e volumes.....	207

7. GEOMETRIA ANALÍTICA: Estudo Analítico: do Ponto (ponto médio, cálculo do baricentro, distância entre dois pontos, área do triângulo, condição de alinhamento de três pontos); da Reta (equação geral, equação reduzida, equação segmentária, posição entre duas retas, paralelismo e perpendicularismo de retas, ângulo entre duas retas, distância de um ponto a uma reta); e da Circunferência (equações, posições relativas entre ponto e circunferência, entre reta e circunferência, e entre duas circunferências)	212
8. ÁLGEBRA III: Números Complexos: conceitos; conjugado; igualdade; operações; potências de i ; representação no plano de Argand-Gauss; módulo; argumento; forma trigonométrica e operações na forma trigonométrica. Polinômios: conceito; grau; valor numérico; polinômio nulo; identidade e operações. Equações Polinomiais: conceitos; teorema fundamental da Álgebra; teorema da decomposição; multiplicidade de uma raiz; raízes complexas e relações de Girard	217

Física

1. CONCEITOS BÁSICOS E FUNDAMENTAIS: Noções de ordem de grandeza. Notação científica. Observações e mensurações: representação de grandezas físicas como grandezas mensuráveis, sistemas de unidades. Gráficos e vetores. Conceituação de grandezas vetoriais e escalares. Operações básicas com vetores; composição e decomposição de vetores	231
2. O MOVIMENTO, O EQUILÍBRIO E A DESCOBERTA DAS LEIS FÍSICAS: Grandezas fundamentais da mecânica: tempo, espaço, velocidade e aceleração. Descrições do movimento e sua interpretação: quantificação do movimento e sua descrição matemática e gráfica. Casos especiais de movimentos e suas regularidades observáveis; Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U.): conceituação, equação horária e gráficos; Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.): conceito, equações horárias e de Torricelli e gráficos; aceleração da gravidade, queda livre e lançamento de projéteis; Movimento Circular Uniforme (M.C.U.): conceito de inércia, sistemas de referência inerciais e não inerciais. Massa e quantidade de movimento (momento linear). Força e variação da quantidade de movimento	239
3. Leis de Newton. Lei de Hooke. Centro de massa, centro de gravidade e a idéia de ponto material. Conceito de forças externas e internas. Lei da conservação da quantidade de movimento (momento linear), teorema do impulso e colisões. Momento de uma força (torque). Condições de equilíbrio estático de ponto material e de corpos extensos. Força de atrito, força peso, força normal de contato e tração. Diagramas de forças. Forças que atuam nos movimentos circulares	243
4. Pressão e densidade. Pressão atmosférica e experiência de Torricelli. Princípios de Pascal, Arquimedes e Stevin: condições de flutuação, relação entre diferença de nível e pressão hidrostática. Empuxo	265
5. ENERGIA, TRABALHO E POTÊNCIA: Trabalho, energia, potência e rendimento. Energia potencial e energia cinética. Conservação de energia mecânica e dissipação de energia. Forças conservativas e dissipativas	268
6. MECÂNICA E O FUNCIONAMENTO DO UNIVERSO: Força peso. Aceleração gravitacional. Lei da Gravitação universal. Leis de Kepler. Movimentos de corpos celestes	274
7. FENÔMENOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS: Carga elétrica e corrente elétrica. Conceito e processos de eletrização e princípios da eletrostática. Lei de Coulomb. Campo, trabalho e potencial elétrico. Linhas de campo. Superfícies equipotenciais e Lei de Gauss. Poder das pontas. Blindagem. Capacidade elétrica. Capacitores e associações. Diferença de potencial e trabalho num campo elétrico. Correntes contínua e alternada: conceito, efeitos e tipos, condutores e isolantes. Efeito Joule. Leis de Ohm, resistores e associações e Ponte de Wheatstone. Resistência elétrica e resistividade. Relações entre grandezas elétricas: tensão, corrente, potência e energia. Circuitos elétricos. Geradores e receptores, associação de geradores. Medidores elétricos. Representação gráfica de circuitos: símbolos convencionais. Potência e consumo de energia em dispositivos elétricos. Ímãs permanentes. Linhas de campo magnético. Força magnética. Campo magnético terrestre e bússola. Classificação das substâncias magnéticas. Campo magnético: conceito e aplicações. Campo magnético gerado por corrente elétrica em condutores retilíneos e espiras. Lei de Biot-Savart. Lei de Ampère. Eletroímã. Força magnética sobre cargas elétricas e condutores percorridos por corrente elétrica. Indução eletromagnética. Lei de Faraday. Lei de Lenz. Transformadores	277
8. OSCILAÇÕES, ONDAS, ÓPTICA: Pulsos e ondas. Período, frequência e ciclo. Ondas periódicas: conceito, natureza e tipos. Propagação: relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda. Ondas em diferentes meios de propagação. Feixes e frentes de ondas. Fenômenos ondulatórios: reflexão, refração, difração, polarização e interferência, princípio da superposição, princípio de Huygens. Movimento harmônico simples (M.H.S.). Ondas sonoras, propriedades, propagação e qualidades do som, tubos sonoros, efeito Doppler	325
9. Princípios da óptica geométrica, tipos de fontes e meios de propagação. Sombra e penumbra. Reflexão: conceito, leis e espelhos planos e esféricos. Refração: conceito, leis, lâminas, prismas e lentes. Formação de imagens. Instrumentos ópticos simples. Olho humano (principais defeitos da visão)	331

10. CALOR E FENÔMENOS TÉRMICOS: Calor e temperatura Escalas termométricas Transferência de calor e equilíbrio térmico Capacidade calorífica e calor específico Condução do calor Dilatação térmica Mudanças de estado físico e calor latente de transformação Comportamento de gases ideais (equação de Clapeyron) Máquinas térmicas Ciclo de Carnot Leis da Termodinâmica	347
11. MATÉRIA E RADIAÇÃO: Modelos atômicos e as propriedades dos materiais (térmicas, elétricas, magnéticas, etc.) Espectro eletromagnético (das ondas de rádio aos raios γ) e suas tecnologias (radar, rádio, forno de micro-ondas, tomografia, etc.) Radiações e meios materiais (fotocélulas, emissão e transmissão de luz, telas de monitores, radiografias) Potências de ondas eletromagnéticas Natureza corpuscular das ondas eletromagnéticas Transformações nucleares e radioatividades	360

LÍNGUA PORTUGUESA

INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS LITERÁRIOS OU NÃO LITERÁRIOS

A leitura e interpretação de textos são habilidades essenciais no âmbito dos concursos públicos, pois exigem do candidato a capacidade de compreender não apenas o sentido literal, mas também as nuances e intenções do autor. Os textos podem ser divididos em duas categorias principais: literários e não literários. A interpretação de ambos exige um olhar atento à estrutura, ao ponto de vista do autor, aos elementos de coesão e à argumentação. Neste contexto, é crucial dominar técnicas de leitura que permitam identificar a ideia central do texto, inferir informações implícitas e analisar a organização textual de forma crítica e objetiva.

— Compreensão Geral do Texto

A compreensão geral do texto consiste em identificar e captar a mensagem central, o tema ou o propósito de um texto, sejam eles explícitos ou implícitos. Esta habilidade é crucial tanto em textos literários quanto em textos não literários, pois fornece ao leitor uma visão global da obra, servindo de base para uma interpretação mais profunda. A compreensão geral vai além da simples decodificação das palavras; envolve a percepção das intenções do autor, o entendimento das ideias principais e a identificação dos elementos que estruturam o texto.

— Textos Literários

Nos textos literários, a compreensão geral está ligada à interpretação dos aspectos estéticos e subjetivos. É preciso considerar o gênero (poesia, conto, crônica, romance), o contexto em que a obra foi escrita e os recursos estilísticos utilizados pelo autor. A mensagem ou tema de um texto literário muitas vezes não é transmitido de maneira direta. Em vez disso, o autor pode utilizar figuras de linguagem (metáforas, comparações, simbolismos), criando camadas de significação que exigem uma leitura mais interpretativa.

Por exemplo, em um poema de Manuel Bandeira, como “O Bicho”, ao descrever um homem que revirava o lixo em busca de comida, a compreensão geral vai além da cena literal. O poema denuncia a miséria e a degradação humana, mas faz isso por meio de uma imagem que exige do leitor sensibilidade para captar essa crítica social indireta.

Outro exemplo: em contos como “A Hora e a Vez de Augusto Matraga”, de Guimarães Rosa, a narrativa foca na jornada de transformação espiritual de um homem. Embora o texto tenha uma história clara, sua compreensão geral envolve perceber os

elementos de religiosidade e redenção que permeiam a narrativa, além de entender como o autor utiliza a linguagem regionalista para dar profundidade ao enredo.

— Textos Não Literários

Em textos não literários, como artigos de opinião, reportagens, textos científicos ou jurídicos, a compreensão geral tende a ser mais direta, uma vez que esses textos visam transmitir informações objetivas, ideias argumentativas ou instruções. Neste caso, o leitor precisa identificar claramente o tema principal ou a tese defendida pelo autor e compreender o desenvolvimento lógico do conteúdo.

Por exemplo, em um artigo de opinião sobre os efeitos da tecnologia na educação, o autor pode defender que a tecnologia é uma ferramenta essencial para o aprendizado no século XXI. A compreensão geral envolve identificar esse posicionamento e as razões que o autor oferece para sustentá-lo, como o acesso facilitado ao conhecimento, a personalização do ensino e a inovação nas práticas pedagógicas.

Outro exemplo: em uma reportagem sobre desmatamento na Amazônia, o texto pode apresentar dados e argumentos para expor a gravidade do problema ambiental. O leitor deve captar a ideia central, que pode ser a urgência de políticas de preservação e as consequências do desmatamento para o clima global e a biodiversidade.

— Estratégias de Compreensão

Para garantir uma boa compreensão geral do texto, é importante seguir algumas estratégias:

- **Leitura Atenta:** Ler o texto integralmente, sem pressa, buscando entender o sentido de cada parte e sua relação com o todo.

- **Identificação de Palavras-Chave:** Buscar termos e expressões que se repetem ou que indicam o foco principal do texto.

- **Análise do Título e Subtítulos:** Estes elementos frequentemente apontam para o tema ou ideia principal do texto, especialmente em textos não literários.

- **Contexto de Produção:** Em textos literários, o contexto histórico, cultural e social do autor pode fornecer pistas importantes para a interpretação do tema. Nos textos não literários, o contexto pode esclarecer o objetivo do autor ao produzir aquele texto, seja para informar, convencer ou instruir.

- Perguntas Norteadoras: Ao ler, o leitor pode se perguntar: Qual é o tema central deste texto? Qual é a intenção do autor ao escrever este texto? Há uma mensagem explícita ou implícita?

Exemplos Práticos

- Texto Literário: Um poema como “Canção do Exílio” de Gonçalves Dias pode, à primeira vista, parecer apenas uma descrição saudosista da pátria. No entanto, a compreensão geral deste texto envolve entender que ele foi escrito no contexto de um poeta exilado, expressando tanto amor pela pátria quanto um sentimento de perda e distanciamento.

- Texto Não Literário: Em um artigo sobre as mudanças climáticas, a tese principal pode ser que a ação humana é a principal responsável pelo aquecimento global. A compreensão geral exigiria que o leitor identificasse essa tese e as evidências apresentadas, como dados científicos ou opiniões de especialistas, para apoiar essa afirmação.

– Importância da Compreensão Geral

Ter uma boa compreensão geral do texto é o primeiro passo para uma interpretação eficiente e uma análise crítica. Nos concursos públicos, essa habilidade é frequentemente testada em questões de múltipla escolha e em questões dissertativas, nas quais o candidato precisa demonstrar sua capacidade de resumir o conteúdo e de captar as ideias centrais do texto.

Além disso, uma leitura superficial pode levar a erros de interpretação, prejudicando a resolução correta das questões. Por isso, é importante que o candidato esteja sempre atento ao que o texto realmente quer transmitir, e não apenas ao que é dito de forma explícita. Em resumo, a compreensão geral do texto é a base para todas as outras etapas de interpretação textual, como a identificação de argumentos, a análise da coesão e a capacidade de fazer inferências.

— Ponto de Vista ou Ideia Central Defendida pelo Autor

O ponto de vista ou a ideia central defendida pelo autor são elementos fundamentais para a compreensão do texto, especialmente em textos argumentativos, expositivos e literários. Identificar o ponto de vista do autor significa reconhecer a posição ou perspectiva adotada em relação ao tema tratado, enquanto a ideia central refere-se à mensagem principal que o autor deseja transmitir ao leitor.

Esses elementos revelam as intenções comunicativas do texto e ajudam a esclarecer as razões pelas quais o autor constrói sua argumentação, narrativa ou descrição de determinada maneira. Assim, compreender o ponto de vista ou a ideia central é essencial para interpretar adequadamente o texto e responder a questões que exigem essa habilidade.

– Textos Literários

Nos textos literários, o ponto de vista do autor pode ser transmitido de forma indireta, por meio de narradores, personagens ou símbolos. Muitas vezes, os autores não expõem claramente suas opiniões, deixando a interpretação para o leitor. O ponto de vista pode variar entre diferentes narradores e personagens, enriquecendo a pluralidade de interpretações possíveis.

Um exemplo clássico é o narrador de “Dom Casmurro”, de Machado de Assis. Embora Bentinho (o narrador-personagem) conte a história sob sua perspectiva, o leitor percebe que o ponto de vista dele é enviesado, e isso cria ambiguidade sobre a questão central do livro: a possível traição de Capitu. Nesse caso, a ideia central pode estar relacionada à incerteza e à subjetividade das percepções humanas.

Outro exemplo: em “Vidas Secas”, de Graciliano Ramos, o ponto de vista é o de uma narrativa em terceira pessoa que se foca nos personagens humildes e no sofrimento causado pela seca no sertão nordestino. A ideia central do texto é a denúncia das condições de vida precárias dessas pessoas, algo que o autor faz por meio de uma linguagem econômica e direta, alinhada à dureza da realidade descrita.

Nos poemas, o ponto de vista também pode ser identificado pelo eu lírico, que expressa sentimentos, reflexões e visões de mundo. Por exemplo, em “O Navio Negreiro”, de Castro Alves, o eu lírico adota um tom de indignação e denúncia ao descrever as atrocidades da escravidão, reforçando uma ideia central de crítica social.

– Textos Não Literários

Em textos não literários, o ponto de vista é geralmente mais explícito, especialmente em textos argumentativos, como artigos de opinião, editoriais e ensaios. O autor tem o objetivo de convencer o leitor de uma determinada posição sobre um tema. Nesse tipo de texto, a tese (ideia central) é apresentada de forma clara logo no início, sendo defendida ao longo do texto com argumentos e evidências.

Por exemplo, em um artigo de opinião sobre a reforma tributária, o autor pode adotar um ponto de vista favorável à reforma, argumentando que ela trará justiça social e reduzirá as desigualdades econômicas. A ideia central, neste caso, é a defesa da reforma como uma medida necessária para melhorar a distribuição de renda no país. O autor apresentará argumentos que sustentem essa tese, como dados econômicos, exemplos de outros países e opiniões de especialistas.

Nos textos científicos e expositivos, a ideia central também está relacionada ao objetivo de informar ou esclarecer o leitor sobre um tema específico. A neutralidade é mais comum nesses casos, mas ainda assim há um ponto de vista que orienta a escolha das informações e a forma como elas são apresentadas. Por exemplo, em um relatório sobre os efeitos do desmatamento, o autor pode não expressar diretamente uma opinião, mas ao apresentar evidências sobre o impacto ambiental, está implicitamente sugerindo a importância de políticas de preservação.

– Como Identificar o Ponto de Vista e a Ideia Central

Para identificar o ponto de vista ou a ideia central de um texto, é importante atentar-se a certos aspectos:

1. **Título e Introdução:** Muitas vezes, o ponto de vista do autor ou a ideia central já são sugeridos pelo título do texto ou pelos primeiros parágrafos. Em artigos e ensaios, o autor frequentemente apresenta sua tese logo no início, o que facilita a identificação.

2. **Linguagem e Tom:** A escolha das palavras e o tom (objetivo, crítico, irônico, emocional) revelam muito sobre o ponto de vista do autor. Uma linguagem carregada de emoção ou uma sequência de dados e argumentos lógicos indicam como o autor quer que o leitor interprete o tema.

3. **Seleção de Argumentos:** Nos textos argumentativos, os exemplos, dados e fatos apresentados pelo autor refletem o ponto de vista defendido. Textos favoráveis a uma determinada posição tenderão a destacar aspectos que reforcem essa perspectiva, enquanto minimizam ou ignoram os pontos contrários.

4. **Conectivos e Estrutura Argumentativa:** Conectivos como “portanto”, “por isso”, “assim”, “logo” e “no entanto” são usados para introduzir conclusões ou para contrastar argumentos, ajudando a deixar claro o ponto de vista do autor. A organização do texto em blocos de ideias também pode indicar a progressão da defesa da tese.

5. **Conclusão:** Em muitos textos, a conclusão serve para reafirmar o ponto de vista ou ideia central. Neste momento, o autor resume os principais argumentos e reforça a posição defendida, ajudando o leitor a compreender a ideia principal.

Exemplos Práticos

- **Texto Literário:** No conto “A Cartomante”, de Machado de Assis, o narrador adota uma postura irônica, refletindo o ceticismo em relação à superstição. A ideia central do texto gira em torno da crítica ao comportamento humano que, por vezes, busca respostas mágicas para seus problemas, ignorando a racionalidade.

- **Texto Não Literário:** Em um artigo sobre os benefícios da alimentação saudável, o autor pode adotar o ponto de vista de que uma dieta equilibrada é fundamental para a prevenção de doenças e para a qualidade de vida. A ideia central, portanto, é que os hábitos alimentares influenciam diretamente a saúde, e isso será sustentado por argumentos baseados em pesquisas científicas e recomendações de especialistas.

– Diferença entre Ponto de Vista e Ideia Central

Embora relacionados, ponto de vista e ideia central não são sinônimos. O ponto de vista refere-se à posição ou perspectiva do autor em relação ao tema, enquanto a ideia central é a mensagem principal que o autor quer transmitir. Um texto pode

defender a mesma ideia central a partir de diferentes pontos de vista. Por exemplo, dois textos podem defender a preservação do meio ambiente (mesma ideia central), mas um pode adotar um ponto de vista econômico (focando nos custos de desastres naturais) e o outro, um ponto de vista social (focando na qualidade de vida das futuras gerações).

– Argumentação

A argumentação é o processo pelo qual o autor apresenta e desenvolve suas ideias com o intuito de convencer ou persuadir o leitor. Em um texto argumentativo, a argumentação é fundamental para a construção de um raciocínio lógico e coeso que sustente a tese ou ponto de vista do autor. Ela se faz presente em diferentes tipos de textos, especialmente nos dissertativos, artigos de opinião, editoriais e ensaios, mas também pode ser encontrada de maneira indireta em textos literários e expositivos.

A qualidade da argumentação está diretamente ligada à clareza, à consistência e à relevância dos argumentos apresentados, além da capacidade do autor de antecipar e refutar possíveis contra-argumentos. Ao analisar a argumentação de um texto, é importante observar como o autor organiza suas ideias, quais recursos utiliza para justificar suas posições e de que maneira ele tenta influenciar o leitor.

– Estrutura da Argumentação

A argumentação em um texto dissertativo-argumentativo, por exemplo, costuma seguir uma estrutura lógica que inclui:

1. **Tese:** A tese é a ideia central que o autor pretende defender. Ela costuma ser apresentada logo no início do texto, frequentemente na introdução. A tese delimita o ponto de vista do autor sobre o tema e orienta toda a argumentação subsequente.

2. **Argumentos:** São as justificativas que sustentam a tese. Podem ser de vários tipos, como argumentos baseados em fatos, estatísticas, opiniões de especialistas, experiências concretas ou raciocínios lógicos. O autor utiliza esses argumentos para demonstrar a validade de sua tese e persuadir o leitor.

3. **Contra-argumentos e Refutação:** Muitas vezes, para fortalecer sua argumentação, o autor antecipa e responde a possíveis objeções ao seu ponto de vista. A refutação é uma estratégia eficaz que demonstra que o autor considerou outras perspectivas, mas que tem razões para desconsiderá-las ou contestá-las.

4. **Conclusão:** Na conclusão, o autor retoma a tese inicial e resume os principais pontos da argumentação, reforçando seu ponto de vista e buscando deixar uma impressão duradoura no leitor.

– Tipos de Argumentos

A argumentação pode utilizar diferentes tipos de argumentos, dependendo do objetivo do autor e do contexto do texto. Entre os principais tipos, podemos destacar:

1. Argumento de autoridade: Baseia-se na citação de especialistas ou de instituições renomadas para reforçar a tese. Esse tipo de argumento busca emprestar credibilidade à posição defendida.

Exemplo: “Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), uma alimentação equilibrada pode reduzir em até 80% o risco de doenças crônicas, como diabetes e hipertensão.”

2. Argumento de exemplificação: Utiliza exemplos concretos para ilustrar e validar o ponto de vista defendido. Esses exemplos podem ser tirados de situações cotidianas, casos históricos ou experimentos.

Exemplo: “Em países como a Suécia e a Finlândia, onde o sistema educacional é baseado na valorização dos professores, os índices de desenvolvimento humano são superiores à média global.”

3. Argumento lógico (ou dedutivo): É baseado em um raciocínio lógico que estabelece uma relação de causa e efeito, levando o leitor a aceitar a conclusão apresentada. Esse tipo de argumento pode ser dedutivo (parte de uma premissa geral para uma conclusão específica) ou indutivo (parte de exemplos específicos para uma conclusão geral).

Exemplo dedutivo: “Todos os seres humanos são mortais. Sócrates é um ser humano. Logo, Sócrates é mortal.”

Exemplo indutivo: “Diversos estudos demonstram que o uso excessivo de telas prejudica a visão. Portanto, o uso prolongado de celulares e computadores também pode afetar negativamente a saúde ocular.”

4. Argumento emocional (ou patético): Apela aos sentimentos do leitor, utilizando a emoção como meio de convencimento. Este tipo de argumento pode despertar empatia, compaixão, medo ou revolta no leitor, dependendo da maneira como é apresentado.

Exemplo: “Milhares de crianças morrem de fome todos os dias enquanto toneladas de alimentos são desperdiçadas em países desenvolvidos. É inaceitável que, em pleno século XXI, ainda enfrentemos essa realidade.”

5. Argumento de comparação ou analogia: Compara situações semelhantes para fortalecer o ponto de vista do autor. A comparação pode ser entre eventos, fenômenos ou comportamentos para mostrar que a lógica aplicada a uma situação também se aplica à outra.

Exemplo: “Assim como o cigarro foi amplamente aceito durante décadas, até que seus malefícios para a saúde fossem comprovados, o consumo excessivo de açúcar hoje deve ser visto com mais cautela, já que estudos indicam seus efeitos nocivos a longo prazo.”

– Coesão e Coerência na Argumentação

A eficácia da argumentação depende também da coesão e coerência no desenvolvimento das ideias. Coesão refere-se aos mecanismos linguísticos que conectam as diferentes partes do texto, como pronomes, conjunções e advérbios. Estes elementos garantem que o texto flua de maneira lógica e fácil de ser seguido.

Exemplo de conectivos importantes:

- Para adicionar informações: “além disso”, “também”, “ademais”.

- Para contrastar ideias: “no entanto”, “por outro lado”, “todavia”.

- Para concluir: “portanto”, “assim”, “logo”.

Já a coerência diz respeito à harmonia entre as ideias, ou seja, à lógica interna do texto. Um texto coerente apresenta uma relação clara entre a tese, os argumentos e a conclusão. A falta de coerência pode fazer com que o leitor perca o fio do raciocínio ou não aceite a argumentação como válida.

– Exemplos Práticos de Argumentação

- Texto Argumentativo (Artigo de Opinião): Em um artigo que defenda a legalização da educação domiciliar no Brasil, a tese pode ser que essa prática oferece mais liberdade educacional para os pais e permite uma personalização do ensino. Os argumentos poderiam incluir exemplos de países onde a educação domiciliar é bem-sucedida, dados sobre o desempenho acadêmico de crianças educadas em casa e opiniões de especialistas. O autor também pode refutar os argumentos de que essa modalidade de ensino prejudica a socialização das crianças, citando estudos que mostram o contrário.

- Texto Literário: Em obras literárias, a argumentação pode ser mais sutil, mas ainda está presente. No romance “Capitães da Areia”, de Jorge Amado, embora a narrativa siga a vida de crianças abandonadas nas ruas de Salvador, a estrutura do texto e a escolha dos eventos apresentados constroem uma crítica implícita à desigualdade social e à falta de políticas públicas eficazes. A argumentação é feita de maneira indireta, por meio das experiências dos personagens e do ambiente descrito.

– Análise Crítica da Argumentação

Para analisar criticamente a argumentação de um texto, é importante que o leitor:

1. Avalie a pertinência dos argumentos: Os argumentos são válidos e relevantes para sustentar a tese? Estão bem fundamentados?

2. Verifique a solidez da lógica: O raciocínio seguido pelo autor é coerente? Há falácias argumentativas que enfraquecem a posição defendida?

3. Observe a diversidade de fontes: O autor utiliza diferentes tipos de argumentos (fatos, opiniões, dados) para fortalecer sua tese, ou a argumentação é unilateral e pouco fundamentada?

4. Considere os contra-argumentos: O autor reconhece e refuta pontos de vista contrários? Isso fortalece ou enfraquece a defesa da tese?

— Elementos de Coesão

Os elementos de coesão são os recursos linguísticos que garantem a conexão e a fluidez entre as diferentes partes de um texto. Eles são essenciais para que o leitor compreenda como as ideias estão relacionadas e para que o discurso seja entendido de forma clara e lógica. Em termos práticos, a coesão se refere à capacidade de manter as frases e parágrafos interligados, criando uma progressão lógica que permite ao leitor seguir o raciocínio do autor sem perder o fio condutor.

A coesão textual pode ser alcançada por meio de diversos mecanismos, como o uso de conectivos, pronomes, elipses e sinônimos, que evitam repetições desnecessárias e facilitam a transição entre as ideias. Em textos argumentativos e dissertativos, esses elementos desempenham um papel fundamental na organização e no desenvolvimento da argumentação.

— Tipos de Coesão

Os principais tipos de coesão podem ser divididos em coesão referencial, coesão sequencial e coesão lexical. Cada um deles envolve diferentes estratégias que contribuem para a unidade e a clareza do texto.

1. Coesão Referencial

A coesão referencial ocorre quando um elemento do texto remete a outro já mencionado, garantindo que as ideias sejam retomadas ou antecipadas sem a necessidade de repetição direta. Isso pode ser feito por meio de pronomes, advérbios ou outras expressões que retomam conceitos, pessoas ou objetos mencionados anteriormente.

Os principais mecanismos de coesão referencial incluem:

- Pronomes pessoais: Usados para substituir substantivos mencionados anteriormente.
- Exemplo: João comprou um livro novo. Ele estava ansioso para lê-lo.
- Pronomes demonstrativos: Indicam a retomada de uma informação previamente dada ou a introdução de algo novo.
- Exemplo: Este é o problema que devemos resolver.
- Pronomes possessivos: Utilizados para evitar repetições, referindo-se à posse ou relação de algo já mencionado.

- Exemplo: Maria trouxe suas anotações para a aula.

- Advérbios de lugar e tempo: Podem substituir informações anteriores relacionadas a momentos e espaços.

- Exemplo: Estive na biblioteca ontem. Lá, encontrei muitos livros interessantes.

A coesão referencial é crucial para evitar repetições e garantir que o leitor consiga acompanhar a continuidade das ideias sem que o texto se torne redundante ou cansativo.

2. Coesão Sequencial

A coesão sequencial diz respeito à organização temporal e lógica do discurso. Ela é responsável por estabelecer as relações de sentido entre as partes do texto, utilizando conectivos para marcar a progressão das ideias. Isso pode envolver a relação entre causa e efeito, adição de informações, contraste, explicação, entre outros.

Os principais conectivos de coesão sequencial incluem:

- Conectivos de adição: Indicam que uma ideia ou informação será acrescentada.

- Exemplo: Além disso, também é necessário investir em infraestrutura.

- Conectivos de causa e consequência: Mostram uma relação de causa e efeito entre as ideias.

- Exemplo: Portanto, o aumento das taxas de desemprego resultou em uma crise social.

- Conectivos de contraste ou oposição: Introduzem uma ideia que contradiz ou contrapõe a anterior.

- Exemplo: No entanto, apesar dos esforços, os resultados não foram satisfatórios.

- Conectivos de explicação: Introduzem uma justificativa ou explicação para uma ideia previamente mencionada.

- Exemplo: Ou seja, é necessário investir em educação para alcançar um desenvolvimento sustentável.

A coesão sequencial garante que as relações entre as partes do texto sejam claras, facilitando a compreensão das ideias e das transições entre elas.

3. Coesão Lexical

A coesão lexical se refere ao uso de palavras relacionadas que ajudam a manter a unidade temática do texto. Isso pode ser feito por meio da repetição de palavras-chave, da utilização de sinônimos, antônimos e hiperônimos, ou pela escolha de termos que pertencem a um mesmo campo semântico.

- Repetição de termos: Em alguns casos, a repetição de uma palavra-chave pode ser necessária para garantir a ênfase e a clareza do texto.

- Exemplo: O aquecimento global é um dos maiores desafios do século XXI. O aquecimento global provoca mudanças climáticas devastadoras.

- Sinônimos: Evitam a repetição excessiva, permitindo que a mesma ideia seja expressa de maneiras diferentes.

- Exemplo: O aquecimento global é uma preocupação crescente. O aumento das temperaturas afeta diretamente o clima.

- Antônimos: Introduzem contrastes que reforçam o significado de determinada ideia.

- Exemplo: O otimismo em relação ao futuro contrasta com o pessimismo de algumas previsões.

- Hiperônimos e Hipônimos: Usam termos mais amplos (hiperônimos) ou específicos (hipônimos) para enriquecer o vocabulário e evitar repetições.

- Exemplo: As frutas são ricas em nutrientes. As maçãs, por exemplo, fornecem vitaminas essenciais.

A coesão lexical contribui para a clareza e a coesão temática, além de tornar o texto mais variado e interessante, sem comprometer a unidade das ideias.

– A Importância dos Elementos de Coesão

Os elementos de coesão são essenciais para a clareza e a compreensão de qualquer texto, seja literário ou não literário. Eles desempenham o papel de “costurar” as partes do texto, estabelecendo uma relação lógica e contínua entre as frases, os parágrafos e as seções. Sem esses elementos, o texto pode parecer fragmentado ou desconexo, dificultando a leitura e a interpretação.

Em textos argumentativos, a coesão garante que o leitor siga o raciocínio do autor sem se perder nas transições entre os argumentos. Em textos literários, a coesão ajuda a manter a unidade narrativa, guiando o leitor através das descrições, diálogos e eventos da história de forma clara.

Exemplos Práticos

- Texto Argumentativo: Em um artigo de opinião que defenda a implantação de políticas de incentivo à energia solar, a coesão referencial pode ser garantida pelo uso de pronomes para evitar a repetição do termo “energia solar”. A coesão sequencial pode ser marcada por conectivos que introduzem argumentos favoráveis, como “além disso”, “por outro lado” e “portanto”. A coesão lexical seria alcançada por meio de sinônimos e expressões relacionadas ao tema, como “energias renováveis”, “sustentabilidade” e “redução de emissões”.

- Texto Literário: Em um conto de suspense, a coesão referencial pode ser feita com pronomes que retomam personagens já introduzidos. A coesão sequencial pode organizar os eventos de maneira a criar uma crescente tensão, utilizando

conectivos como “então”, “de repente” e “logo após”. Já a coesão lexical pode ser trabalhada com palavras que reforçam o clima de mistério, como “sombras”, “silêncio”, “escuro” e “medo”.

– Problemas Comuns Relacionados à Coesão

Alguns problemas comuns que afetam a coesão incluem:

- Ambiguidade referencial: Quando o pronome ou a expressão usada para retomar uma ideia anterior é vaga ou ambígua, gerando confusão no leitor.

- Exemplo problemático: João e Pedro foram à loja, mas ele não comprou nada. (Não está claro a quem “ele” se refere).

- Excesso de repetições: Repetir desnecessariamente os mesmos termos pode tornar o texto cansativo e redundante.

- Exemplo: A empresa apresentou um novo projeto. O novo projeto da empresa é inovador. O novo projeto foi bem aceito.

- Falta de conectivos: A ausência de conectivos ou o uso inadequado pode prejudicar a fluidez do texto e comprometer a compreensão das relações entre as ideias.

- Exemplo problemático: A empresa lançou um novo produto. As vendas aumentaram significativamente. (Faltou um conectivo de causa para deixar a relação clara, como “por isso”).

— Inferências

As inferências são deduções ou conclusões que o leitor faz com base nas informações implícitas no texto. Diferentemente da compreensão literal, que se limita ao que está explicitamente escrito, a inferência envolve a capacidade de perceber significados ocultos, ler nas entrelinhas e entender o que o autor sugere sem dizer diretamente. Esta habilidade é crucial tanto na interpretação de textos literários quanto não literários, pois permite ao leitor captar nuances, intenções e ideias que não estão imediatamente visíveis.

– Inferências em Textos Literários

Nos textos literários, as inferências são uma ferramenta essencial para interpretar símbolos, metáforas, personagens e tramas complexas. O autor pode não explicar explicitamente os sentimentos de um personagem, por exemplo, mas cabe ao leitor inferir suas emoções por meio de descrições, diálogos e comportamentos. Da mesma forma, temas como a crítica social, o existencialismo ou o amor podem ser explorados de maneira sutil, exigindo que o leitor atente para os subtextos.

Exemplo prático:

Em “A Metamorfose”, de Franz Kafka, a transformação de Gregor Samsa em um inseto pode ser lida de forma literal. No entanto, as inferências nos levam a entender que essa metamorfose é simbólica, representando o isolamento, a alienação e o sentimento de inadequação do personagem diante de sua vida e de sua família.

Outro exemplo seria o conto “Amor”, de Clarice Lispector. Nele, a sensação de inquietação da protagonista pode ser inferida a partir da descrição de suas reações físicas e psicológicas ao ver um homem cego mastigando chiclete. O autor não diz diretamente o que a protagonista sente, mas o leitor, por meio das inferências, percebe que ela está refletindo sobre a monotonia de sua vida.

– Inferências em Textos Não Literários

Em textos não literários, como artigos de opinião, reportagens e textos expositivos, as inferências permitem ao leitor identificar relações de causa e efeito, perceber a intenção do autor e concluir o que não foi dito diretamente. Muitas vezes, o autor apresenta fatos, dados ou opiniões de maneira objetiva, mas é responsabilidade do leitor compreender as implicações ou consequências desses elementos.

Exemplo prático:

Em uma reportagem que menciona um aumento no número de demissões em uma empresa, sem fornecer uma explicação direta para o ocorrido, o leitor pode inferir que as demissões estão relacionadas a uma crise econômica ou à reestruturação interna da organização, dependendo do contexto. Assim, a capacidade de fazer inferências permite ao leitor compreender as entrelinhas do texto e ir além do que é explicitamente mencionado.

– Como Fazer Inferências

Para fazer inferências de maneira eficaz, o leitor deve:

1. Ler atentamente o texto: A compreensão de detalhes é crucial para inferir informações que não estão evidentes. Pequenos indícios podem fornecer grandes insights sobre as intenções do autor.

2. Analisar o contexto: O contexto social, histórico, cultural e até o gênero do texto ajudam a criar inferências mais precisas. Um mesmo fato pode ter diferentes implicações, dependendo da época ou lugar em que ocorre.

3. Interpretar o tom e a linguagem: O tom irônico, sarcástico, emotivo ou neutro utilizado pelo autor pode revelar muito sobre o que ele quer que o leitor perceba, mesmo que não esteja dito diretamente.

4. Relacionar informações: Ao fazer inferências, o leitor deve conectar informações dadas ao longo do texto, formando uma rede de significados que esclareça o que não está evidente.

– Inferências no Contexto de Provas

Em provas de concursos públicos, as questões que envolvem inferências exigem que o candidato vá além do sentido literal do texto. Muitas vezes, as perguntas pedem que o leitor identifique o que o autor sugere, mas não afirma diretamente. Esse tipo

de questão avalia a capacidade do candidato de interpretar de maneira crítica e detalhada, algo que é fundamental para a boa compreensão de qualquer texto.

Por exemplo, em uma questão baseada em um artigo sobre políticas de saúde, o enunciado pode pedir ao candidato que infira a posição do autor em relação ao sistema público de saúde, mesmo que o texto não a explicita claramente. A partir da análise do uso de exemplos, da escolha de palavras e do tom adotado, o candidato pode inferir se o autor é a favor ou contra as medidas discutidas.

Exemplos Práticos

- Texto Literário: Em “Dom Casmurro”, de Machado de Assis, o leitor deve inferir se Capitu traiu ou não Bentinho, pois o autor nunca dá uma resposta definitiva. A interpretação se dá a partir das descrições e dos comportamentos dos personagens, levando a diferentes inferências sobre a narrativa.

- Texto Não Literário: Em uma reportagem que discute a implementação de um novo sistema educacional em uma cidade, o autor pode mencionar de maneira neutra os resultados de uma pesquisa que mostra uma melhora no desempenho dos alunos. No entanto, o leitor pode inferir, a partir da maneira como os dados são apresentados, que o autor é favorável ao novo sistema, ainda que isso não seja explicitamente declarado.

— Estrutura e Organização do Texto e dos Parágrafos

A estrutura e a organização do texto e dos parágrafos são elementos essenciais que garantem a clareza e a lógica no desenvolvimento das ideias apresentadas pelo autor. Em provas de concursos, essa habilidade é frequentemente avaliada, pois demonstra a capacidade do candidato de compreender como as informações estão dispostas e como elas se relacionam entre si para formar um todo coerente e coeso. Entender a estrutura do texto é fundamental para captar o sentido global e para identificar o objetivo do autor com precisão.

– Estrutura Geral do Texto

A maioria dos textos, especialmente os dissertativos e argumentativos, segue uma estrutura clássica composta por três partes principais:

1. Introdução: Apresenta o tema e, geralmente, a tese ou ideia central do texto. A introdução tem a função de situar o leitor, introduzindo o assunto que será desenvolvido ao longo do texto. Ela deve ser clara e objetiva, atraindo o leitor para o que será discutido.

2. Desenvolvimento: É a parte central do texto, onde as ideias são aprofundadas e explicadas. No desenvolvimento, o autor expõe seus argumentos, utiliza exemplos, dados, comparações ou citações para sustentar a tese apresentada na introdução. Essa seção pode ser dividida em vários parágrafos, cada um com uma função específica, como apresentar um novo argumento ou explorar diferentes aspectos de um mesmo ponto de vista.

3. Conclusão: Retoma as ideias principais discutidas no texto e oferece um fechamento para o argumento. A conclusão pode reafirmar a tese, sintetizar os pontos principais ou propor uma solução para a questão discutida. Em muitos textos argumentativos, a conclusão busca reforçar o ponto de vista do autor, deixando claro o posicionamento defendido.

Essa estrutura clássica não é exclusiva de textos não literários, podendo também ser adaptada em alguns textos literários, como crônicas e contos, embora esses tipos de texto tenham maior liberdade estrutural.

– Organização dos Parágrafos

Dentro dessa estrutura global, a organização dos parágrafos desempenha um papel crucial na coesão e coerência do texto. Cada parágrafo deve ter uma ideia principal bem definida, que é desenvolvida ao longo das frases. Para que o texto tenha fluidez, os parágrafos precisam estar conectados de maneira lógica e seguir uma progressão de ideias.

Os parágrafos podem ser organizados de várias formas, dependendo da intenção do autor e do tipo de texto. Algumas formas comuns de organização incluem:

1. **Parágrafo de desenvolvimento de ideia principal:** Esse tipo de parágrafo se concentra em uma ideia central e a explora em profundidade. Começa com uma frase que introduz a ideia principal e, em seguida, apresenta argumentos, exemplos ou explicações que a sustentam.

Exemplo: Em um artigo sobre a importância da leitura na infância, o parágrafo pode começar com a ideia de que “a leitura estimula o desenvolvimento cognitivo das crianças”. Depois, o autor pode apresentar dados de estudos que mostram os benefícios da leitura precoce e explicar como isso impacta o aprendizado ao longo da vida.

2. **Parágrafo de contraste:** Esse parágrafo é utilizado para apresentar uma ideia que se opõe à ideia anterior, promovendo um contraste. Os conectivos de oposição, como “no entanto”, “por outro lado” ou “todavia”, são essenciais para introduzir essa mudança de perspectiva.

Exemplo: Após discutir os benefícios da tecnologia na educação, o autor pode usar um parágrafo de contraste para apontar que “por outro lado, o uso excessivo de dispositivos eletrônicos pode trazer consequências negativas, como a distração e a dependência”.

3. **Parágrafo de causa e consequência:** Essa organização é útil para discutir relações entre eventos ou ideias, onde uma situação leva diretamente a outra. Conectivos como “portanto”, “assim”, “como resultado” e “devido a isso” são frequentemente utilizados.

Exemplo: “O desmatamento desenfreado na Amazônia causa a perda de biodiversidade. Como consequência, espécies endêmicas estão desaparecendo, o que impacta negativamente os ecossistemas locais.”

– Estrutura e Organização em Textos Literários

Nos textos literários, a organização dos parágrafos e a estrutura do texto podem ser mais flexíveis, especialmente em obras de ficção, poesia e crônicas. A ordem cronológica dos acontecimentos, por exemplo, pode ser subvertida, criando uma narrativa não linear. Além disso, os parágrafos podem variar em tamanho e forma, dependendo do efeito estético ou emocional que o autor deseja provocar no leitor.

Em contos, como os de Guimarães Rosa, a estrutura pode não seguir o padrão tradicional, pois o autor utiliza técnicas de fluxo de consciência e jogos de linguagem que desafiam as convenções. No entanto, mesmo com essa liberdade formal, a organização ainda desempenha um papel importante para garantir que a narrativa mantenha coesão e faça sentido dentro de seu próprio universo.

Exemplo prático:

No conto “A Hora e a Vez de Augusto Matraga”, a estrutura narrativa é fragmentada, alternando entre momentos de reflexão e ação. A organização dos parágrafos é feita de modo a criar um ritmo intenso, com frases curtas que reforçam a dramaticidade dos eventos.

– Estrutura e Organização em Textos Não Literários

Em textos não literários, como ensaios, artigos científicos e relatórios, a estrutura é normalmente mais rígida e segue uma organização mais clara. Cada seção tem uma função específica: introduzir, desenvolver ou concluir as ideias. O autor deve seguir uma lógica precisa para garantir que o leitor consiga acompanhar a argumentação sem dificuldades.

Um exemplo clássico de boa organização em textos não literários é o uso de parágrafos tópicos, onde cada parágrafo aborda um único aspecto do tema e desenvolve um raciocínio completo. Esse tipo de organização é comum em textos acadêmicos e artigos de opinião, onde o autor expõe suas ideias de maneira sequencial e sistemática.

Exemplo prático:

Em um artigo científico sobre mudanças climáticas, a organização do texto segue um padrão claro: a introdução apresenta o problema, os parágrafos de desenvolvimento exploram os fatores que contribuem para o aquecimento global (como o aumento das emissões de gases de efeito estufa e o desmatamento), e a conclusão sintetiza os resultados e propõe soluções.

– Elementos de Transição entre Parágrafos

Para garantir que a estrutura do texto seja fluida e que os parágrafos estejam conectados de forma lógica, é fundamental o uso de elementos de transição. Esses elementos ajudam a guiar o leitor de uma ideia para outra, criando uma continuidade no raciocínio.

Alguns exemplos de elementos de transição incluem:

- Para adição de ideias: “Além disso”, “Ademais”, “Também”, “Por outro lado”.
- Para contraste: “No entanto”, “Todavia”, “Por outro lado”, “Entretanto”.
- Para conclusão ou síntese: “Portanto”, “Assim”, “Dessa forma”, “Logo”.

Esses conectivos e expressões são essenciais para manter a coesão do texto, evitando que os parágrafos fiquem isolados e garantindo uma progressão clara das ideias.

**FONÉTICA: SÍLABA; SEPARAÇÃO SILÁBICA;
ENCONTROS VOCÁLICOS; ENCONTROS
CONSONANTAIS; TONICIDADE**

A Fonética é a área da linguística que estuda os sons da fala, ou seja, os fonemas e suas combinações, que constituem as palavras da língua. É fundamental para compreender a pronúncia correta das palavras e as regras de acentuação. Dentro da fonética, destacam-se temas como fonemas, encontros vocálicos e consonantais, dígrafos, sílabas e tonicidade. Dominar esses conceitos é crucial tanto para a fala quanto para a escrita, além de ser uma base importante em exames de Língua Portuguesa, como concursos públicos e vestibulares. A seguir, exploraremos cada um desses temas detalhadamente.

— Fonemas

O fonema é a menor unidade sonora da língua que, por si só, não possui significado, mas que, combinada a outros fonemas, forma palavras e diferencia o sentido entre elas. É importante distinguir fonemas de letras: enquanto as letras são a representação gráfica dos sons (grafemas), os fonemas são as unidades sonoras. Em Português, temos 26 letras no alfabeto, mas o número de fonemas é superior, em torno de 33, pois certos sons são representados por mais de uma letra ou combinação de letras.

Classificação dos Fonemas:

Os fonemas podem ser classificados em:

- Vogais: Sons produzidos com a passagem livre de ar pela boca. São os principais sons das palavras. Ex.: a, e, i, o, u.
- Semivogais: Sons que, embora sejam vocálicos, não têm a mesma intensidade das vogais. São as letras i e u quando aparecem em ditongos. Ex.: pai (o “i” é semivogal).
- Consoantes: Sons produzidos com algum tipo de obstrução do ar pela boca ou pelos lábios. Ex.: p, t, f, b, d, m.

Exemplo:

Na palavra casa, temos quatro letras, e quatro fonemas: /k/ /a/ /z/ /a/.

— Encontros Vocálicos

Os encontros vocálicos ocorrem quando há a junção de duas ou mais vogais ou semivogais dentro da mesma palavra. Eles são classificados em ditongo, tritongo e hiato.

– Ditongo

O ditongo ocorre quando uma vogal e uma semivogal (ou vice-versa) estão juntas na mesma sílaba. Existem dois tipos de ditongos:

- Ditongo crescente: Semivogal + vogal. Ex.: quadro (/ua/).
- Ditongo decrescente: Vogal + semivogal. Ex.: pai (/ai/).

Exemplo de ditongo crescente: série.

Exemplo de ditongo decrescente: leite.

– Tritongo

O tritongo é o encontro de uma semivogal + vogal + semivogal, todas pertencentes à mesma sílaba.

Exemplo:

Uruguai (/u/ semivogal, /a/ vogal, /i/ semivogal).

– Hiato

O hiato ocorre quando duas vogais estão juntas na palavra, mas pertencem a sílabas diferentes.

Exemplo:

Saída (sa-í-da), onde o “a” e o “i” estão em sílabas diferentes.

— Encontros Consonantais

Os encontros consonantais são combinações de duas ou mais consoantes, que podem ocorrer na mesma sílaba ou em sílabas diferentes. Eles são divididos em perfeitos e imperfeitos.

– Encontro Consonantal Perfeito

No encontro consonantal perfeito, as consoantes estão na mesma sílaba.

Exemplo:

Planta (plan-ta), onde pl está na mesma sílaba.

– Encontro Consonantal Imperfeito

No encontro consonantal imperfeito, as consoantes pertencem a sílabas diferentes.

Exemplo:

Carta (car-ta), onde r e t estão em sílabas diferentes.

— Dígrafos

O dígrafo ocorre quando duas letras representam um único som, ou seja, um único fonema. Existem dígrafos vocálicos e dígrafos consonantais.

– Dígrafos Vocálicos

Os dígrafos vocálicos ocorrem quando há uma combinação de vogal + consoante nasal (m ou n) que resulta em um único som nasalizado.

Exemplo:

Campo (o grupo am forma um dígrafo que tem som nasal /ã/).

– Dígrafos Consonantais

Os dígrafos consonantais ocorrem quando duas consoantes juntas representam um único som.

Exemplo:

Chuva (as letras ch representam o som /ʃ/, semelhante ao x em “xícara”).

Outros exemplos comuns de dígrafos consonantais são: nh (como em sonho), lh (como em filho), ss (como em massa), rr (como em carro), qu (como em quadro) e gu (como em guerra).

— Sílabas

A sílaba é a unidade fonológica composta por um ou mais fonemas pronunciados em um só impulso sonoro. A quantidade de sílabas em uma palavra define sua classificação quanto ao número de sílabas.

Classificação das Palavras por Número de Sílabas:

- Monossílabas: Palavra com uma sílaba. Ex.: sol, mar.
- Dissílabas: Palavra com duas sílabas. Ex.: casa, mesa.
- Trissílabas: Palavra com três sílabas. Ex.: família, pessoa.
- Polissílabas: Palavra com quatro ou mais sílabas. Ex.: computador, universidade.

– Separação Silábica

A separação silábica segue regras como:

- Encontros vocálicos podem ou não estar na mesma sílaba (dependendo se formam ditongo ou hiato).
- Dígrafos não se separam. Ex.: chapéu → cha-péu (não ch-a-péu).

— Tonicidade

A tonicidade refere-se à intensidade da pronúncia das sílabas de uma palavra, que pode ser tônica ou átona. A sílaba tônica é a sílaba pronunciada com maior força e intensidade. Com base na posição da sílaba tônica, as palavras são classificadas em oxítonas, paroxítonas e proparoxítonas.

– Oxítonas

Nas palavras oxítonas, a sílaba tônica é a última.

Exemplo:

Computador, café.

– Paroxítonas

Nas palavras paroxítonas, a sílaba tônica é a penúltima.

Exemplo:

Mesa, fácil.

– Proparoxítonas

Nas palavras proparoxítonas, a sílaba tônica é a antepenúltima.

Exemplo:

Médico, cálculo.

– Regras de Acentuação

As regras de acentuação gráfica determinam que:

- Oxítonas são acentuadas se terminam em a, e, o, em (ou plurais). Ex.: café, também.
- Paroxítonas são acentuadas se não terminam em a, e, o, em (ou plurais). Ex.: fácil, órgão.

- Proparoxítonas são todas acentuadas. Ex.: príncipe, lógico.

Resumo dos termos:

Conceito	Definição	Exemplos
Fonema	Menor unidade sonora da língua.	Na palavra casa: /k/ /a/ /z/ /a/
Vogais	Sons produzidos sem obstrução do ar.	a, e, i, o, u
Semivogais	Sons vocálicos de menor intensidade, que acompanham uma vogal.	pai (o “i” é semivogal)
Consoantes	Sons com obstrução parcial ou total do ar.	p, t, b, d, m
Encontro Vocálico	Junção de vogais ou semivogais.	Ditongo: pai Hiato: saída
Ditongo	Vogal + semivogal (ou vice-versa) na mesma sílaba.	Crescente: quadro Decrescente: leite
Tritongo	Semivogal + vogal + semivogal na mesma sílaba.	Uruguai
Hiato	Encontro de duas vogais em sílabas diferentes.	Saída
Encontro Consonantal	Junção de duas ou mais consoantes.	Perfeito: planta Imperfeito: carta
Dígrafos	Duas letras que representam um único som.	Vocálicos: campo Consonantais: chuva
Sílabas	Unidade de fonemas pronunciada em um só impulso sonoro.	Monossílabas: sol Polissílabas: universidade
Tonicidade	Intensidade da pronúncia de uma sílaba.	Oxítona: café Proparoxítona: médico
Palavras Oxítonas	Sílaba tônica é a última.	computador, café
Palavras Paroxítonas	Sílaba tônica é a penúltima.	mesa, fácil
Palavras Proparoxítonas	Sílaba tônica é a antepenúltima.	médico, cálculo

ACENTUAÇÃO GRÁFICA

A acentuação é uma das principais questões relacionadas à Ortografia Oficial, que merece um capítulo a parte. Os acentos utilizados no português são: acento agudo (´); acento grave (`); acento circunflexo (^); cedilha (,) e til (~).

Depois da reforma do Acordo Ortográfico, a trema foi excluída, de modo que ela só é utilizada na grafia de nomes e suas derivações (ex: Müller, mülleriano).

Esses são sinais gráficos que servem para modificar o som de alguma letra, sendo importantes para marcar a sonoridade e a intensidade das sílabas, e para diferenciar palavras que possuem a escrita semelhante.

A sílaba mais intensa da palavra é denominada sílaba tônica. A palavra pode ser classificada a partir da localização da sílaba tônica, como mostrado abaixo:

- Oxítona: a última sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: café)
- Paroxítona: a penúltima sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: automóvel)
- Proparoxítona: a antepenúltima sílaba da palavra é a mais intensa. (Ex: lâmpada)

As demais sílabas, pronunciadas de maneira mais sutil, são denominadas sílabas átonas.

Regras fundamentais

CLASSIFICAÇÃO	REGRAS	EXEMPLOS
OXÍTONAS	– Terminadas em A, E, O, EM, seguidas ou não do plural; – Seguidas de -LO, -LA, -LOS, -LAS	cipó(s), pé(s), armazém respeitá-la, compô-lo, comprometé-los
PAROXÍTONAS	– Terminadas em I, IS, US, UM, UNS, L, N, X, PS, Ã, ÃS, ÃO, ÃOS ditongo oral, crescente ou decrescente, seguido ou não do plural	táxi, lápis, vírus, fórum, cadáver, tórax, bíceps, imã, órfão, órgãos, água, mágoa, pônei, ideia, geleia, paranoico, heroico
PROPAROXÍTONAS	– Todas são acentuadas	cólica, analítico, jurídico, hipérbole, último, álibi

OBS: Os ditongos “EI” e “OI” perderam o acento com o Novo Acordo Ortográfico

Regras especiais

REGRA	EXEMPLOS
Acentua-se quando “i” e “u” tônicos formam hiato com a vogal anterior, estando sozinhos na sílaba (ou seguidos de “s”), desde que não sejam seguidos de “nh” nem venham após ditongo .	saída, faísca, baú, país e baía
Acentua-se a 3ª pessoa do plural do presente do indicativo dos verbos “TER” e “VIR” e seus compostos	têm, obtêm, contêm, vêm
Não são acentuados hiatos “OO” e “EE”	leem, voo, enjoo
Não são acentuadas palavras homógrafas OBS: A forma verbal “PÔDE” é uma exceção	pelo, pera, para

OBS: Não são mais acentuadas as vogais “i” e “u” tônicas quando vierem depois de ditongo em palavras paroxítonas. Exemplos: feiura, Bocaíuva, heroico, jiboia.

ORTOGRAFIA

— Alfabeto

O alfabeto da língua portuguesa é formado por 26 letras. A – B – C – D – E – F – G – H – I – J – K – L – M – N – O – P – Q – R – S – T – U – V – W – X – Y – Z.

Observação: emprega-se também o “ç”, que representa o fonema /s/ diante das letras: a, o, e u em determinadas palavras.

— Emprego das Letras e Fonemas

Emprego das letras K, W e Y

Utilizam-se nos seguintes casos:

- 1) Em antropônimos originários de outras línguas e seus derivados. Exemplos: Kant, kantismo; Darwin, darwinismo; Taylor, taylorista.
- 2) Em topônimos originários de outras línguas e seus derivados. Exemplos: Kuwait, kuwaitiano.
- 3) Em siglas, símbolos, e mesmo em palavras adotadas como unidades de medida de curso internacional. Exemplos: K (Potássio), W (West), kg (quilograma), km (quilômetro), Watt.

Emprego do X

Se empregará o “X” nas seguintes situações:

1) Após ditongos.

Exemplos: caixa, frouxo, peixe.

Exceção: recauchutar e seus derivados.

2) Após a sílaba inicial “en”.

Exemplos: enxame, enxada, enxaqueca.

Exceção: palavras iniciadas por “ch” que recebem o prefixo “en-”. Ex.: encharcar (de charco), enchiqueirar (de chiqueiro), encher e seus derivados (enchente, enchimento, preencher...)

3) Após a sílaba inicial “me-”.

Exemplos: mexer, mexerica, mexicano, mexilhão.

Exceção: mecha.

4) Se empregará o “X” em vocábulos de origem indígena ou africana e em palavras inglesas aportuguesadas.

Exemplos: abacaxi, xavante, orixá, xará, xerife, xampu, bexiga, bruxa, coaxar, faxina, graxa, lagartixa, lixa, lixo, puxar, rixa, oxalá, praxe, roxo, vexame, xadrez, xarope, xaxim, xícara, xale, xingar, etc.

Emprego do Ch

Se empregará o “Ch” nos seguintes vocábulos: bochecha, bucha, cachimbo, chalé, charque, chimarrão, chuchu, chute, cochilo, debochar, fachada, fantoche, ficha, flecha, mochila, pechinha, salsicha, tchau, etc.

Emprego do G

Se empregará o “G” em:

1) Substantivos terminados em: -agem, -igem, -ugem.

Exemplos: barragem, miragem, viagem, origem, ferrugem.

Exceção: pajem.

2) Palavras terminadas em: -ágio, -égio, -ígio, -ógio, -úgio.

Exemplos: estágio, privilégio, prestígio, relógio, refúgio.

3) Em palavras derivadas de outras que já apresentam “G”.

Exemplos: engessar (de gesso), massagista (de massagem), vertiginoso (de vertigem).

Observação também se emprega com a letra “G” os seguintes vocábulos: algema, auge, bege, estrangeiro, geada, gengiva, gíbi, gílete, hegemonia, herege, megera, monge, rabugento, vagem.

Emprego do J

Para representar o fonema “j” na forma escrita, a grafia considerada correta é aquela que ocorre de acordo com a origem da palavra, como por exemplo no caso da palavra jipe que origina-se do inglês jeep. Porém também se empregará o “J” nas seguintes situações:

1) Em verbos terminados em -jar ou -jear. Exemplos:

Arranjar: arranjo, arranje, arranjem

Despejar: despejo, despeje, despejem

Viajar: viajo, viaje, viajem

2) Nas palavras de origem tupi, africana, árabe ou exótica.

Exemplos: biju, jiboia, canjica, pajé, jerico, manjeriço, Moji.

3) Nas palavras derivadas de outras que já apresentam “J”.

Exemplos: laranja –laranjeira / loja – lojista / lisonja – lisonjeador / nojo – nojeira / cereja – cerejeira / varejo – varejista / riço – enrijecer / jeito – ajeitar.

Observação: também se emprega com a letra “J” os seguintes vocábulos: berinjela, cafajeste, jeca, jegue, majestade, jeito, jejum, laje, traje, pegajento.

Emprego do S

Utiliza-se “S” nos seguintes casos:

1) Palavras derivadas de outras que já apresentam “S” no radical. Exemplos: análise – analisar / catálise – catalisador / casa – casinha ou casebre / liso – alisar.

2) Nos sufixos -ês e -esa, ao indicarem nacionalidade, título ou origem. Exemplos: burguês – burguesa / inglês – inglesa / chinês – chinesa / milanês – milanesa.

3) Nos sufixos formadores de adjetivos -ense, -oso e -osa.

Exemplos: catarinense / palmeirense / gostoso – gostosa / amoroso – amorosa / gasoso – gasosa / teimoso – teimosa.

4) Nos sufixos gregos -ese, -isa, -osa.

Exemplos: catequese, diocese, poetisa, profetisa, sacerdotisa, glicose, metamorfose, virose.

5) Após ditongos.

Exemplos: coisa, pouso, lousa, náusea.

6) Nas formas dos verbos pôr e querer, bem como em seus derivados.

Exemplos: pus, pôs, pusemos, puseram, pusera, pusesse, puséssemos, quis, quisemos, quizeram, quiser, quisera, quiséssemos, repus, repusera, repusesse, repuséssemos.

7) Em nomes próprios personativos.

Exemplos: Baltasar, Heloísa, Inês, Isabel, Luís, Luísa, Resende, Sousa, Teresa, Teresinha, Tomás.

Observação: também se emprega com a letra “S” os seguintes vocábulos: abuso, asilo, através, aviso, besouro, brasa, cortesia, decisão, despesa, empresa, freguesia, fusível, maisena, mesada, paisagem, paraíso, pêsames, presépio, presídio, querosene, raposa, surpresa, tesoura, usura, vaso, vigésimo, visita, etc.

Emprego do Z

Se empregará o “Z” nos seguintes casos:

1) Palavras derivadas de outras que já apresentam Z no radical.

Exemplos: deslize – deslizar / razão – razoável / vazio – esvaziar / raiz – enraizar / cruz – cruzeiro.

2) Nos sufixos -ez, -eza, ao formarem substantivos abstratos a partir de adjetivos.

Exemplos: inválido – invalidez / limpo – limpeza / macio – maciez / rígido – rigidez / frio – frieza / nobre – nobreza / pobre – pobreza / surdo – surdez.

3) Nos sufixos -izar, ao formar verbos e -ização, ao formar substantivos.

Exemplos: civilizar – civilização / hospitalizar – hospitalização / colonizar – colonização / realizar – realização.

4) Nos derivados em -zal, -zeiro, -zinho, -zinha, -zito, -zita.

Exemplos: cafezal, cafezeiro, cafezinho, arvorezinha, cãozito, avezita.

5) Nos seguintes vocábulos: azar, azeite, azedo, amizade, buzina, bazar, catequizar, chafariz, cicatriz, coalizão, cuscuz, proeza, vizinho, xadrez, verniz, etc.

6) Em vocábulos homófonos, estabelecendo distinção no contraste entre o S e o Z. Exemplos:

Cozer (cozinhar) e coser (costurar);

Prezar (ter em consideração) e presar (prender);

Traz (forma do verbo trazer) e trás (parte posterior).

Observação: em muitas palavras, a letra X soa como Z. Como por exemplo: exame, exato, exausto, exemplo, existir, exótico, inexorável.

Emprego do Fonema S

Existem diversas formas para a representação do fonema “S” no qual podem ser: s, ç, x e dos dígrafos sc, sç, ss, xc, xs. Assim vamos algumas situações:

1) Emprega-se o S: nos substantivos derivados de verbos terminados em -andir, -ender, -verter e -pelir.

Exemplos: expandir – expansão / pretender – pretensão / verter – versão / expelir – expulsão / estender – extensão / suspender – suspensão / converter – conversão / repelir – repulsão.

2) Emprega-se Ç: nos substantivos derivados dos verbos ter e torcer.

Exemplos: ater – atenção / torcer – torção / deter – detenção / distorcer – distorção / manter – manutenção / contorcer – contorção.

3) Emprega-se o X: em casos que a letra X soa como Ss.

Exemplos: auxílio, expectativa, experto, extroversão, sexta, sintaxe, texto, trouxe.

4) Emprega-se Sc: nos termos eruditos.

Exemplos: acréscimo, ascensorista, consciência, descender, discente, fascículo, fascínio, imprescindível, miscigenação, miscível, plebiscito, rescisão, seiscientos, transcender, etc.

5) Emprega-se Sç: na conjugação de alguns verbos.

Exemplos: nascer - nasço, nasça / crescer - cresço, cresça / Descer - desço, desça.

6) Emprega-se Ss: nos substantivos derivados de verbos terminados em -gredir, -mitir, -ceder e -cutir.

Exemplos: agredir – agressão / demitir – demissão / ceder – cessão / discutir – discussão / progredir – progressão / transmitir – transmissão / exceder – excesso / repercutir – repercussão.

7) Emprega-se o Xc e o Xs: em dígrafos que soam como Ss.

Exemplos: exceção, excêntrico, excedente, excepcional, exsudar.

Atenção - não se esqueça que uso da letra X apresenta algumas variações. Observe:

1) O “X” pode representar os seguintes fonemas:

“ch” - xarope, vexame;

“cs” - axila, nexa;

“z” - exame, exílio;

“ss” - máximo, próximo;

“s” - texto, extenso.

2) Não soa nos grupos internos -xce- e -xci-

Exemplos: excelente, excitar.

Emprego do E

Se empregará o “E” nas seguintes situações:

1) Em sílabas finais dos verbos terminados em -oar, -uar

Exemplos: magoar - magoe, magoes / continuar- continue, continues.

2) Em palavras formadas com o prefixo ante- (antes, anterior).

Exemplos: antebraço, antecipar.

3) Nos seguintes vocábulos: cadeado, confete, disenteria, empecilho, irrequieto, mexerico, orquídea, etc.

Emprego do I

Se empregará o “I” nas seguintes situações:

1) Em sílabas finais dos verbos terminados em -air, -oer, -uir.

Exemplos:

Cair- cai

Doer- dói

Influir- influi

2) Em palavras formadas com o prefixo anti- (contra).

Exemplos: anticristo, antitetânico.

3) Nos seguintes vocábulos: aborígene, artimanha, chefiar, digladiar, penicilina, privilégio, etc.

Emprego do O/U

A oposição o/u é responsável pela diferença de significado de algumas palavras. Veja os exemplos: comprimento (extensão) e cumprimento (saudação, realização) soar (emitir som) e suar (transpirar).

– Grafam-se com a letra “O”: bolacha, bússola, costume, moleque.

– Grafam-se com a letra “U”: camundongo, jabuti, Manuel, tábua.

Emprego do H

Esta letra, em início ou fim de palavras, não tem valor fonético. Conservou-se apenas como símbolo, por força da etimologia e da tradição escrita. A palavra hoje, por exemplo, grafa-se desta forma devido a sua origem na forma latina hodie. Assim vejamos o seu emprego:

1) Inicial, quando etimológico.

Exemplos: hábito, hesitar, homologar, Horácio.

2) Medial, como integrante dos dígrafos ch, lh, nh.

Exemplos: flecha, telha, companhia.

3) Final e inicial, em certas interjeições.

Exemplos: ah!, ih!, eh!, oh!, hem?, hum!, etc.

4) Em compostos unidos por hífen, no início do segundo elemento, se etimológico.

Exemplos: anti-higiênico, pré-histórico, super-homem, etc.

Observações:

1) No substantivo Bahia, o “h” sobrevive por tradição. Note que nos substantivos derivados como baiano, baianada ou baianinha ele não é utilizado.

2) Os vocábulos erva, Espanha e inverno não iniciam com a letra “h”. No entanto, seus derivados eruditos sempre são grafados com h, como por exemplo: herbívoro, hispânico, hibernal.

MORFOLOGIA: PROCESSOS DE FORMAÇÃO DE PALAVRAS; CLASSES DE PALAVRAS: SUBANTIVO (CLASSIFICAÇÃO E FLEXÃO); ADJETIVO (CLASSIFICAÇÃO, FLEXÃO E LOCUÇÃO ADJETIVA); ADVÉRBIO (CLASSIFICAÇÃO E LOCUÇÃO ADVERBIAL); CONJUNÇÕES (COORDENATIVAS E SUBORDINATIVAS); VERBO: FLEXÃO VERBAL (NÚMERO, PESSOA, MODO, TEMPO, VOZ), CLASSIFICAÇÃO (REGULARES, IRREGULARES, DEFECTIVOS, ABUNDANTES, AUXILIARES E PRINCIPAIS) E CONJUGAÇÃO DOS TEMPOS SIMPLES E COMPOSTOS; PRONOME (CLASSIFICAÇÃO E EMPREGO)

PROCESSOS DE FORMAÇÃO DE PALAVRAS

A formação de palavras se dá a partir de processos morfológicos, de modo que as palavras se dividem entre:

– Palavras primitivas: são aquelas que não provêm de outra palavra.

Exemplo: flor; pedra

– Palavras derivadas: são originadas a partir de outras palavras.

Exemplo: floricultura; pedrada

– Palavra simples: são aquelas que possuem apenas um radical (morfema que contém significado básico da palavra).

Exemplo: cabelo; azeite

– Palavra composta: são aquelas que possuem dois ou mais radicais.

Exemplo: guarda-roupa; couve-flor

Entenda como ocorrem os principais processos de formação de palavras:

Derivação

A formação se dá por derivação quando ocorre a partir de uma palavra simples ou de um único radical, juntando-se afixos.

– Derivação prefixal: adiciona-se um afixo anteriormente à palavra ou radical.

Exemplo: antebrço (ante + brço) / infeliz (in + feliz)

– Derivação sufixal: adiciona-se um afixo ao final da palavra ou radical.

Exemplo: friorento (frio + ento) / guloso (gula + oso)

– Derivação parassintética: adiciona-se um afixo antes e outro depois da palavra ou radical.

Exemplo: esfriar (es + frio + ar) / desgovernado (des + governar + ado)

– Derivação regressiva (formação deverbal): reduz-se a palavra primitiva.

Exemplo: boteco (botequim) / ataque (verbo “atacar”)

– Derivação imprópria (conversão): ocorre mudança na classe gramatical, logo, de sentido, da palavra primitiva.

Exemplo: jantar (verbo para substantivo) / Oliveira (substantivo comum para substantivo próprio – sobrenomes).

Composição

A formação por composição ocorre quando uma nova palavra se origina da junção de duas ou mais palavras simples ou radicais.

– Aglutinação: fusão de duas ou mais palavras simples, de modo que ocorre supressão de fonemas, de modo que os elementos formadores perdem sua identidade ortográfica e fonológica.

Exemplo: aguardente (água + ardente) / planalto (plano + alto)

– Justaposição: fusão de duas ou mais palavras simples, mantendo a ortografia e a acentuação presente nos elementos formadores. Em sua maioria, aparecem conectadas com hífen.

Exemplo: beija-flor / passatempo.

– Abreviação

Quando a palavra é reduzida para apenas uma parte de sua totalidade, passando a existir como uma palavra autônoma.

Exemplo: foto (fotografia) / PUC (Pontifícia Universidade Católica).

– Hibridismo

Quando há junção de palavras simples ou radicais advindos de línguas distintas.

Exemplo: sociologia (socio – latim + logia – grego) / binóculo (bi – grego + oculus – latim).

– Combinação

Quando ocorre junção de partes de outras palavras simples ou radicais.

Exemplo: portunhol (português + espanhol) / aborrecente (aborrecer + adolescente).

– Intensificação

Quando há a criação de uma nova palavra a partir do alargamento do sufixo de uma palavra existente. Normalmente é feita adicionando o sufixo -izar.

Exemplo: inicializar (em vez de iniciar) / protocolizar (em vez de protocolar).

Neologismo

Quando novas palavras surgem devido à necessidade do falante em contextos específicos, podendo ser temporárias ou permanentes. Existem três tipos principais de neologismos:

– Neologismo semântico: atribui-se novo significado a uma palavra já existente.

Exemplo: amarelar (desistir) / mico (vergonha)

– Neologismo sintático: ocorre a combinação de elementos já existentes no léxico da língua.

Exemplo: dar um bolo (não comparecer ao compromisso) / dar a volta por cima (superar).

– Neologismo lexical: criação de uma nova palavra, que tem um novo conceito.

Exemplo: deletar (apagar) / escanear (digitalizar)

Onomatopeia

Quando uma palavra é formada a partir da reprodução aproximada do seu som.

Exemplo: atchim; zum-zum; tique-taque.

CLASSES DE PALAVRAS

Para entender sobre a estrutura das funções sintáticas, é preciso conhecer as classes de palavras, também conhecidas por classes morfológicas. A gramática tradicional pressupõe 10 classes gramaticais de palavras, sendo elas: adjetivo, advérbio, artigo, conjunção, interjeição, numeral, pronome, preposição, substantivo e verbo.

Veja, a seguir, as características principais de cada uma delas.

CLASSE	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLOS
ADJETIVO	– Expressar características, qualidades ou estado dos seres – Sofre variação em número, gênero e grau	Menina <u>inteligente</u> ... Roupa <u>azul-marinho</u> ... Brincadeira <u>de criança</u> ... Povo <u>brasileiro</u> ...
ADVÉRBIO	– Indica circunstância em que ocorre o fato verbal – Não sofre variação	A ajuda chegou <u>tarde</u> . A mulher trabalha <u> muito</u> . Ele dirigia <u>mal</u> .
ARTIGO	– Determina os substantivos (de modo definido ou indefinido) Varia em gênero e número	A galinha botou <u>um</u> ovo. <u>Uma</u> menina deixou <u>a</u> mochila no ônibus.
CONJUNÇÃO	– Liga ideias e sentenças (conhecida também como conectivos) – Não sofre variação	Não gosto de refrigerante <u>nem</u> de pizza. Eu vou para a praia <u>ou</u> para a cachoeira?

INTERJEIÇÃO	– Exprime reações emotivas e sentimentos – Não sofre variação	Ah! Que calor... Escapei por pouco, <u>ufa</u> !
NUMERAL	– Atribui quantidade e indica posição em alguma sequência – Varia em gênero e número	Gostei muito do <u>primeiro</u> dia de aula. <u>Três</u> é a <u>metade</u> de <u>seis</u> .
PRONOME	– Acompanha, substitui ou faz referência ao substantivo – Varia em gênero e número	Posso ajudar, <u>senhora</u> ? <u>Ela me</u> ajudou muito com o <u>meu</u> trabalho. <u>Esta</u> é a casa <u>onde</u> eu moro. <u>Que</u> dia é hoje?
PREPOSIÇÃO	– Relaciona dois termos de uma mesma oração – Não sofre variação	Espero <u>por</u> você essa noite. Lucas gosta <u>de</u> tocar violão.
SUBSTANTIVO	– Nomeia objetos, pessoas, animais, alimentos, lugares etc. – Flexionam em gênero, número e grau.	A <u>menina</u> jogou sua <u>boneca</u> no <u>rio</u> . A <u>matilha</u> tinha muita <u>coragem</u> .
VERBO	– Indica ação, estado ou fenômenos da natureza – Sofre variação de acordo com suas flexões de modo, tempo, número, pessoa e voz. – Verbos não significativos são chamados verbos de ligação	Ana se <u>exercita</u> pela manhã. Todos <u>parecem</u> meio bobos. <u>Chove</u> muito em Manaus. A cidade <u>é</u> muito bonita quando vista do alto.

Substantivo

– Tipos de substantivos

Os substantivos podem ter diferentes classificações, de acordo com os conceitos apresentados abaixo:

– Comum: usado para nomear seres e objetos generalizados.

Exemplo: mulher; gato; cidade...

– Próprio: geralmente escrito com letra maiúscula, serve para especificar e particularizar.

Exemplo: Maria; Garfield; Belo Horizonte...

– Coletivo: é um nome no singular que expressa ideia de plural, para designar grupos e conjuntos de seres ou objetos de uma mesma espécie.

Exemplo: matilha; enxame; cardume...

– Concreto: nomeia algo que existe de modo independente de outro ser (objetos, pessoas, animais, lugares etc.).

Exemplo: menina; cachorro; praça...

– Abstrato: depende de um ser concreto para existir, designando sentimentos, estados, qualidades, ações etc.

Exemplo: saudade; sede; imaginação...

– Primitivo: substantivo que dá origem a outras palavras.

Exemplo: livro; água; noite...

– Derivado: formado a partir de outra(s) palavra(s).

Exemplo: pedreiro; livraria; noturno...

– Simples: nomes formados por apenas uma palavra (um radical).

Exemplo: casa; pessoa; cheiro...

– Composto: nomes formados por mais de uma palavra (mais de um radical).

Exemplo: passatempo; guarda-roupa; girassol...

– Flexão de gênero

Na língua portuguesa, todo substantivo é flexionado em um dos dois gêneros possíveis: feminino e masculino.

O substantivo biforme é aquele que flexiona entre masculino e feminino, mudando a desinência de gênero, isto é, geralmente o final da palavra sendo -o ou -a, respectivamente (Ex: menino / menina). Há, ainda, os que se diferenciam por meio da pronúncia / acentuação (Ex: avô / avó), e aqueles em que há ausência ou presença de desinência (Ex: irmão / irmã; cantor / cantora).

O substantivo uniforme é aquele que possui apenas uma forma, independente do gênero, podendo ser diferenciados quanto ao gênero a partir da flexão de gênero no artigo ou adjetivo que o acompanha (Ex: a cadeira / o poste). Pode ser classificado em epiceno (refere-se aos animais), sobrecomum (refere-se a pessoas) e comum de dois gêneros (identificado por meio do artigo).

É preciso ficar atento à mudança semântica que ocorre com alguns substantivos quando usados no masculino ou no feminino, trazendo alguma especificidade em relação a ele. No exemplo “o fruto X a fruta” temos significados diferentes: o primeiro diz respeito ao órgão que protege a semente dos alimentos, enquanto o segundo é o termo popular para um tipo específico de fruto.

– Flexão de número

No português, é possível que o substantivo esteja no singular, usado para designar apenas uma única coisa, pessoa, lugar (Ex: bola; escada; casa) ou no plural, usado para designar maiores quantidades (Ex: bolas; escadas; casas) — sendo este último representado, geralmente, com o acréscimo da letra S ao final da palavra.

Há, também, casos em que o substantivo não se altera, de modo que o plural ou singular devem estar marcados a partir do contexto, pelo uso do artigo adequado (Ex: o lápis / os lápis).

– Variação de grau

Usada para marcar diferença na grandeza de um determinado substantivo, a variação de grau pode ser classificada em aumentativo e diminutivo.

Quando acompanhados de um substantivo que indica grandeza ou pequenez, é considerado analítico (Ex: menino grande / menino pequeno).

Quando acrescentados sufixos indicadores de aumento ou diminuição, é considerado sintético (Ex: meninão / menininho).

Novo Acordo Ortográfico

De acordo com o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa, as letras maiúsculas devem ser usadas em nomes próprios de pessoas, lugares (cidades, estados, países, rios), animais, acidentes geográficos, instituições, entidades, nomes astronômicos, de festas e festividades, em títulos de periódicos e em siglas, símbolos ou abreviaturas.

Já as letras minúsculas podem ser usadas em dias de semana, meses, estações do ano e em pontos cardeais.

Existem, ainda, casos em que o uso de maiúscula ou minúscula é facultativo, como em título de livros, nomes de áreas do saber, disciplinas e matérias, palavras ligadas a alguma religião e em palavras de categorização.

Adjetivo

Os adjetivos podem ser simples (educado) ou compostos (mal-educado); primitivos (alegre) ou derivados (tristonho). Eles podem flexionar entre o feminino (estudiosa) e o masculino (engraçado), e o singular (bonito) e o plural (bonitos).

Há, também, os adjetivos pátrios ou gentílicos, sendo aqueles que indicam o local de origem de uma pessoa, ou seja, sua nacionalidade (brasileiro; mineiro).

É possível, ainda, que existam locuções adjetivas, isto é, conjunto de duas ou mais palavras usadas para caracterizar o substantivo. São formadas, em sua maioria, pela preposição DE + substantivo:

- de criança = infantil
- de mãe = maternal
- de cabelo = capilar

– Variação de grau

Os adjetivos podem se encontrar em grau normal (sem ênfases), ou com intensidade, classificando-se entre comparativo e superlativo.

– Normal: A Bruna é inteligente.

– Comparativo de superioridade: A Bruna é mais inteligente que o Lucas.

– Comparativo de inferioridade: O Gustavo é menos inteligente que a Bruna.

– Comparativo de igualdade: A Bruna é tão inteligente quanto a Maria.

– Superlativo relativo de superioridade: A Bruna é a mais inteligente da turma.

– Superlativo relativo de inferioridade: O Gustavo é o menos inteligente da turma.

– Superlativo absoluto analítico: A Bruna é muito inteligente.

– Superlativo absoluto sintético: A Bruna é inteligentíssima.

– Adjetivos de relação

São chamados adjetivos de relação aqueles que não podem sofrer variação de grau, uma vez que possui valor semântico objetivo, isto é, não depende de uma impressão pessoal (subjetiva). Além disso, eles aparecem após o substantivo, sendo formados por sufixação de um substantivo (Ex: vinho do Chile = vinho chileno).

Advérbio

Os advérbios são palavras que modificam um verbo, um adjetivo ou um outro advérbio. Eles se classificam de acordo com a tabela abaixo:

CLASSIFICAÇÃO	ADVÉRBIOS	LOCUÇÕES ADVERBIAIS
DE MODO	bem; mal; assim; melhor; depressa	ao contrário; em detalhes
DE TEMPO	ontem; sempre; afinal; já; agora; doravante; primeiramente	logo mais; em breve; mais tarde, nunca mais, de noite
DE LUGAR	aqui; acima; embaixo; longe; fora; embaixo; ali	Ao redor de; em frente a; à esquerda; por perto
DE INTENSIDADE	muito; tão; demasiado; imenso; tanto; nada	em excesso; de todos; muito menos
DE AFIRMAÇÃO	sim, indubitavelmente; certo; decerto; deveras	com certeza; de fato; sem dúvidas
DE NEGAÇÃO	não; nunca; jamais; tampouco; nem	nunca mais; de modo algum; de jeito nenhum
DE DÚVIDA	Possivelmente; acaso; será; talvez; quiçá	Quem sabe

– Advérbios interrogativos

São os advérbios ou locuções adverbiais utilizadas para introduzir perguntas, podendo expressar circunstâncias de:

- Lugar: onde, aonde, de onde
- Tempo: quando
- Modo: como
- Causa: por que, por quê

– Grau do advérbio

Os advérbios podem ser comparativos ou superlativos.

- Comparativo de igualdade: tão/tanto + advérbio + quanto
- Comparativo de superioridade: mais + advérbio + (do) que
- Comparativo de inferioridade: menos + advérbio + (do) que
- Superlativo analítico: muito cedo
- Superlativo sintético: cedíssimo

Curiosidades

Na linguagem coloquial, algumas variações do superlativo são aceitas, como o diminutivo (cedinho), o aumentativo (cedão) e o uso de alguns prefixos (supercedo).

Existem advérbios que exprimem ideia de exclusão (somente; salvo; exclusivamente; apenas), inclusão (também; ainda; mesmo) e ordem (ultimamente; depois; primeiramente).

Alguns advérbios, além de algumas preposições, aparecem sendo usados como uma palavra denotativa, acrescentando um sentido próprio ao enunciado, podendo ser elas de inclusão (até, mesmo, inclusive); de exclusão (apenas, senão, salvo); de designação (eis); de realce (cá, lá, só, é que); de retificação (aliás, ou melhor, isto é) e de situação (afinal, agora, então, e aí).

Pronomes

Os pronomes são palavras que fazem referência aos nomes, isto é, aos substantivos. Assim, dependendo de sua função no enunciado, ele pode ser classificado da seguinte maneira:

- Pronomes pessoais: indicam as 3 pessoas do discurso, e podem ser retos (eu, tu, ele...) ou oblíquos (mim, me, te, nos, si...).
- Pronomes possessivos: indicam posse (meu, minha, sua, teu, nossos...)
- Pronomes demonstrativos: indicam localização de seres no tempo ou no espaço. (este, isso, essa, aquela, aquilo...)
- Pronomes interrogativos: auxiliam na formação de questionamentos (qual, quem, onde, quando, que, quantas...)
- Pronomes relativos: retomam o substantivo, substituindo-o na oração seguinte (que, quem, onde, cujo, o qual...)
- Pronomes indefinidos: substituem o substantivo de maneira imprecisa (alguma, nenhum, certa, vários, qualquer...)
- Pronomes de tratamento: empregados, geralmente, em situações formais (senhor, Vossa Majestade, Vossa Excelência, você...)

– Colocação pronominal

Diz respeito ao conjunto de regras que indicam a posição do pronome oblíquo átono (me, te, se, nos, vos, lhe, lhes, o, a, os, as, lo, la, no, na...) em relação ao verbo, podendo haver próclise (antes do verbo), ênclise (depois do verbo) ou mesóclise (no meio do verbo).

Veja, então, quais as principais situações para cada um deles:

– **Próclise:** expressões negativas; conjunções subordinativas; advérbios sem vírgula; pronomes indefinidos, relativos ou demonstrativos; frases exclamativas ou que exprimem desejo; verbos no gerúndio antecidos por “em”.

Nada me faria mais feliz.

– **Ênclise:** verbo no imperativo afirmativo; verbo no início da frase (não estando no futuro e nem no pretérito); verbo no gerúndio não acompanhado por “em”; verbo no infinitivo pessoal.

Inscreeu-se no concurso para tentar realizar um sonho.

– **Mesóclise:** verbo no futuro iniciando uma oração.
Orgulhar-me-ei de meus alunos.

DICA: o pronome não deve aparecer no início de frases ou orações, nem após ponto-e-vírgula.

Verbos

Os verbos podem ser flexionados em três tempos: pretérito (passado), presente e futuro, de maneira que o pretérito e o futuro possuem subdivisões.

Eles também se dividem em três flexões de modo: indicativo (certeza sobre o que é passado), subjuntivo (incerteza sobre o que é passado) e imperativo (expressar ordem, pedido, comando).

– **Tempos simples do modo indicativo:** presente, pretérito perfeito, pretérito imperfeito, pretérito mais-que-perfeito, futuro do presente, futuro do pretérito.

– **Tempos simples do modo subjuntivo:** presente, pretérito imperfeito, futuro.

Os tempos verbais compostos são formados por um verbo auxiliar e um verbo principal, de modo que o verbo auxiliar sofre flexão em tempo e pessoa, e o verbo principal permanece no particípio. Os verbos auxiliares mais utilizados são “ter” e “haver”.

– **Tempos compostos do modo indicativo:** pretérito perfeito, pretérito mais-que-perfeito, futuro do presente, futuro do pretérito.

– **Tempos compostos do modo subjuntivo:** pretérito perfeito, pretérito mais-que-perfeito, futuro.

As formas nominais do verbo são o infinitivo (dar, fazerem, aprender), o particípio (dado, feito, aprendido) e o gerúndio (dando, fazendo, aprendendo). Eles podem ter função de verbo ou função de nome, atuando como substantivo (infinitivo), adjetivo (particípio) ou advérbio (gerúndio).

– Tipos de verbos

Os verbos se classificam de acordo com a sua flexão verbal. Desse modo, os verbos se dividem em:

– **Regulares:** possuem regras fixas para a flexão (cantar, amar, vender, abrir...)

– **Irregulares:** possuem alterações nos radicais e nas terminações quando conjugados (medir, fazer, poder, haver...)

– **Anômalos:** possuem diferentes radicais quando conjugados (ser, ir...)

– **Defectivos:** não são conjugados em todas as pessoas verbais (falar, banir, colorir, adequar...)

– **Impessoais:** não apresentam sujeitos, sendo conjugados sempre na 3ª pessoa do singular (chover, nevar, escurecer, anoitecer...)

– **Unipessoais:** apesar de apresentarem sujeitos, são sempre conjugados na 3ª pessoa do singular ou do plural (latir, miar, custar, acontecer...)

– **Abundantes:** possuem duas formas no particípio, uma regular e outra irregular (aceitar = aceito, aceitado)

– **Pronominais:** verbos conjugados com pronomes oblíquos átonos, indicando ação reflexiva (suicidar-se, queixar-se, sentar-se, pentear-se...)

– **Auxiliares:** usados em tempos compostos ou em locuções verbais (ser, estar, ter, haver, ir...)

– **Principais:** transmitem totalidade da ação verbal por si próprios (comer, dançar, nascer, morrer, sorrir...)

– **De ligação:** indicam um estado, ligando uma característica ao sujeito (ser, estar, parecer, ficar, continuar...)

– Vozes verbais

As vozes verbais indicam se o sujeito pratica ou recebe a ação, podendo ser três tipos diferentes:

– **Voz ativa:** sujeito é o agente da ação (Vi o pássaro)

– **Voz passiva:** sujeito sofre a ação (O pássaro foi visto)

– **Voz reflexiva:** sujeito pratica e sofre a ação (Vi-me no reflexo do lago)

Ao passar um discurso para a voz passiva, é comum utilizar a partícula apassivadora “se”, fazendo com o que o pronome seja equivalente ao verbo “ser”.

– Conjugação de verbos

Os tempos verbais são primitivos quando não derivam de outros tempos da língua portuguesa. Já os tempos verbais derivados são aqueles que se originam a partir de verbos primitivos, de modo que suas conjugações seguem o mesmo padrão do verbo de origem.

1ª conjugação: verbos terminados em “-ar” (aproveitar, imaginar, jogar...)

2ª conjugação: verbos terminados em “-er” (beber, correr, erguer...)

3ª conjugação: verbos terminados em “-ir” (dormir, agir, ouvir...)

Verbo LUTAR			
Gerúndio:	lutando	Tipo de verbo:	Regular
Participio passado:	lutado	Transitividade:	Transtivo e intransitivo
Infinitivo:	lutar	Separação silábica:	lu-tar

CONFIRA OS EXEMPLOS DE CONJUGAÇÃO APRESENTADOS ABAIXO:

INDICATIVO									
Presente			Pretérito Imperfeito			Pretérito Perfeito			
eu	luto		eu	lutava		eu	lutei		
tu	lutas		tu	lutavas		tu	lutaste		
ele	luta		ele	lutava		ele	lutou		
nós	lutamos		nós	lutávamos		nós	lutamos		
vós	lutais		vós	lutáveis		vós	lutastes		
eles	lutam		eles	lutavam		eles	lutaram		
Pretérito Mais-que-perfeito			Futuro do Presente			Futuro do Pretérito			
eu	lutara		eu	lutarei		eu	lutaria		
tu	lutaras		tu	lutarás		tu	lutarias		
ele	lutara		ele	lutará		ele	lutaria		
nós	lutáramos		nós	lutaremos		nós	lutariamos		
vós	lutáreis		vós	lutareis		vós	lutarieis		
eles	lutaram		eles	lutarão		eles	lutariam		
SUBJUNTIVO									
Presente			Pretérito Imperfeito			Futuro			
que eu	lute		se eu	lutasse		quando eu	lutar		
que tu	lutes		se tu	lutasses		quando tu	lutares		
que ele	lute		se ele	lutasse		quando ele	lutar		
que nós	lutemos		se nós	lutássemos		quando nós	lutarmos		
que vós	luteis		se vós	lutásseis		quando vós	lutardes		
que eles	lutem		se eles	lutassem		quando eles	lutarem		
Imperativo Afirmativo			Imperativo Negativo			Infinitivo Pessoal			
--			--			por	lutaria	eu	
luta	tu		não	lutes	tu	por	lutarias	tu	
lute	você		não	lute	você	por	lutaria	ele	
lutemos	nós		não	lutemos	nós	por	lutariamos	nós	
lutai	vós		não	luteis	vós	por	lutarieis	vós	
lutem	vocês		não	lutem	vocês	por	lutariam	eles	

Fonte
www.conjugação.com.br/verbo-lutar

Verbo IMPOR

Este verbo é derivado do verbo pôr, considerado um verbo irregular da 2ª conjugação. Assim, deverá ser conjugado conforme o verbo pôr. Não deverá, contudo, ser escrito com acento circunflexo na sua forma infinitiva.

Gerúndio:	impondo	Tipo de verbo:	irregular
Participio passado:	imposto	Transitividade:	Transtivo direto, Transtivo indireto, Transtivo direto e indireto e pronominal
Infinitivo:	impor	Separação silábica:	im-por

INDICATIVO

Presente		Pretérito Imperfeito		Pretérito Perfeito	
eu	imponho*	eu	impunha*	eu	impus*
tu	impões*	tu	impunhas*	tu	impuseste*
ele	impõe*	ele	impunha*	ele	impôs*
nós	impomos*	nós	impúnhamos*	nós	impusemos*
vós	impondes*	vós	impúnheis*	vós	impusestes*
eles	impõem*	eles	impunham*	eles	impuseram*
Pretérito Mais-que-perfeito		Futuro do Presente		Futuro do Pretérito	
eu	impusera*	eu	imporei*	eu	imporia*
tu	impuseras*	tu	imporás*	tu	imporias*
ele	impusera*	ele	imporá*	ele	imporia*
nós	impuséramos*	nós	imporemos*	nós	imporíamos*
vós	impuséreis*	vós	imporeis*	vós	imporíeis*
eles	impuseram*	eles	imporão*	eles	imporiam*

SUBJUNTIVO

Presente		Pretérito Imperfeito		Futuro	
que eu	imponha*	se eu	impusesse*	quando eu	impuser*
que tu	imponhas*	se tu	impusesse*	quando eu	impuseres*
que ele	imponha*	se ele	impusesse*	quando eu	impuser*
que nós	imponhamos*	se nós	impuséssemos*	quando eu	impusermos*
que vós	imponhais*	se vós	impusésseis*	quando eu	impuserdes*
que eles	imponham*	se eles	impusessem*	quando eu	impuserem*
Imperativo Afirmativo		Imperativo Negativo			
--	--	--	--	por	impor* eu
impõe* tu	--	não imponhas* tu	--	por	impores* tu
imponha* você	--	não imponha* você	--	por	impor* ele
imponhamos* nós	--	não imponhamos* nós	--	por	impormos* nós
imponde* vós	--	não imponhais* vós	--	por	impordes* vós
imponham* vocês	--	não imponham* vocês	--	por	imporem* eles

* As formas verbais destacadas são formas irregulares ou formas regulares que apresentam alguma particularidade gráfica.

Fonte

www.conjugação.com.br/verbo-impor

Preposições

As preposições são palavras invariáveis que servem para ligar dois termos da oração numa relação subordinada, e são divididas entre essenciais (só funcionam como preposição) e acidentais (palavras de outras classes gramaticais que passam a funcionar como preposição em determinadas sentenças).

- Preposições essenciais: a, ante, após, de, com, em, contra, para, per, perante, por, até, desde, sobre, sob, trás, sob, sem, entre.
- Preposições acidentais: afora, como, conforme, consoante, durante, exceto, mediante, menos, salvo, segundo, visto etc.
- Locuções prepositivas: abaixo de, afim de, além de, à custa de, defronte a, a par de, perto de, por causa de, em que pese a etc.

Ao conectar os termos das orações, as preposições estabelecem uma relação semântica entre eles, podendo passar ideia de:

- Causa: Morreu de câncer.
- Distância: Retorno a 3 quilômetros.
- Finalidade: A filha retornou para o enterro.
- Instrumento: Ele cortou a foto com uma tesoura.
- Modo: Os rebeldes eram colocados em fila.
- Lugar: O vírus veio de Portugal.
- Companhia: Ela saiu com a amiga.
- Posse: O carro de Maria é novo.
- Meio: Viajou de trem.

– Combinações e contrações

Algumas preposições podem aparecer combinadas a outras palavras de duas maneiras: sem haver perda fonética (combinação) e havendo perda fonética (contração).

- Combinação: ao, aos, aonde
- Contração: de, dum, desta, neste, nisso

Conjunção

As conjunções se subdividem de acordo com a relação estabelecida entre as ideias e as orações. Por ter esse papel importante de conexão, é uma classe de palavras que merece destaque, pois reconhecer o sentido de cada conjunção ajuda na compreensão e interpretação de textos, além de ser um grande diferencial no momento de redigir um texto.

Elas se dividem em duas opções: conjunções coordenativas e conjunções subordinativas.

– Conjunções coordenativas

As orações coordenadas não apresentam dependência sintática entre si, servindo também para ligar termos que têm a mesma função gramatical. As conjunções coordenativas se subdividem em cinco grupos:

- Aditivas: e, nem, bem como.
- Adversativas: mas, porém, contudo.
- Alternativas: ou, ora...ora, quer...quer.
- Conclusivas: logo, portanto, assim.
- Explicativas: que, porque, porquanto.

– Conjunções subordinativas

As orações subordinadas são aquelas em que há uma relação de dependência entre a oração principal e a oração subordinada. Desse modo, a conexão entre elas (bem como o efeito de sentido) se dá pelo uso da conjunção subordinada adequada.

Elas podem se classificar de dez maneiras diferentes:

- Integrantes: usadas para introduzir as orações subordinadas substantivas, definidas pelas palavras que e se.
- Causais: porque, que, como.
- Concessivas: embora, ainda que, se bem que.
- Condicionais: e, caso, desde que.
- Conformativas: conforme, segundo, consoante.
- Comparativas: como, tal como, assim como.
- Consecutivas: de forma que, de modo que, de sorte que.
- Finais: a fim de que, para que.
- Proporcionais: à medida que, ao passo que, à proporção que.
- Temporais: quando, enquanto, agora.

PONTUAÇÃO

Os sinais de pontuação são recursos gráficos que se encontram na linguagem escrita, e suas funções são demarcar unidades e sinalizar limites de estruturas sintáticas. É também usado como um recurso estilístico, contribuindo para a coerência e a coesão dos textos.

São eles: o ponto (.), a vírgula (,), o ponto e vírgula (;), os dois pontos (:), o ponto de exclamação (!), o ponto de interrogação (?), as reticências (...), as aspas (""), os parênteses (()), o travessão (—), a meia-risca (–), o apóstrofo (’), o asterisco (*), o hífen (-), o colchete ([]) e a barra (/).

Confira, no quadro a seguir, os principais sinais de pontuação e suas regras de uso.

SINAL	NOME	USO	EXEMPLOS
.	Ponto	– Indicar final da frase declarativa – Separar períodos – Abreviar palavras	Meu nome é Pedro. Fica mais. Ainda está cedo Sra.
:	Dois-pontos	– Iniciar fala de personagem – Antes de aposto ou orações apositivas, enumerações ou sequência de palavras para resumir / explicar ideias apresentadas anteriormente – Antes de citação direta	A princesa disse: – Eu consigo sozinha. Esse é o problema da pandemia: as pessoas não respeitam a quarentena. Como diz o ditado: “olho por olho, dente por dente”.
...	Reticências	– Indicar hesitação – Interromper uma frase – Concluir com a intenção de estender a reflexão	Sabe... não está sendo fácil... Quem sabe depois...
()	Parênteses	– Isolar palavras e datas – Frases intercaladas na função explicativa (podem substituir vírgula e travessão)	A Semana de Arte Moderna (1922) Eu estava cansada (trabalhar e estudar é puxado).
!	Ponto de Exclamação	– Indicar expressão de emoção – Final de frase imperativa – Após interjeição	Que absurdo! Estude para a prova! Ufa!
?	Ponto de Interrogação	– Em perguntas diretas	Que horas ela volta?
—	Travessão	– Iniciar fala do personagem do discurso direto e indicar mudança de interlocutor no diálogo – Substituir vírgula em expressões ou frases explicativas	A professora disse: — Boas férias! — Obrigado, professora. O corona vírus — Covid-19 — ainda está sendo estudado.

Vírgula

A vírgula é um sinal de pontuação com muitas funções, usada para marcar uma pausa no enunciado. Veja, a seguir, as principais regras de uso obrigatório da vírgula.

- Separar termos coordenados: Fui à feira e comprei abacate, mamão, manga, morango e abacaxi.
- Separar aposto (termo explicativo): Belo Horizonte, capital mineira, só tem uma linha de metrô.
- Isolar vocativo: Boa tarde, Maria.
- Isolar expressões que indicam circunstâncias adverbiais (modo, lugar, tempo etc): Todos os moradores, calmamente, deixaram o prédio.
- Isolar termos explicativos: A educação, a meu ver, é a solução de vários problemas sociais.
- Separar conjunções intercaladas, e antes dos conectivos “mas”, “porém”, “pois”, “contudo”, “logo”: A menina acordou cedo, mas não conseguiu chegar a tempo na escola. Não explicou, porém, o motivo para a professora.
- Separar o conteúdo pleonástico: A ela, nada mais abala.

No caso da vírgula, é importante saber que, em alguns casos, ela não deve ser usada. Assim, não há vírgula para separar:

- Sujeito de predicado.
- Objeto de verbo.

- Adjunto adnominal de nome.
- Complemento nominal de nome.
- Predicativo do objeto do objeto.
- Oração principal da subordinada substantiva.
- Termos coordenados ligados por “e”, “ou”, “nem”.

**SINTAXE: PERÍODOS SIMPLES E COMPOSTO
(TERMOS ESSENCIAIS, INTEGRANTES E ACESSÓRIOS;
COORDENAÇÃO E SUBORDINAÇÃO; ORAÇÕES
REDUZIDAS)**

A sintaxe é um ramo da gramática que estuda a organização das palavras em uma frase, oração ou período; bem como as relações que se estabelecem entre elas.

— Frase

É todo enunciado capaz de transmitir ao outro tudo aquilo que pensamos, queremos ou sentimos, ou seja, é um conjunto de palavras que transmite uma ideia completa. Além disso, ela pode possuir verbo ou não.

Exemplos:

Caía uma chuva.

Dia lindo.

— Oração

É a frase que apresenta pelo menos um verbo conjugado e uma estrutura sintática (normalmente, como sujeito e predicado, ou só o predicado).

Exemplos:

Ninguém segura este menino – (Ninguém: sujeito; segura: verbo; segura este menino: predicado).

Havia muitos suspeitos – (Sujeito: suspeitos; havia: verbo; havia muitos suspeitos: predicado).

— Termos da oração

Termos essenciais	{	Sujeito; Predicado		
Termos integrantes	{	Complemento verbal; Complemento nominal; gente da passiva.	{	objeto direto objeto indireto
Termos acessórios	{	Adjunto adnominal; adjunto adverbial; aposto.		
Vocativo				

Diz-se que sujeito e predicado são termos “essenciais”, mas note que os termos que realmente são, é o núcleo da oração e o verbo.

Exemplo:

Choveu muito durante a noite – (Núcleo: choveu; verbo: choveu; predicado: muito durante a noite).

Obs: Choveu – (Não há referência a sujeito; fenômeno da natureza).

Os termos “acessórios” são assim chamados por serem supostamente dispensáveis, o que nem sempre é verídico.

— Sujeito

Sujeito é o termo da oração com o qual, normalmente, sofre ou realiza a ação expressa pelo verbo.

Exemplos:

A notícia corria rápida como pólvora – (A notícia – sujeito; Corria – verbo; Corria está no singular concordando com a notícia).

As notícias corriam rápidas como pólvora – (Corriam, no plural, concordando com as notícias).

O núcleo do sujeito é a palavra principal do sujeito, que encerra a essência de sua significação. Em torno dela, como que gravitam as demais.

Exemplo: Os teus lírios brancos embelezam os campos – (Lírios é o núcleo do sujeito).

Podem exercer a função de núcleo do sujeito o substantivo e palavras de natureza substantiva. Veja:

O medo salvou-lhe a vida – (substantivo).

Os medrosos fugiram – (Adjetivo exercendo papel de substantivo: adjetivo substantivado).

Sujeito simples: tem um só núcleo.

Exemplo: As flores morreram.

Sujeito composto: tem mais de um núcleo.

Exemplo: O rapaz e a moça foram encostados ao muro.

Sujeito elíptico (ou oculto): não expresso e que pode ser determinado pela desinência verbal ou pelo contexto.

Exemplo: Viajarei amanhã – (sujeito oculto: eu, descrito pela desinência verbal).

Sujeito indeterminado: é aquele que existe, mas não podemos ou não queremos identificá-lo com precisão. Ocorre:

– Quando o verbo está na 3ª pessoa do plural, sem referência a nenhum substantivo anteriormente expresso.

Exemplo: Batem à porta.

– Com verbos intransitivo (VI), transitivo indireto (VTI) ou de ligação (VL) acompanhados da partícula SE, chamada de índice de indeterminação do sujeito (IIS).

Exemplos:

Vive-se bem. (VI)

Precisa-se de pedreiros. (VTI)

Falava-se baixo. (VI)

Era-se feliz naquela época. (VL)

Orações sem sujeito

São orações cujos verbos são impessoais, com sujeito inexistente.

Ocorrem nos seguintes casos:

– Com verbos que se referem a fenômenos meteorológicos.

Exemplo: Chovia e Ventava durante a noite.

– Haver no sentido de existir ou quando se refere a tempo decorrido.

Exemplo: Há duas semanas não o vejo. (= Faz duas semanas).

– Fazer referindo-se a fenômenos meteorológicos ou a tempo decorrido.

Exemplo: Fazia 40 à sombra.

– Ser nas indicações de horas, datas e distâncias.

Exemplo: São duas horas.

– Predicado

O predicado é uma parte essencial da estrutura de uma oração, expressando o que é dito sobre o sujeito.

Predicado nominal

O núcleo do predicado é um nome, ou seja, o núcleo fica em torno do qual as demais palavras do predicado gravitam e contém o que de mais importante se comunica a respeito do sujeito.

Esse núcleo é um nome, isto é, um substantivo ou adjetivo, ou palavra de natureza substantiva. Com isso, o verbo de ligação liga o núcleo ao sujeito, indicando estado (ser, estar, continuar, ficar, permanecer; também andar, com o sentido de estar; virar, com o sentido de transformar-se em; e viver, com o sentido de estar sempre), e por fim temos o predicado nominal que dá característica ao núcleo.

Exemplo:

Os príncipes viraram sapos muito feios – (verbo de ligação (viraram) mais núcleo substantivo (sapos) = Predicado Nominal: feios).

Verbos de ligação

São aqueles que, sem possuírem significação precisa, ligam um sujeito a um predicativo. São verbos de ligação: ser, estar, ficar, parecer, permanecer, continuar, tornar-se etc.

Exemplo: A rua estava calma.

Predicativo do sujeito

É o termo da oração que, no predicado, expressa qualificação ou classificação do sujeito.

Exemplo: Você será engenheiro.

O predicativo do sujeito, além de vir com verbos de ligação, pode também ocorrer com verbos intransitivos ou com verbos transitivos.

Predicado verbal

Ocorre quando o núcleo é um verbo. Logo, não apresenta predicativo. É formado por verbos transitivos ou intransitivos.

Exemplo: A população da vila assistia ao embarque. (Núcleo do sujeito: população; núcleo do predicado: assistia, verbo transitivo indireto).

– Verbos intransitivos

São verbos que não exigem complemento algum; como a ação verbal não passa, não transita para nenhum complemento, recebem o nome de verbos intransitivos. Podem formar predicado sozinhos ou com adjuntos adverbiais.

Exemplo: Os visitantes retornaram ontem à noite.

– Verbos transitivos

São verbos que, ao declarar alguma coisa a respeito do sujeito, exigem um complemento para a perfeita compreensão do que se quer dizer. Tais verbos se denominam transitivos e a pessoa ou coisa para onde se dirige a atividade transitiva do verbo se denomina objeto. Dividem-se em: diretos, indiretos e diretos e indiretos.

Verbos transitivos diretos: Exigem um objeto direto.

Exemplo: Espero-o no aeroporto.

Verbos transitivos indiretos: Exigem um objeto indireto.

Exemplo: Gosto de flores.

Verbos transitivos diretos e indiretos: Exigem um objeto direto e um objeto indireto.

Exemplo: Os ministros informaram a nova política econômica aos trabalhadores. (VTDI)

– Complementos verbais

Os complementos verbais são representados pelo objeto direto (OD) e pelo objeto indireto (OI).

Objeto indireto

É o complemento verbal que se liga ao verbo pela preposição por ele exigida. Nesse caso o verbo pode ser transitivo indireto ou transitivo direto e indireto. Normalmente, as preposições que ligam o objeto indireto ao verbo são a, de, em, com, por, contra, para etc.

Exemplo: Acredito em você.

Objeto direto

Complemento verbal que se liga ao verbo sem preposição obrigatória. Nesse caso o verbo pode ser transitivo direto ou transitivo direto e indireto.

Exemplo: Comunicaram o fato aos leitores.

Objeto direto preposicionado

É aquele que, contrariando sua própria definição e característica, aparece regido de preposição (geralmente preposição a).

Exemplo:

O pai dizia aos filhos que adorava a ambos.

Objeto pleonástico

É a repetição do objeto (direto ou indireto) por meio de um pronome. Essa repetição assume valor enfático (reforço) da noção contida no objeto direto ou no objeto indireto.

Exemplos:

Ao colega, já lhe perdoei. (objeto indireto pleonástico)

Ao filme, assistimos a ele emocionados. (objeto indireto pleonástico)

— Predicado verbo-nominal

Esse predicado tem dois núcleos (um verbo e um nome), é formado por predicativo com verbo transitivo ou intransitivo.

Exemplos:

A multidão assistia ao jogo emocionada. (predicativo do sujeito com verbo transitivo indireto)

A riqueza tornou-o orgulhoso. (predicativo do objeto com verbo transitivo direto)

— Predicativo do sujeito

O predicativo do sujeito, além de vir com verbos de ligação, pode também ocorrer com verbos intransitivos ou transitivos. Nesse caso, o predicado é verbo-nominal.

Exemplo: A criança brincava alegre no parque.

— Predicativo do objeto

Exprime qualidade, estado ou classificação que se referem ao objeto (direto ou indireto).

Exemplo de predicativo do objeto direto:

O juiz declarou o réu culpado.

Exemplo de predicativo do objeto indireto:

Gosto de você alegre.

— Adjunto adnominal

É o termo acessório que vem junto ao nome (substantivo), restringindo-o, qualificando-o, determinando-o (adjunto: “que vem junto a”; adnominal: “junto ao nome”).

Observe:

Os meus três grandes amigos [amigos: nome substantivo] vieram me fazer uma visita [visita: nome substantivo] agradável ontem à noite.

São adjuntos adnominais os (artigo definido), meus (pronome possessivo adjetivo), três (numeral), grandes (adjetivo), que estão gravitando em torno do núcleo do sujeito, o substantivo amigos; o mesmo acontece com uma (artigo indefinido) e agradável (adjetivo), que determinam e qualificam o núcleo do objeto direto, o substantivo visita.

O adjunto adnominal prende-se diretamente ao substantivo, ao passo que o predicativo se refere ao substantivo por meio de um verbo.

— Complemento nominal

É o termo que completa o sentido de substantivos, adjetivos e advérbios porque estes não têm sentido completo.

Objeto: recebe a atividade transitiva de um verbo.

Complemento nominal: recebe a atividade transitiva de um nome.

O complemento nominal é sempre ligado ao nome por preposição, tal como o objeto indireto.

Exemplo: Tenho necessidade de dinheiro.

— Adjunto adverbial

É o termo da oração que modifica o verbo ou um adjetivo ou o próprio advérbio, expressando uma circunstância: lugar, tempo, fim, meio, modo, companhia, exclusão, inclusão, negação, afirmação, dúvida, concessão, condição etc.

— Período

Enunciado formado de uma ou mais orações, finalizado por: ponto final (.), reticências (...), ponto de exclamação (!) ou ponto de interrogação (?). De acordo com o número de orações, classifica-se em:

Apresenta apenas uma oração que é chamada absoluta.

O período é simples quando só traz uma oração, chamada absoluta; o período é composto quando traz mais de uma oração. Exemplo: Comeu toda a refeição. (Período simples, oração absoluta.); Quero que você leia. (Período composto.)

Uma maneira fácil de saber quantas orações há num período é contar os verbos ou locuções verbais. Num período haverá tantas orações quantos forem os verbos ou as locuções verbais nele existentes.

Há três tipos de período composto: por coordenação, por subordinação e por coordenação e subordinação ao mesmo tempo (também chamada de misto).

— Período Composto por Coordenação

As três orações que formam esse período têm sentido próprio e não mantêm entre si nenhuma dependência sintática: são independentes. Há entre elas uma relação de sentido, mas uma não depende da outra sintaticamente.

As orações independentes de um período são chamadas de orações coordenadas (OC), e o período formado só de orações coordenadas é chamado de período composto por coordenação.

As orações coordenadas podem ser assindéticas e sindéticas.

As orações são coordenadas assindéticas (OCA) quando não vêm introduzidas por conjunção.

Exemplo:

Os jogadores correram, / chutaram, / driblaram.

OCA

OCA

OCA

— As orações são coordenadas sindéticas (OCS) quando vêm introduzidas por conjunção coordenativa.

Exemplo:

A mulher saiu do prédio / e entrou no táxi.

OCA

OCS

As orações coordenadas sindéticas se classificam de acordo com o sentido expresso pelas conjunções coordenativas que as introduzem. Pode ser:

— Orações coordenadas sindéticas aditivas: e, nem, não só... mas também, não só... mas ainda.

A 2ª oração vem introduzida por uma conjunção que expressa ideia de acréscimo ou adição com referência à oração anterior, ou seja, por uma conjunção coordenativa aditiva.

– Orações coordenadas sindéticas adversativas: mas, porém, todavia, contudo, entretanto, no entanto.

A 2ª oração vem introduzida por uma conjunção que expressa ideia de oposição à oração anterior, ou seja, por uma conjunção coordenativa adversativa.

– Orações coordenadas sindéticas conclusivas: portanto, por isso, pois, logo.

A 2ª oração vem introduzida por uma conjunção que expressa ideia de conclusão de um fato enunciado na oração anterior, ou seja, por uma conjunção coordenativa conclusiva.

– Orações coordenadas sindéticas alternativas: ou, ou... ou, ora... ora, seja... seja, quer... quer.

A 2ª oração vem introduzida por uma conjunção que estabelece uma relação de alternância ou escolha com referência à oração anterior, ou seja, por uma conjunção coordenativa alternativa.

– Orações coordenadas sindéticas explicativas: que, porque, pois, porquanto.

A 2ª oração é introduzida por uma conjunção que expressa ideia de explicação, de justificativa em relação à oração anterior, ou seja, por uma conjunção coordenativa explicativa.

— Período Composto por Subordinação

Nesse período, a segunda oração exerce uma função sintática em relação à primeira, sendo subordinada a ela. Quando um período é formado de pelo menos um conjunto de duas orações em que uma delas (a subordinada) depende sintaticamente da outra (principal), ele é classificado como período composto por subordinação. As orações subordinadas são classificadas de acordo com a função que exercem.

— Orações Subordinadas Adverbiais

Exercem a função de adjunto adverbial da oração principal (OP). São classificadas de acordo com a conjunção subordinativa que as introduz:

Causais: expressam a causa do fato enunciado na oração principal. Conjunções: porque, que, como (= porque), pois que, visto que.

Condicionais: expressam hipóteses ou condição para a ocorrência do que foi enunciado na principal. Conjunções: se, contanto que, a menos que, a não ser que, desde que.

Concessivas: expressam ideia ou fato contrário ao da oração principal, sem, no entanto, impedir sua realização. Conjunções: embora, ainda que, apesar de, se bem que, por mais que, mesmo que.

Conformativas: expressam a conformidade de um fato com outro. Conjunções: conforme, como (=conforme), segundo.

Temporais: acrescentam uma circunstância de tempo ao que foi expresso na oração principal. Conjunções: quando, assim que, logo que, enquanto, sempre que, depois que, mal (=assim que).

Finais: expressam a finalidade ou o objetivo do que foi enunciado na oração principal. Conjunções: para que, a fim de que, porque (=para que), que.

Consecutivas: expressam a consequência do que foi enunciado na oração principal. Conjunções: porque, que, como (= porque), pois que, visto que.

Comparativas: expressam ideia de comparação com referência à oração principal. Conjunções: como, assim como, tal como, (tão)... como, tanto como, tal qual, que (combinado com menos ou mais).

Proporcionais: Expressam uma ideia que se relaciona proporcionalmente ao que foi enunciado na principal. Conjunções: à medida que, à proporção que, ao passo que, quanto mais, quanto menos.

— Orações Subordinadas Substantivas

São aquelas que, num período, exercem funções sintáticas próprias de substantivos, geralmente são introduzidas pelas conjunções integrantes que e se.

Oração Subordinada Substantiva Objetiva Direta: é aquela que exerce a função de objeto direto do verbo da oração principal.

Observe:

O filho quer que você o ajude. (objeto direto)

Oração Subordinada Substantiva Objetiva Indireta: é aquela que exerce a função de objeto indireto do verbo da oração principal.

Observe:

Preciso que você me ajude. (objeto indireto)

Oração Subordinada Substantiva Subjetiva: é aquela que exerce a função de sujeito do verbo da oração principal.

Observe:

É importante que você ajude. (sujeito)

Oração Subordinada Substantiva Completiva Nominal: é aquela que exerce a função de complemento nominal de um termo da oração principal.

Observe:

Estamos certos de que ele é inocente. (complemento nominal)

Oração Subordinada Substantiva Predicativa: é aquela que exerce a função de predicativo do sujeito da oração principal, vindo sempre depois do verbo ser.

Observe:

O principal é que você esteja feliz. (predicativo)

Oração Subordinada Substantiva Apositiva: é aquela que exerce a função de aposto de um termo da oração principal.

Observe:

Ela tinha um objetivo: que todos fossem felizes. (aposto)

— Orações Subordinadas Adjetivas

Exercem a função de adjunto adnominal de algum termo da oração principal.

As orações subordinadas adjetivas são sempre introduzidas por um pronome relativo (que, qual, cujo, quem, etc.) e são classificadas em:

Subordinadas Adjetivas Restritivas: são restritivas quando restringem ou especificam o sentido da palavra a que se referem.

Subordinadas Adjetivas Explicativas: são explicativas quando apenas acrescentam uma qualidade à palavra a que se referem, esclarecendo um pouco mais seu sentido, mas sem restringi-lo ou especificá-lo.

— Orações Reduzidas

São caracterizadas por possuírem o verbo nas formas de gerúndio, particípio ou infinitivo. Ao contrário das demais orações subordinadas, as orações reduzidas não são ligadas através dos conectivos. Há três tipos de orações reduzidas:

Orações reduzidas de infinitivo:

Infinitivo: terminações –ar, er, ir.

Reduzida: Meu desejo era ganhar na loteria.

Desenvolvida: Meu desejo era que eu ganhasse na loteria. (Oração Subordinada Substantiva Predicativa)

Orações Reduzidas de Particípio:

Particípio: terminações –ado, ido.

Reduzida: A mulher sequestrada foi resgatada.

Desenvolvida: A mulher que sequestraram foi resgatada. (Oração Subordinada Adjetiva Restritiva)

Orações Reduzidas de Gerúndio:

Gerúndio: terminação –ndo.

Reduzida: Respeitando as regras, não terão problemas.

Desenvolvida: Desde que respeitem as regras, não terão problemas. (Oração Subordinada Adverbial Condicional).

CONCORDÂNCIAS VERBAL E NOMINAL

Concordância é o efeito gramatical causado por uma relação harmônica entre dois ou mais termos. Desse modo, ela pode ser verbal — refere-se ao verbo em relação ao sujeito — ou nominal — refere-se ao substantivo e suas formas relacionadas.

– Concordância em gênero: flexão em masculino e feminino

– Concordância em número: flexão em singular e plural

– Concordância em pessoa: 1ª, 2ª e 3ª pessoa

Concordância nominal

Para que a concordância nominal esteja adequada, adjetivos, artigos, pronomes e numerais devem flexionar em número e gênero, de acordo com o substantivo. Há algumas regras principais que ajudam na hora de empregar a concordância, mas é preciso estar atento, também, aos casos específicos.

Quando há dois ou mais adjetivos para apenas um substantivo, o substantivo permanece no singular se houver um artigo entre os adjetivos. Caso contrário, o substantivo deve estar no plural: A comida mexicana e a japonesa. / As comidas mexicana e japonesa.

Quando há dois ou mais substantivos para apenas um adjetivo, a concordância depende da posição de cada um deles. Se o adjetivo vem antes dos substantivos, o adjetivo deve concordar com o substantivo mais próximo: Linda casa e bairro.

Se o adjetivo vem depois dos substantivos, ele pode concordar tanto com o substantivo mais próximo, ou com todos os substantivos (sendo usado no plural):

Casa e apartamento arrumado. / Apartamento e casa arrumada.

Casa e apartamento arrumados. / Apartamento e casa arrumados.

Quando há a modificação de dois ou mais nomes próprios ou de parentesco, os adjetivos devem ser flexionados no plural:

As talentosas Clarice Lispector e Lygia Fagundes Telles estão entre os melhores escritores brasileiros.

Quando o adjetivo assume função de predicativo de um sujeito ou objeto, ele deve ser flexionado no plural caso o sujeito ou objeto seja ocupado por dois substantivos ou mais:

O operário e sua família estavam preocupados com as consequências do acidente.

CASOS ESPECÍFICOS	REGRA	EXEMPLO
É PROIBIDO É PERMITIDO É NECESSÁRIO	Deve concordar com o substantivo quando há presença de um artigo. Se não houver essa determinação, deve permanecer no singular e no masculino.	É proibida a entrada. É proibido entrada.
OBRIGADO / OBRIGADA	Deve concordar com a pessoa que fala.	Mulheres dizem “obrigada” Homens dizem “obrigado”.
BASTANTE	Quando tem função de adjetivo para um substantivo, concorda em número com o substantivo. Quando tem função de advérbio, permanece invariável.	As bastantes crianças ficaram doentes com a volta às aulas. Bastante criança ficou doente com a volta às aulas. O prefeito considerou bastante a respeito da suspensão das aulas.
MENOS	É sempre invariável, ou seja, a palavra “ <i>menos</i> ” não existe na língua portuguesa.	Havia menos mulheres que homens na fila para a festa.
MESMO PRÓPRIO	Devem concordar em gênero e número com a pessoa a que fazem referência.	As crianças mesmas limparam a sala depois da aula. Eles próprios sugeriram o tema da formatura.
MEIO / MEIA	Quando tem função de numeral adjetivo, deve concordar com o substantivo. Quando tem função de advérbio, modificando um adjetivo, o termo é invariável.	Adicione meia xícara de leite. Manuela é meio artista, além de ser engenheira.
ANEXO INCLUSO	Devem concordar com o substantivo a que se referem.	Segue anexo o orçamento. Seguem anexas as informações adicionais As professoras estão inclusas na greve. O material está incluso no valor da mensalidade.

Concordância verbal

Para que a concordância verbal esteja adequada, é preciso haver flexão do verbo em número e pessoa, a depender do sujeito com o qual ele se relaciona.

Quando o sujeito composto é colocado anterior ao verbo, o verbo ficará no plural:

A menina e seu irmão viajaram para a praia nas férias escolares.

Mas, se o sujeito composto aparece depois do verbo, o verbo pode tanto ficar no plural quanto concordar com o sujeito mais próximo:

Discutiram marido e mulher. / Discuti marido e mulher.

Se o sujeito composto for formado por pessoas gramaticais diferentes, o verbo deve ficar no plural e concordando com a pessoa que tem prioridade, a nível gramatical — 1ª pessoa (eu, nós) tem prioridade em relação à 2ª (tu, vós); a 2ª tem prioridade em relação à 3ª (ele, eles): Eu e vós vamos à festa.

Quando o sujeito apresenta uma expressão partitiva (sugere “parte de algo”), seguida de substantivo ou pronome no plural, o verbo pode ficar tanto no singular quanto no plural:

A maioria dos alunos não se preparou para o simulado. / A maioria dos alunos não se prepararam para o simulado.

Quando o sujeito apresenta uma porcentagem, deve concordar com o valor da expressão. No entanto, quando seguida de um substantivo (expressão partitiva), o verbo poderá concordar tanto com o numeral quanto com o substantivo:

27% deixaram de ir às urnas ano passado. / 1% dos eleitores votou nulo / 1% dos eleitores votaram nulo.

Quando o sujeito apresenta alguma expressão que indique quantidade aproximada, o verbo concorda com o substantivo que segue a expressão:

Cerca de duzentas mil pessoas compareceram à manifestação. / Mais de um aluno ficou abaixo da média na prova.

Quando o sujeito é indeterminado, o verbo deve estar sempre na terceira pessoa do singular:

Precisa-se de balconistas. / Precisa-se de balconista.

Quando o sujeito é coletivo, o verbo permanece no singular, concordando com o coletivo partitivo:

A multidão delirou com a entrada triunfal dos artistas. / A matilha cansou depois de tanto puxar o trenó.

Quando não existe sujeito na oração, o verbo fica na terceira pessoa do singular (impessoal):

Faz chuva hoje

Quando o pronome relativo “que” atua como sujeito, o verbo deverá concordar em número e pessoa com o termo da oração principal ao qual o pronome faz referência:

Foi Maria que arrumou a casa.

Quando o sujeito da oração é o pronome relativo “quem”, o verbo pode concordar tanto com o antecedente do pronome quanto com o próprio nome, na 3ª pessoa do singular:

Fui eu quem arrumei a casa. / Fui eu quem arrumou a casa.

Quando o pronome indefinido ou interrogativo, atuando como sujeito, estiver no singular, o verbo deve ficar na 3ª pessoa do singular:

Nenhum de nós merece adoecer.

Quando houver um substantivo que apresenta forma plural, porém com sentido singular, o verbo deve permanecer no singular. Exceto caso o substantivo vier precedido por determinante:

Férias é indispensável para qualquer pessoa. / Meus óculos sumiram.

REGÊNCIAS VERBAL E NOMINAL

A regência, tanto nominal quanto verbal, é um dos principais pilares que sustentam a correta estruturação das frases na língua portuguesa. Ela trata das relações de dependência entre palavras, determinando como os termos se conectam para formar sentido completo. No caso da regência nominal, o foco está nos nomes (substantivos, adjetivos e advérbios) que exigem complementos para completar seu significado. Já a regência verbal aborda as relações entre os verbos e os termos que os complementam, conhecidos como objetos diretos ou indiretos, conforme a transitividade do verbo.

O estudo da regência é fundamental para garantir a clareza e a precisão da comunicação, uma vez que o uso incorreto das preposições pode alterar completamente o sentido de uma frase. Além disso, a regência revela nuances sobre a exigência de preposições, demonstrando que certos verbos e nomes precisam ser seguidos de preposições específicas para que a relação semântica entre os termos se mantenha correta.

— Regência Nominal

Conceito de Regência Nominal

A regência nominal refere-se à relação de dependência entre um nome – que pode ser um substantivo, adjetivo ou advérbio – e o termo que complementa o seu sentido, conhecido como complemento nominal. Essa relação é intermediada por preposições que indicam a conexão entre o termo regente (nome) e o termo regido (complemento). Assim como ocorre com os verbos, muitos nomes exigem complementos para que a frase tenha um sentido completo e preciso.

Por exemplo, na frase “Ele é fiel aos seus princípios”, a palavra “fiel” necessita de um complemento nominal que explique sua relação, sendo “aos seus princípios” o complemento regido pela preposição “a”. A regência nominal garante que os nomes utilizados na construção da frase estejam adequadamente conectados aos seus complementos, evitando ambiguidade e assegurando a correta transmissão de significado.

Preposições e Nomes Relacionados

Na regência nominal, as preposições desempenham um papel essencial para conectar o nome ao seu complemento. Diferentes nomes exigem diferentes preposições, e em alguns casos, um mesmo nome pode admitir mais de uma preposição, dependendo do contexto. Abaixo, estão listadas algumas das preposições mais comuns usadas na regência nominal, junto com exemplos de nomes que as exigem:

Preposição	Nomes
a	acessível, devoto, fiel, leal, próximo, sensível
de	amigo, ciente, convicto, escasso, natural, passível, seguro;
em	hábil, constante, firme, residente, versado;
com	compatível, cuidadoso, satisfeito, solícito, triste;
sobre	dúvida, insistência, influência, informação;
contra	protesto, luta, reclamação, conspiração.

Esses são apenas alguns exemplos da relação entre preposições e nomes. A escolha da preposição correta é fundamental para garantir que o sentido da frase seja mantido de forma clara e precisa.

Exemplos de Uso da Regência Nominal

“Ele é leal aos seus amigos”: neste exemplo, “leal” é o termo regente, e a preposição “a” estabelece a relação com o complemento “seus amigos”.

“Estou convicto de que fiz a escolha certa”: o adjetivo “convicto” exige a preposição “de” para se conectar à oração completiva “que fiz a escolha certa”.

“Ela tem dúvida sobre a decisão tomada”: A palavra “dúvida” exige a preposição “sobre” para ligar-se ao complemento “a decisão tomada”.

— Regência Verbal

Conceito de Regência Verbal

A regência verbal trata da relação entre o verbo e seus complementos, que podem ser objetos diretos, objetos indiretos ou adjuntos adverbiais.

A transitividade do verbo é o que determina se ele exigirá complemento, e, em caso afirmativo, se esse complemento será acompanhado ou não de preposição. Dessa forma, a regência verbal influencia diretamente a construção de frases e a precisão do significado transmitido.

Os verbos podem ser classificados, em relação à sua regência, como intransitivos, transitivos diretos, transitivos indiretos ou transitivos diretos e indiretos.

Cada uma dessas categorias demanda um tipo específico de complemento, o que torna fundamental o entendimento das regras de regência verbal para a construção correta e clara das orações.

Verbos Transitivos Diretos e Indiretos

Os verbos transitivos são aqueles que necessitam de complementos para completar o sentido da ação. Esses complementos podem ser diretos ou indiretos:

– Verbos Transitivos Diretos: São verbos que exigem um complemento sem preposição, chamado de objeto direto. O complemento se refere diretamente à ação do verbo. Por exemplo: “O aluno escreveu a redação”. Nesse caso, “a redação” é o objeto direto do verbo “escrever”, sem preposição intermediando a relação.

– Verbos Transitivos Indiretos: São verbos que necessitam de um complemento acompanhado de preposição, chamado de objeto indireto. A preposição é necessária para estabelecer a conexão correta entre o verbo e seu complemento. Exemplo: “Ela confiou em mim”. O verbo “confiar” exige a preposição “em”, tornando “em mim” o objeto indireto.

– Verbos Transitivos Diretos e Indiretos: Alguns verbos exigem tanto um objeto direto quanto um objeto indireto, simultaneamente. Esse tipo de verbo requer um complemento direto sem preposição e outro indireto com preposição. Exemplo: “Ele entregou o presente ao amigo”. “O presente” é o objeto direto e “ao amigo” é o objeto indireto, regido pela preposição “a”.

Exemplos de Uso da Regência Verbal

A seguir, são apresentados exemplos que ilustram as diferentes formas de regência verbal:

– Verbo Intransitivo: “Ela sorriu.”

O verbo “sorrir” é intransitivo, ou seja, não necessita de complemento para que a frase tenha sentido completo.

– Verbo Transitivo Direto: “O aluno leu o livro.”

O verbo “ler” exige um objeto direto, no caso, “o livro”, para completar o seu sentido.

– Verbo Transitivo Indireto: “Ele precisa de ajuda.”

O verbo “precisar” exige a preposição “de” para se conectar ao complemento “ajuda”, formando um objeto indireto.

– Verbo Transitivo Direto e Indireto: “A professora explicou a matéria aos alunos.”

O verbo “explicar” exige dois complementos: “a matéria” (objeto direto) e “aos alunos” (objeto indireto, regido pela preposição “a”).

Casos Especiais de Regência Verbal

Alguns verbos podem mudar sua regência de acordo com o contexto em que são usados, alterando seu significado. Por exemplo:

– Assistir:

– “Eu assisti ao filme.” (No sentido de ver, o verbo exige a preposição “a”, sendo transitivo indireto).

– “Ela assistiu o paciente.” (No sentido de dar assistência, o verbo é transitivo direto, sem preposição).

Essas variações fazem parte da complexidade da regência verbal, e é importante conhecer os contextos específicos para usar a preposição correta.

Dominar as regras de regência nominal e verbal é essencial para garantir a clareza e a coerência da comunicação escrita e falada. Tanto a regência nominal, que regula a relação entre nomes e seus complementos, quanto a regência verbal, que estabelece as relações entre os verbos e seus objetos, desempenham um papel fundamental na estruturação das frases. O uso correto das preposições é um dos principais fatores que garantem essa relação e previnem ambiguidades que possam surgir na interpretação do discurso.

Além disso, compreender as nuances da regência verbal – em especial a distinção entre verbos transitivos diretos, indiretos e intransitivos – permite uma aplicação precisa da linguagem, ajustando-se ao contexto e ao sentido pretendido. Na regência nominal, o reconhecimento das preposições que acompanham certos nomes, como substantivos e adjetivos, é crucial para evitar construções inadequadas.

Por fim, o estudo das regras de regência não apenas fortalece o domínio da gramática normativa, mas também contribui para uma comunicação mais eficaz e refinada, facilitando o entendimento entre os interlocutores e garantindo que as ideias sejam expressas com a máxima precisão possível.

CRASE

Crase é o nome dado à contração de duas letras “A” em uma só:

Preposição “a” + artigo “a” em palavras femininas

Ela é demarcada com o uso do acento grave (à), de modo que crase não é considerada um acento em si, mas sim o fenômeno dessa fusão.

Veja, abaixo, as principais situações em que será correto o emprego da crase:

– Palavras femininas: Peça o material emprestado àquela aluna.

– Indicação de horas, em casos de horas definidas e especificadas: Chegaremos em Belo Horizonte às 7 horas.

– Locuções prepositivas: A aluna foi aprovada à custa de muito estresse.

- Locuções conjuntivas: À medida que crescemos vamos deixando de lado a capacidade de imaginar.
- Locuções adverbiais de tempo, modo e lugar: Vire na próxima à esquerda.

Veja, agora, as principais situações em que não se aplica a crase:

- Palavras masculinas: Ela prefere passear a pé.
- Palavras repetidas (mesmo quando no feminino): Melhor termos uma reunião frente a frente.
- Antes de verbo: Gostaria de aprender a pintar.
- Expressões que sugerem distância ou futuro: A médica vai te atender daqui a pouco.
- Dia de semana (a menos que seja um dia definido): De terça a sexta. / Fecharemos às segundas-feiras.
- Antes de numeral (exceto horas definidas): A casa da vizinha fica a 50 metros da esquina.

Há, ainda, situações em que o uso da crase é facultativo

- Pronomes possessivos femininos: Dei um picolé a minha filha. / Dei um picolé à minha filha.
- Depois da palavra “até”: Levei minha avó até a feira. / Levei minha avó até à feira.
- Nomes próprios femininos (desde que não seja especificado): Enviei o convite a Ana. / Enviei o convite à Ana. / Enviei o convite à Ana da faculdade.

DICA: Como a crase só ocorre em palavras no feminino, em caso de dúvida, basta substituir por uma palavra equivalente no masculino. Se aparecer “ao”, deve-se usar a crase: Amanhã iremos à escola / Amanhã iremos ao colégio.

COLOCAÇÃO PRONOMINAL

A colocação pronominal refere-se à posição dos pronomes oblíquos átonos (me, te, se, o, a, lhe, nos, vos, etc.) em relação ao verbo na estrutura da frase. Esses pronomes são chamados de átonos por não possuírem acento próprio, ou seja, sua pronúncia depende de um verbo, com o qual se conectam diretamente. A posição desses pronomes é regida por regras bem definidas, e seu uso incorreto pode comprometer a correção gramatical e a clareza do texto. Na norma culta da Língua Portuguesa, existem três posições principais para os pronomes oblíquos: a ênclise, a próclise e a mesóclise. Cada uma dessas posições depende de fatores sintáticos específicos que determinam a sua obrigatoriedade ou preferência. Compreender o funcionamento dessas regras é essencial para quem busca dominar a escrita formal, especialmente em contextos como concursos públicos.

— Ênclise

A ênclise é a colocação do pronome oblíquo átono depois do verbo. É considerada a posição padrão e mais neutra, utilizada em situações em que o verbo aparece no início da oração, sem elementos que justifiquem outra colocação. Essa posição ocorre principalmente em frases afirmativas e quando o verbo está no infinitivo impessoal, no gerúndio ou em algumas formas de

futuro (futuro do presente e futuro do pretérito). A ênclise, além de ser exigida em muitos casos, é vista como mais formal em determinados contextos.

Exemplo de uso correto:

Entregou-me o relatório no prazo estipulado.

– Regras de aplicação da ênclise:

- Verbo no início da oração: Quando o verbo aparece no início da frase, sem nenhuma palavra que justifique o uso de próclise, a ênclise é a escolha obrigatória.

Exemplo: Disse-me que iria viajar.

Nesse caso, o verbo disse está no início da frase, sem elementos que o antecedam, o que obriga a colocação do pronome após o verbo.

- Infinitivo impessoal e gerúndio: O infinitivo impessoal (não conjugado para uma pessoa específica) e o gerúndio (ação em progresso) exigem a ênclise, desde que não haja fatores que favoreçam a próclise.

Exemplo: Pretendo convidá-lo para a festa.

Exemplo: Estava explicando-lhe o problema.

- Verbos no futuro do presente e futuro do pretérito: Quando o verbo está no futuro do presente ou do pretérito, em frases sem palavras que exijam próclise, a ênclise ou a mesóclise é permitida.

Exemplo: Resolveremos o problema amanhã mesmo.

Exemplo: Explicar-lhe-ei a questão com mais calma.

— Próclise

A próclise ocorre quando o pronome oblíquo átono aparece antes do verbo. É comum em orações que contenham palavras que atraem o pronome para essa posição, como advérbios, pronomes relativos, pronomes indefinidos, conjunções subordinativas e palavras negativas. Esses elementos funcionam como “atraentes” da próclise, obrigando a antecipação do pronome. A próclise também ocorre quando o sujeito da oração é indefinido, ou seja, quando não há um sujeito específico.

Exemplo de uso correto:

Não me disseram a verdade.

– Principais fatores que atraem a próclise:

- Palavras negativas: Sempre que a oração contém palavras de negação (não, nunca, ninguém, nada, etc.), o pronome deve ser antecipado ao verbo.

Exemplo: Nada me faz mudar de ideia.

Nesse exemplo, a palavra negativa nada força o uso da próclise, colocando o pronome antes do verbo.

- Advérbios e locuções adverbiais: Quando há advérbios que modificam o verbo ou locuções adverbiais, a próclise se torna obrigatória.

Exemplo: Aqui se faz, aqui se paga.

O advérbio aqui antecede o verbo, exigindo que o pronome se venha antes dele.

- Pronomes indefinidos: Palavras como todos, ninguém, alguém e algum atraem o pronome para a posição anterior ao verbo.

Exemplo: Todos me aguardavam ansiosamente.

- Pronomes relativos: Pronomes como que, quem, onde e cujo também atraem a próclise.

Exemplo: O documento que me entregaram está incompleto.

O pronome relativo que exige a próclise, antecipando o pronome em relação ao verbo entregaram.

- Conjunções subordinativas: Conjunções como se, porque, embora e quando também provocam a próclise.

Exemplo: Se me encontrar, avise-me imediatamente.

— Mesóclise

A mesóclise é a colocação do pronome no meio do verbo. Esse fenômeno ocorre apenas com verbos no futuro do presente ou no futuro do pretérito, desde que o verbo esteja no início da oração e não haja palavras que exijam a próclise. A mesóclise é mais rara na linguagem coloquial, sendo geralmente associada a um nível mais elevado de formalidade, especialmente em textos jurídicos e na literatura.

Exemplo de uso correto:

Dar-te-ei uma resposta amanhã.

— Regras de aplicação da mesóclise:

- Futuro do presente e futuro do pretérito: Nos tempos verbais de futuro, a mesóclise é permitida quando o verbo inicia a oração e não há elementos atrativos de próclise.

Exemplo: Informar-te-ei sobre o ocorrido.

Aqui, o verbo informar está no futuro do presente, permitindo o uso da mesóclise.

- Uso formal: A mesóclise é típica de um registro formal e arcaico, sendo mais comum em documentos oficiais e textos literários de épocas passadas.

Exemplo: Far-se-ia o possível para resolver a questão.

— Casos Especiais

Há casos específicos em que a colocação pronominal pode variar de acordo com a estrutura da frase. Um exemplo disso ocorre nas locuções verbais, que são formadas por um verbo auxiliar e um verbo principal no infinitivo, particípio ou gerúndio. Nesses casos, a posição do pronome pode variar, dependendo do verbo auxiliar e do contexto.

Locuções verbais:

Quando há um verbo auxiliar, o pronome pode ser colocado antes do verbo auxiliar ou após o verbo principal, especialmente quando este está no infinitivo ou gerúndio.

Exemplo: Devem-se seguir as orientações.

Exemplo: Estava-me preparando para a prova.

Infinitivo pessoal e gerúndio:

No infinitivo pessoal, a próclise é possível se houver palavras atrativas, enquanto a ênclise é a colocação natural em frases afirmativas. No gerúndio, a ênclise é obrigatória se não houver fatores de próclise.

Exemplo: Ao fazer-lhe um favor, ajudou a todos.

Exemplo: Estavam-se preparando para a prova.

— Colocação Proibida

Existem regras que proíbem determinadas colocações pronominais em situações específicas. É proibido, por exemplo, iniciar uma frase com pronomes oblíquos átonos, bem como usar ênclise após certas palavras atrativas de próclise.

Proibições comuns:

- Início de frase: Não se pode iniciar uma frase com pronomes oblíquos átonos.

Incorreto: Me ajudaram ontem.

Correto: Ajudaram-me ontem.

- Ênclise após palavras atrativas: A ênclise não pode ser usada após palavras que atraem a próclise.

Incorreto: Todos procuraram-me.

Correto: Todos me procuraram.

TIPOS DE DISCURSO

O discurso direto, indireto e indireto livre são formas distintas de apresentar a fala, o pensamento ou a opinião das personagens dentro de um texto. Essas modalidades discursivas desempenham papéis importantes na narrativa e na construção do ponto de vista do narrador, influenciando a interação entre o autor, as personagens e o leitor. Conhecer e saber utilizar esses discursos é essencial para a análise de textos literários e para a produção de textos coesos e coerentes.

1. Discurso Direto

O discurso direto é a reprodução exata da fala ou pensamento de uma personagem, sem intervenção direta do narrador. Para isso, é comum o uso de aspas, travessão ou verbos declarativos (como “dizer” e “afirmar”) para indicar a introdução do discurso direto. Esse tipo de discurso traz vivacidade ao texto, pois permite que o leitor “ouça” a voz da personagem, aproximando-o da situação apresentada.

Características do discurso direto

1. Presença de verbos declarativos: precedem ou introduzem a fala da personagem, como “afirmou”, “perguntou”, “disse”.

- Exemplo: Ela perguntou: “Qual o horário do encontro?”

2. Pontuação específica: travessões e aspas são usados para delimitar a fala da personagem.

- Exemplo com travessão: — Quando você chega? — perguntou João.

- Exemplo com aspas: Maria respondeu: “Chego às oito.”

3. Fidelidade ao estilo da personagem: o discurso direto preserva o vocabulário, o tom e a maneira de falar da personagem, o que pode evidenciar aspectos de sua personalidade.

O discurso direto é bastante comum em diálogos e em textos narrativos, onde há interação entre personagens, proporcionando dinamismo e autenticidade.

2. Discurso Indireto

O discurso indireto apresenta a fala ou o pensamento de uma personagem, mas de forma mediada pelo narrador, que “traduz” ou “parafraseia” a fala da personagem. Aqui, não há uma reprodução literal das palavras, mas sim uma adaptação ao contexto do narrador, o que implica uma transformação de pronomes, tempos verbais e conectores.

Características do discurso indireto

1. Ausência de pontuação especial: não se usam aspas ou travessões; a fala é integrada ao discurso do narrador.

- Exemplo: Ela perguntou qual era o horário do encontro.

2. Mudança de pronomes e tempos verbais: o discurso é adaptado ao ponto de vista do narrador, adequando-se à estrutura da narrativa.

- Exemplo: A personagem diz “Eu chego às oito.” no discurso direto, mas em discurso indireto a frase torna-se: Ela disse que chegaria às oito.

3. Uso de conjunções subordinativas: expressões como “que” e “se” são comuns na introdução de falas e pensamentos.

- Exemplo: Ele afirmou que estava cansado.

O discurso indireto permite uma narração mais concisa e, ao mesmo tempo, proporciona ao leitor uma visão filtrada da fala das personagens, muitas vezes acrescida de juízos ou observações do narrador.

3. Discurso Indireto Livre

O discurso indireto livre é uma combinação do discurso direto e indireto, permitindo que a fala ou o pensamento da personagem seja reproduzido de maneira livre, sem verbos declarativos nem pontuação específica. Nesse caso, o narrador não interfere diretamente, mas também não há uma marcação clara de transição para a fala da personagem. Essa modalidade é um recurso estilístico que confere fluidez à narrativa e profundidade ao personagem, permitindo que suas emoções e reflexões se misturem à narração.

Características do discurso indireto livre

1. Fusão de vozes narrativas: a voz do narrador e da personagem se entrelaçam, gerando uma ambiguidade propositiva e um efeito de introspecção.

- Exemplo: “Estava cansado de esperar. Quantas vezes ainda teria que suportar aquela situação?”

2. Ausência de verbos declarativos e pontuação especial: o narrador apresenta a fala ou o pensamento sem delimitá-los, o que confere maior naturalidade ao fluxo narrativo.

- Exemplo: “Ela olhava pela janela. Sim, tinha tomado a decisão certa, não voltaria atrás.”

3. Expressividade e introspecção: o discurso indireto livre permite um acesso profundo ao pensamento e aos sentimentos das personagens, enriquecendo a caracterização psicológica.

Esse tipo de discurso é amplamente utilizado em obras literárias, pois permite que o leitor sinta, diretamente, as emoções e reflexões da personagem, sem a mediação direta do narrador.

4. Comparação entre os tipos de discurso

Tipo de Discurso	Marcação de Pontuação e Estrutura	Voz predominante
Discurso Direto	Aspas, travessão; verbos declarativos	Voz da personagem
Discurso Indireto	Integração ao discurso do narrador	Voz do narrador
Discurso Indireto Livre	Mistura de discurso narrativo e fala da personagem	Voz do narrador e personagem

A escolha entre discurso direto, indireto e indireto livre depende do efeito que o autor deseja criar. O discurso direto gera dinamismo e interação; o indireto oferece uma visão controlada pelo narrador; e o indireto livre, por sua vez, dá profundidade emocional, promovendo uma conexão mais íntima com as personagens.

ESTILÍSTICA: FIGURAS DE LINGUAGEM

Também chamadas de Figuras de Estilo. É possível classificá-las em quatro tipos:

- Figuras de Palavras (ou semânticas);
- Figuras Sonoras;
- Figuras de Construção (ou de sintaxe);
- Figuras de Pensamento.

— Figuras de Palavras

¹São as que dependem do uso de determinada palavra com sentido novo ou com sentido incomum. Vejamos:

– Metáfora

É um tipo de comparação (mental) sem uso de conectivos comparativos, com utilização de verbo de ligação explícito na frase. Consiste em usar uma palavra referente a algo no lugar da característica propriamente dita, depreendendo uma relação de semelhança que pode ser compreendida por conta da flexibilidade da linguagem.

Ex.: “Sua boca era um pássaro escarlate.” (Castro Alves)

– Catacrese

Consiste em transferir a uma palavra o sentido próprio de outra, fazendo uso de formas já incorporadas aos usos da língua. Se a metáfora surpreende pela originalidade da associação de ideias, o mesmo não ocorre com a catacrese, que já não chama a atenção por ser tão repetidamente usada. Toma-se emprestado um termo já existente e o “emprestamos” para outra coisa.

Ex.: Batata da perna; Pé da mesa; Cabeça de alho; Asa da xícara.

– Comparação ou Símile

É a comparação entre dois elementos comuns, semelhantes, de forma mais explícita. Como assim? Normalmente se emprega uma conjunção comparativa: como, tal qual, assim como, que nem.

Ex.: “Como um anjo caído, fiz questão de esquecer...” (Legião Urbana)

– Sinestesia

É a fusão de no mínimo dois dos cinco sentidos físicos, sendo bastante utilizada na arte, principalmente em músicas e poesias.

Ex.: “De amargo e então salgado ficou doce, - Paladar

Assim que teu cheiro forte e lento - Olfato

Fez casa nos meus braços e ainda leve - Tato

E forte e cego e tenso fez saber - Visão

Que ainda era muito e muito pouco.” (Legião Urbana)

– Antonomásia

Quando substituímos um nome próprio pela qualidade ou característica que o distingue. Pode ser utilizada para eliminar repetições e tornar o texto mais rico, devendo apresentar termos que sejam conhecidos pelo público, para não prejudicar a compreensão.

Ex.: O Águia de Haia (= Rui Barbosa)

O Pai da Aviação (= Santos Dumont)

1 <https://bit.ly/37nLTfx>

– Epíteto

Significa “posto ao lado”, “acrescentado”. É um termo que designa “apelido” ou “alcunha”, isto é, expressões ou palavras que são acrescentados a um nome. Epíteto vem do Grego EPÍTHETON, “algo adicionado, apelido”, de EPI-, “sobre”, e TITHENAI, “colocar”.

Aparece logo após o nome da pessoa, de personagens literários, da história de militares, de reis e de muitos outros.

Ex.: Nelson Rodrigues: o “Anjo Pornográfico”, por sua obra de cunho bastante sexual.

Augusto Dos Anjos: o “Poeta da Morte”, já que seu principal tema era a morte.

– Metonímia

Troca-se uma palavra por outra com a qual ela se relaciona. Ocorre quando um único nome é citado para representar um todo referente a ele.

A metonímia ocorre quando substituímos:

– O autor ou criador pela obra. Ex.: Gosto de ler Jorge Amado (observe que o nome do autor está sendo usado no lugar de suas obras).

– O efeito pela causa e vice-versa. Ex.: Ganho a vida com o suor do meu rosto. (o suor é o efeito ou resultado e está sendo usado no lugar da causa, ou seja, o “trabalho”).

– O continente pelo conteúdo. Ex.: Ela comeu uma caixa de doces. (= doces).

– O abstrato pelo concreto e vice-versa. Ex.: A velhice deve ser respeitada. (= pessoas velhas).

– O instrumento pela pessoa que o utiliza. Ex.: Ele é bom no volante. (= piloto ou motorista).

– O lugar pelo produto. Ex.: Gosto muito de tomar um Porto. (= o vinho da cidade do Porto).

– O símbolo ou sinal pela coisa significada. Ex.: Os revolucionários queriam o trono. (= império, o poder).

– A parte pelo todo. Ex.: Não há teto para os necessitados. (= a casa).

– O indivíduo pela classe ou espécie. Exemplo: Ele foi o judas do grupo. (= espécie dos homens traidores).

– O singular pelo plural. Ex.: O homem é um animal racional. (o singular homem está sendo usado no lugar do plural homens).

– O gênero ou a qualidade pela espécie. Ex.: Nós mortais, somos imperfeitos. (= seres humanos).

– A matéria pelo objeto. Ex.: Ele não tem um níquel. (= moeda).

Observação: os últimos 5 casos recebem também o nome de Sinédoque.

– Sinédoque

Significa a troca que ocorre por relação de compreensão e que consiste no uso do todo, pela parte do plural pelo singular, do gênero pela espécie, ou vice-versa.

Ex.: O mundo é violento. (= os homens)

– Perífrase

Trata-se da substituição de um nome por uma expressão por alguma característica marcante ou por algum fato que o tenha tornado célebre.

Ex.: O país do futebol acredita no seu povo. (país do futebol = Brasil)

– Analogia

Trata-se de uma espécie de comparação, contudo, neste caso, realizada por meio de uma correspondência entre duas entidades diferentes.

Na escrita, pode ocorrer a analogia quando o autor pretender estabelecer uma aproximação equivalente entre elementos através do sentido figurado e dos conectivos de comparação.

Ex.: A árvore é um ser vivo. Tem metabolismo e reproduz-se. O ser humano também. Nisto são semelhantes. Ora se são semelhantes nestas coisas e a árvore cresce podemos concluir que o ser humano também cresce.

– Hipérbole

É a figura do exagero, a fim de proporcionar uma imagem chocante ou emocionante. É a exaltação de uma ideia, visando causar maior impacto.

Ex.: “Rios te correrão dos olhos, se chorares!” (Olavo Bilac)
“Estou morta de fome”.

– Eufemismo

Figura que atenua, que dá um tom mais leve a uma expressão.

Ex.: “E pela paz derradeira que enfim vai nos redimir Deus lhe pague.” (Chico Buarque)

Paz derradeira = morte

“Aquele homem de índole duvidosa apropriou-se (ladrão) indevidamente dos meus pertences.” (roubou)

– Disfemismo

Expressão grosseira em lugar de outra, que poderia ser mais suave, branda.

Ex.: “Você não passa de um porco ... um pobretão.”

– Pleonismo

Repetição da ideia, ou seja, redundância semântica e sintática, divide-se em:

– Gramatical: com objetos direto ou indireto redundantes, chamam-nos pleonásticos.

Ex.: “Perdoo-te a ti, meu amor.”

“O carro velho, eu o vendi ontem.”

– Vicioso: deve ser evitado por não acrescentar informação nova ao que já havia sido dito anteriormente.

Ex.: subir para cima; descer para baixo; repetir de novo; hemorragia sanguínea; protagonista principal; monopólio exclusivo.

– Anáfora

É a repetição intencional de palavras, no início de um período, frase ou verso.

Ex.: “Eu quase não saio

Eu quase não tenho amigo

Eu quase não consigo

Ficar na cidade sem viver contrariado.”

(Gilberto Gil)

– Ambiguidade ou Anfibologia

Esta é uma figura de linguagem bastante utilizada no meio artístico, de forma poética e literária. Entretanto, em textos técnicos e redações, ela é considerada um vício (e precisa ser evitada). Ocorre quando uma frase fica com duplo sentido, dificultando sua interpretação.

Ex.: A mãe avisou à filha que estava terminando o serviço. (Quem terminava o serviço: a mãe ou a filha?)

– Alegoria

Utilizada de maneira retórica, com o objetivo de ampliar o significado de uma palavra (ou oração). A alegoria ajuda a transmitir um (ou mais) sentidos do texto, além do literal.

Ex.: “Vivemos em uma constante montanha russa: estamos em alta velocidade e os altos e baixos se revezam de maneira vertiginosa, sem que possamos pensar direito.” (Aqui, o enunciador propõe equalizar o cotidiano a uma “montanha russa” e, na sequência, cria relações contínuas entre os dias e os movimentos propiciados pelo mecanismo de brinquedo.)

– Simbologia

É o uso de simbologias para indicar algo.

Ex.: “A pomba branca simboliza a paz.”

– Figuras de Harmonia

São as que reproduzem os efeitos de repetição de sons, ou ainda quando se busca representa-los. São elas:

– Aliteração

Repetição consonantal fonética (som da letra) geralmente no início da palavra. Dá ritmo e também pode criar trava-línguas.

Ex.: “O rato roeu a roupa do rei de Roma”;
“Quem com ferro fere, com ferro será ferido”.

– Assonância

Repetição da vogal tônica ou de sílabas com as mesmas consoantes e vogais distintas.

Ex.: “É a moda / da menina muda / da menina trombuda / que muda de modos / e dá medo” (Moda da Menina Trombuda - Cecília Meireles)

– Paronomásia

É o uso de palavras iguais ou com sons semelhantes, porém que possuem sentidos distintos.

Ex.: “Berro pelo aterro pelo desterro
Berro por seu berro pelo seu erro” (Caetano Veloso)
“Quem casa, quer casa”.

– Cacofonia

Trata-se da junção de duas palavras (as últimas sílabas de uma + as sílabas iniciais da outra), que podem tornar o som diferente e criar um novo significado. A cacofonia é notada ao falar, com o som fazendo parecer algo diferente daquilo que realmente foi dito.

Ex.: A boca dela. (cadela)

A prova valia 10 pontos, um por cada acerto. (porcada)

– Onomatopeia

Este é um recurso empregado com a intenção de reproduzir um barulho, som ou ruído. É muito usada em histórias em quadrinhos e na literatura. No exemplo a seguir, o “tic-tac” reproduz o som de um relógio.

Ex.: “Passa, tempo, tic-tac / Tic-tac, passa, hora / Chega logo, tic-tac / Tic-tac, e vai-te embora” (O Relógio - Vinícius de Moraes)

– Figuras de Construção

Dizem respeito aos desvios de padrão de concordância quer quanto à ordem, omissões ou excessos. Dão maior fluidez ao texto. Dividem-se em:

– Assíndeto

Ocorre por falta ou supressão de conectivos. Geralmente, é substituído por vírgula.

Ex.: “Saí, bebi, enfim, vivi.” (Nel de Moraes)

“Meu filho não quer trabalhar, estudar, ser autônomo, ser independente”.

– Polissíndeto

Repetição enfática de conectivos que ligam termos da oração ou períodos. Na maioria das vezes, as conjunções coordenativas são repetidas.

Ex.: “E saber, e crescer, e ser, e haver
E perder, e sofrer, e ter horror.”

(Vinícius de Moraes)

– Elipse

É a omissão de um termo que não prejudica ou altera o sentido da frase.

Ex.: “Queria ser um pássaro dentro da noite.” (omissão de “Eu”)

“Quero mais respeito.” (omissão de “Eu” e “receber”)

– Zeugma

Elipse especial que consiste na supressão de um termo já expresso, anteriormente, no contexto.

Ex.: “Nós nos desejamos e não nos possuímos.” (supressão de “nós”)

“Eu prefiro literatura, ele, linguística” (supressão de “prefere”)

– Anacoluto

É uma alteração na estrutura da frase, que é interrompida por algum elemento inserido de maneira “solta”. Há estudiosos que defendem que o anacoluto é um erro gramatical. O anacoluto é parecido com o pleonismo, ou melhor, na tentativa de um pleonismo sintático, muitas vezes, acaba-se por criar a ruptura.

Ex.: “Os meus vizinhos, não confio mais neles.” - a função sintática de “os meus vizinhos” é nula; entretanto, se houvesse preposição (“Nos meus vizinhos, não confio mais neles”), o termo seria objeto indireto, enquanto “neles” seria o objeto indireto pleonástico.

– Anástrofe

Inversão sintática leve.

Ex.: “Tão leve estou que já nem sombra tenho.” (ordem inversa) (Mário Quintana)

“Estou tão leve que já não tenho sombra.” (ordem direta)

– Hipálage

Inversão de um adjetivo (uma qualidade que pertence a um é atribuída a outro substantivo).

Ex.: “A mulher degustava lânguida cigarrilha.”

Lânguida = sensual, portanto lânguida é a mulher, e não a cigarrilha como faz supor.

“Em cada olho um grito castanho de ódio.” (Dalton Trevisan)

Castanhos são os olhos, e não o grito.

– Hipérbato ou Inversão

É a inversão da ordem direta da frase (sujeito-verbo-objeto-complementos).

Ex.: “Enquanto manda as ninfas amorosas grinaldas nas cabeças pôr de rosas.” (Camões)

“Enquanto manda as ninfas amorosas pôr grinaldas de rosas na cabeça.”

– Síntese

Há uma inversão violenta de distantes partes da oração. É um hipérbato “hiperbólico”.

Ex.: “...entre vinhedo e sebe

corre uma linfa e ele no seu de faia

de ao pé do Alfeu Tarro escultado bebe.” (Alberto de Oliveira)

“Uma linfa corre entre vinhedo e sebe, e ele bebe no seu Tarro escultado, de faia, ao pé do Alfeu.”

– Silepse

Ocorre quando há concordância com uma ideia, e não com uma palavra — isto é, é feita com um elemento implícito. Pode acontecer nos seguintes âmbitos: de gênero, de número e de pessoa.

Ex.: “O casal se atrasou, estavam se arrumando”

Neste exemplo, há uma silepse de número. Num primeiro momento, a frase aparenta estar errada — uma vez que o verbo “estar” deveria aparecer no singular, para concordar com “casal” —, porém não se preocupe, essa construção é permitida.

– De Gênero: masculino e feminino não concordam.

Ex.: “A vítima era lindo e o carrasco estava temerosa quanto à reação da população.”

Perceba que vítima e carrasco não receberam de seus adjetivos lindo e temerosa a ‘atenção’ devida, por quê? Isso se deve à ideia de que os substantivos sobrecomuns designam ambos os sexos, e não ambos os gêneros, portanto, por questões estilísticas, o autor do texto preferiu a ideia à regra gramatical rígida que impõe que adjetivos concordem em gênero com o substantivo, não em sexo.

– De Pessoa: sujeito e verbo não concordam entre si.

Ex.: “A gente não sabemos escolher presidente.”

“A gente não sabemos tomar conta da gente.” (Ultraje a Rigor)

Nos casos de silepse de pessoa há, por parte do autor, uma clara intromissão, característica do discurso indireto livre, quando, ao informar, o emissor se coloca como parte da ação.

– Figuras de Pensamento

São recursos de linguagem que se referem ao aspecto semântico, ou seja, ao significado dentro de um contexto.

– Antítese

É a aproximação de palavras de sentidos contrários, antagônicos.

Ex.: “Onde queres prazer, sou o que dói

E onde queres tortura, mansidão

Onde, queres um lar, Revolução

E onde queres bandido, sou herói.”

(Caetano Veloso)

– Paradoxo ou Oximoro

É mais que a aproximação antitética; é a própria ideia que se contradiz.

Ex.: “O mito é o nada que é tudo.” (Fernando Pessoa)

“Mas tão certo quanto o erro de seu barco a motor é insistir em usar remos.” (Legião Urbana)

– Apóstrofe

É a evocação, o chamamento. Identifica-se facilmente na função sintática do vocativo.

Ex.: “Minha Nossa Senhora!” (usada quando alguém se espanta com algo)

– Quiasmo

Cruzamento de palavras que se repetem. Muito utilizado para enfatizar algum feito.

Ex.: “Tinha uma pedra no meio do meu caminho. / No meio do meu caminho tinha uma pedra.” (C. D. Andrade)

– Gradação ou Clímax

É uma sequência de palavras ou ideias que servem de intensificação numa sequência temporal. O clímax é obtido com a gradação ascendente, já o anticlímax, é a organização de forma contrária.

Ex.: “Mais dez, mais cem, mais mil e mais um bilhão, uns cingidos de luz, outros ensanguentados.” (Ocidentais - Machado de Assis)

– Ironia

Consiste em dizer o oposto do que se pensa, com intenção sarcástica ou depreciativa.

Ex.: “A excelente Dona Inácia era mestra na arte de judiar de criança.” (Monteiro Lobato)

“Dona Clotilde, o arcanjo do seu filho, quebrou minhas vidraças.”

– Personificação ou Prosopopeia
É a atribuição de características humanas e qualidades a objetos inanimados e irracionais.

Ex.: “O vento beija meus cabelos
As ondas lambem minhas pernas
O sol abraça o meu corpo.” (Lulu Santos - Nelson Motta)

– Reificação

Consiste em “coisificar” os seres humanos.

Ex.: “Tia, já botei os candidatos na lista.”

“Fiquei plantada duas horas no consultório médico.”

– Lítotes

Consiste em negar por afirmação ou vice-versa.

Ex.: “Ela até que não é feia.” (logo, é bonita)

“Você está exagerando. Não subestime a sua inteligência.”
(porque ela é inteligente)

– Alusão

Este é um recurso usado para fazer referência ou citação, relacionando uma ideia a outra — podendo ocorrer de maneira explícita ou não. Ao realizar referência a um acontecimento, pessoas, personagens ou outros trabalhos, a alusão ajuda na compreensão da ideia que se deseja passar.

Ex.: “Eles estavam apaixonados como Romeu e Julieta.”

Neste exemplo, a intenção é explicar a grande paixão que uma pessoa sente pela outra.

QUESTÕES

1. IESES - 2024



(Autor: Pietro Soldi)

Sobre o efeito das transformações urbanas destacadas no texto, a tirinha sugere que:

(A) O desenvolvimento urbano ignora o valor sentimental de certos locais.

(B) A modernização da cidade contribui para fortalecer o vínculo das pessoas com suas lembranças familiares.

(C) A modernização respeita e preserva todos os locais de valor histórico e afetivo.

(D) O desenvolvimento urbano é incapaz de apagar memórias coletivas e pessoais.

2. Avanço SP - 2024

A FORMA QUE ENXERGAMOS AS CORES MUDA CONFORME ENVELHECEMOS, DIZ ESTUDO

Quando expostas ao aumento de luminosidade e da saturação cromática, as pupilas se contraem. Mas há uma diferença nesse movimento entre jovens e idosos — o que resulta em percepções diferentes da mesma cor. Isso é o que mostra um estudo publicado na revista Scientific Reports e divulgado em 22 de janeiro.

A pesquisa contou com dois grupos: um de 17 pessoas com idade média de 27,7 anos e outro de 20 indivíduos com idade média de 64,4 anos. Os pesquisadores colocaram os voluntários em uma sala com blecaute e lhes mostraram 26 cores diferentes enquanto mediam o diâmetro de suas pupilas usando uma câmera de rastreamento ocular altamente sensível. Cada tonalidade aparecia na tela por 5 segundos. Foram exibidos tons escuros, suaves, saturados e claros de magenta, azul, verde, amarelo e vermelho, além de dois tons de laranja e quatro opções de cinza. O aparelho, que captava o diâmetro das pupilas mil vezes por segundo, permitiu observar que as pupilas de pessoas idosas saudáveis se contraíam menos do que a de adultos jovens em resposta ao aumento na saturação das cores. Essa diferença foi mais acentuada em relação ao verde e ao magenta. Já mudanças na claridade ou luminosidade das tonalidades provocaram respostas semelhantes nos dois grupos.

“Esse trabalho questiona a crença antiga entre os cientistas de que a percepção das cores permanece relativamente constante ao longo da vida. Em vez disso, ela sugere que as cores desaparecem lentamente à medida que envelhecemos”, explicou Janneke van Leeuwen, do Instituto de Neurologia da University College London (UCL), na Inglaterra, em comunicado.

Os cientistas acreditam que, conforme as pessoas envelhecem, haja um declínio na sensibilidade do corpo aos níveis de saturação das cores no córtex visual primário (parte do cérebro responsável por receber, integrar e processar as informações visuais captadas pelas retinas). Pesquisas anteriores já demonstraram que essa característica também está presente em pessoas que apresentam uma forma rara de demência chamada atrofia cortical posterior (ACP), caso em que dificuldades e anormalidades com relação à percepção de cores podem ocorrer devido a um declínio na sensibilidade do cérebro a determinados tons no córtex visual primário e em suas redes. “Pessoas com demência podem apresentar alterações nas preferências de cores e outros sintomas relacionados ao cérebro visual. Para interpretar esses dados corretamente, primeiro precisamos avaliar os efeitos do envelhecimento saudável na percepção das cores”, afirmou Jason Warren, professor do

Instituto de Neurologia da UCL. “Portanto, são necessárias mais pesquisas para delinear a neuroanatomia funcional de nossas descobertas, já que áreas corticais superiores também podem estar envolvidas.”

Esse é o primeiro estudo a usar pupilometria para demonstrar que o cérebro se torna menos sensível à intensidade das cores conforme envelhecemos, além de complementar pesquisas anteriores que demonstram que adultos mais velhos percebem as cores menos saturadas do que os mais jovens.

Revista Galileu. (Adaptado). Disponível em: <<https://revistagalileu.globo.com/ciencia/noticia/2024/01/a-forma-que-enxergamos-as-cores-muda-conforme-envelhecemos-diz-estudo.ghtml>>

De acordo com o texto, é correto afirmar que:

- (A) A demência é o principal fator atribuído às diferenças na percepção de cores.
- (B) A percepção de cores permanece estável ao longo da vida.
- (C) O envelhecimento humano tem impacto sobre a percepção de cores.
- (D) A percepção de cores é intensificada com o envelhecimento natural.
- (E) O declínio na percepção de cores é afetado por questões relacionadas à alimentação.

3. Unesc - 2024

POR QUE É PRECISO CAPACITAR MÉDICOS ANALÓGICOS NO USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Quando comecei a atuar como oftalmologista, os pacientes iam ao meu consultório para trocar de óculos. Hoje, me procuram para se livrar deles fazendo, por exemplo, a cirurgia refrativa, popularmente conhecida como cirurgia de miopia. O eletrocardiograma é um exame corriqueiro para a avaliação da função cardíaca. Mas, há cerca de quatro décadas, os especialistas do coração produziam seu diagnóstico sem o auxílio dessa ferramenta. Ela, então, não existia. Ambos os casos ilustram como a medicina sempre andou de mãos dadas com os avanços da ciência. É essa simbiose que faz surgir tratamentos inovadores, traz a cura de doenças e permite que a gente viva mais e com mais saúde.

A medicina é um dos ramos da ciência cada vez mais permeados pelas novidades tecnológicas. Tal característica, ao mesmo tempo em que pode acelerar a solução de um problema que parecia insolúvel, é vista muitas vezes com desconfiança e até descrédito, o que, de certa forma, é natural. Tudo aquilo que desafia a norma estabelecida, o procedimento conhecido, tende a ser recebido em um primeiro momento com ressalvas. Quando o uso do estetoscópio para auscultar os sons internos do corpo se popularizou definitivamente, nos anos 1960, ouviu-se muito que os médicos estavam perdendo a capacidade de fazer diagnósticos, ao trocar sua sensibilidade treinada pela intermediação de um aparelho.

Reação semelhante vejo acontecer agora diante da opção pelas consultas remotas, a chamada telemedicina. De um lado, há pacientes duvidando que o médico consiga realizar um atendimento efetivo tendo contato somente por meio de uma videochamada. De outro, representantes da classe médica

mostram temor de que esse tipo de recurso possa limitar a atuação dos profissionais de saúde. Na minha opinião, nem uma coisa nem outra.

A telemedicina pode, ao contrário, dar uma grande contribuição ao ecossistema de saúde — em especial aos sobrecarregados serviços de saúde pública — se empregada de forma a aproveitar uma das suas principais virtudes: fazer a triagem inicial de pacientes. Pela consulta de vídeo o médico tem condições de avaliar sintomas como febre, dores, erupções cutâneas ou problemas respiratórios, prescrever tratamento nos casos mais simples, ou então fazer o encaminhamento para um especialista ou recomendar atendimento presencial. Esse filtro inicial ajuda a otimizar recursos, evitando visitas desnecessárias às unidades de saúde, priorizando as situações mais urgentes.

Em um país de dimensões continentais como o Brasil, a telemedicina é uma maneira de levar atendimento à população de regiões remotas. Durante a pandemia e, mais recentemente, nas enchentes que atingiram o sul do país, entre abril e maio, a ferramenta mostrou como pode ser útil dando acesso às consultas, permitindo o monitoramento de pacientes e, no caso da Covid-19, mitigando o risco de contágio de pacientes e médicos.

Citei o caso da telemedicina, mas posso falar da aplicação cada vez maior da Inteligência Artificial (IA) nos vários campos da medicina: pesquisa, diagnóstico e tratamento. Trata-se de uma ferramenta formidável, um sistema que pensa mais rápido e é capaz de processar mais dados do que o nosso cérebro consegue fazer. A IA é empregada com sucesso, por exemplo, na interpretação de imagens como ressonâncias e tomografias, na robótica cirúrgica garantindo procedimentos mais preciso e menos invasivo, fazendo a análise de dados clínicos e sintomas relatados pelo paciente, auxiliando o médico na tomada de decisão em casos complexos.

O impacto das novas tecnologias para a medicina é profundo e positivo. Um grande desafio, ao meu ver, está na capacitação dos profissionais de saúde, de maneira que entendem e sejam capazes de utilizar as ferramentas digitais em sua plenitude. À geração de médicos mais jovens, que foi alfabetizada digitalmente, isso não é um problema. Refiro-me aqueles acostumados as práticas e rotinas tradicionais. É preciso treiná-los para a nova realidade. Não podemos abrir da sua experiência e conhecimento. Afinal, mesmo a melhor tecnologia não substitui o olho clínico.

<https://forbes.com.br/forbessaude/2024/09/claudio-lottenberg-e-precisocapacitar-medicos-analogicos-no-uso-das-tecnologias-digitais/>

Ao examinar o texto, avalie as afirmativas e identifique aquela que NÃO está relacionada ao conteúdo apresentado.

- (A) Tratamentos inovadores, cura de doenças e melhor qualidade de vida estão associados à relação entre medicina e os avanços científicos.
- (B) Uma grande vantagem do uso de novas tecnologias como ferramentas digitais será a eliminação da necessidade da experiência clínica, que muitas vezes não tem relação com o diagnóstico apresentado pelo médico.
- (C) A resistência às inovações tecnológicas é algo comum, já que tudo o que desafia o conhecimento e os procedimentos tradicionais tende a gerar cautela.

- (D) A telemedicina pode ser de grande relevância tanto em situações de efeitos climáticos quanto em eventos epidemiológicos.
 (E) A geração mais jovem de médicos, não sofrem com a adaptação às ferramentas digitais e novas tecnologias.

4. FGV - 2024

Assinale a opção em que os três vocábulos estão grafados de forma correta.

- (A) caixa / rebaixar / mecher.
 (B) chícara / chuchu / mexerico.
 (C) xarope / enchova / encharcar
 (D) engrachar / enxoval / caxumba.
 (E) puxar / lixeira / enxente.

5. Instituto Consulplan - 2024



(Disponível em: <https://app.estuda.com/>. Acesso em: novembro de 2024.)

As palavras a seguir foram acentuadas pelo mesmo motivo que “agrotóxico” (terceiro quadrinho), EXCETO:

- (A) Caráter.
 (B) Fanático.
 (C) Hóspede.
 (D) Científico.

6. IBFC - 2024

Marque a alternativa que apresenta só palavras com regras de acentuação diferentes:

- (A) mídia, município, competência
 (B) até, país, cenário
 (C) política, está, câmara
 (D) vitória, também, necessário

7. Avança SP - 2024

DAQUI A 25 ANOS

Perguntaram-me uma vez se eu saberia calcular o Brasil daqui a vinte e cinco anos. Nem daqui a vinte e cinco minutos, quanto mais vinte e cinco anos. Mas a impressão-desejo é a de que num futuro não muito remoto talvez compreendamos que os movimentos caóticos atuais já eram os primeiros passos afinando-se e orquestrando-se para uma situação econômica mais digna de um homem, de uma mulher, de uma criança. E isso porque o povo já tem dado mostras de ter maior maturidade política do que a grande maioria dos políticos, e é quem um dia terminará liderando os líderes. Daqui a vinte e cinco anos o povo terá falado muito mais.

Mas se não sei prever, posso pelo menos desejar. Posso intensamente desejar que o problema mais urgente se resolva: o da fome. Muitíssimo mais depressa, porém, do que em vinte e cinco anos, porque não há mais tempo de esperar: milhares de homens, mulheres e crianças são verdadeiros moribundos ambulantes que tecnicamente deviam estar internados em hospitais para subnutridos. Tal é a miséria, que se justificaria ser decretado estado de prontidão, como diante de calamidade pública. Só que é pior: a fome é a nossa endemia, já está fazendo parte orgânica do corpo e da alma. E, na maioria das vezes, quando se descrevem as características físicas, morais e mentais de um brasileiro, não se nota que na verdade se estão descrevendo os sintomas físicos, morais e mentais da fome. Os líderes que tiverem como meta a solução econômica do problema da comida serão tão abençoados por nós como, em comparação, o mundo abençoará os que descobrirem a cura do câncer.

LISPECTOR, C. 4 descoberta do mundo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1984.

O significado da palavra ‘moribundos’, no trecho “milhares de homens, mulheres e crianças são verdadeiros moribundos ambulantes...”, se relaciona a:

- (A) morte.
 (B) ignorância.
 (C) vigor.

- (D) esperança.
(E) veemência.

8. Avança SP - 2024

Analise as sentenças a seguir e assinale a alternativa em que a palavra em destaque é sinônimo da respectiva palavra entre parênteses posta ao fim da sentença.

- (A) O esmorecimento de Maria foi presenciado por todos que ali estavam. (desfalecimento)
(B) As provas do crime estão no mais recôndito lugar do bosque. (aparente)
(C) Ninguém suportava visitar aquele lugar, de tão fétido que era. (inolente)
(D) Seus hábitos são muito salutíferos. (insalubres)
(E) Demonstrava uma conduta zelosa no trânsito. (negligente)

9. FUNDATEC - 2024

Dia de Finados no Brasil e em outras nações

Por Bruno Todeschini

01 Em 2 de novembro, no Brasil, é celebrado o Dia de Finados. No mundo, a data pode ganhar
02 aspectos diferentes, conforme a cultura local. O principal responsável de uma data específica
03 dedicada à alma dos mortos foi o monge beneditino Odilo, da Abadia Beneditina de Cluny, na
04 França. A origem remete ao século 2, quando os cristãos começaram a rezar pelos falecidos e a
05 visitar os túmulos deles. O costume de rezar pelos mortos foi sendo introduzido aos poucos na
06 Igreja Católica.

07 Em 2 de novembro de 998, Odilo instituiu a todos que seguiam a Ordem Beneditina a
08 obrigatoriedade de se rezar pelos mortos. A partir do século 12, a data se popularizou em todo
09 o mundo cristão. A Igreja Católica celebra como Dia de Finados, Dia dos Fiéis Defuntos ou Dia
10 dos Mortos.

11 Em artigo publicado no site da Conferência Nacional dos Bispos do Brasil (CNBB), o cardeal
12 Orani João Tempesta explica que "o Dia dos Finados tem por objetivo principal lembrar a
13 memória dos falecidos, dos entes queridos que já se foram, e, consequentemente, rezar por
14 eles".

15 No Brasil, é tradição visitar os cemitérios e os túmulos dos falecidos, depo....itando velas e
16 orando. No México, ___ data é celebrada de forma festiva. ___ mexicanos costumam preparar as
17 comidas e bebidas prediletas dos que já se foram. Na Espanha, a celebração ocorre
18 em 1º de novembro, Dia de Todos os Santos. Flores são colocadas sobre os túmulos ___ noite e
19 costuma-se comer um doce chamado osso dos santos, feito de marzipã com recheio de doce de
20 ovos. No Japão, a data é 15 de agosto, quando os japoneses retornam às casas onde os
21 antepa....ados viveram. As celebrações duram três dias, com comidas especiais e danças. Na
22 Guatemala, a data é considerada especial e tem pratos típicos feitos somente neste dia. No
23 interior, os guatemaltecos mantêm a tradição de soltar pipas gigantes próximas aos túmulos dos
24 que se foram. Na Índia, o chamado Pitru Paksha compreende 16 dias lunares no calendário hindu
25 e presta homenagem aos ancestrais por meio de ofertas de alimentos. O culto é feito para honrar
26 sete gerações passadas. Neste ano, ocorreu entre 1º e 16 de setembro.

(Disponível em: <https://diariogaucha.clicrbs.com.br/dia-a-dia/noticia/2024/11/por-que-em-2-de-novembro-se-celebra-o-dia-de-finados-cm2ywl4qj01ap013p0cbsvq1r.html> – texto adaptado especialmente para esta prova).

Considerando o trecho abaixo, retirado do texto, assinale a alternativa que classifica corretamente as palavras em destaque, na ordem em que aparecem.

"Em artigo publicado no site da Conferência Nacional dos Bispos do Brasil (CNBB), o cardeal Orani João Tempesta explica que 'o Dia dos Finados tem por objetivo principal lembrar a memória dos falecidos, dos entes queridos que já se foram, e, consequentemente, rezar por eles'".

- (A) Artigo definido – verbo – adjetivo.
(B) Artigo indefinido – verbo – advérbio.
(C) Conjunção – substantivo – pronome.
(D) Preposição – advérbio – substantivo.
(E) Preposição – verbo – adjetivo.

10. SELECON - 2024 -

Leia o texto a seguir:

REUNIÃO GLOBAL DE EDUCAÇÃO PEDE PRIORIDADE NO FINANCIAMENTO DO SETOR

Representantes de diversos países que participam da Reunião Global de Educação, em Fortaleza (CE), firmaram o compromisso de encorajar um maior investimento em educação tanto a nível nacional, quanto global. Este é um dos pontos do documento final do encontro, a Declaração de Fortaleza.

“O investimento na educação produz muitos benefícios sociais e econômicos a nível individual e social. Aumentar os investimentos na educação não é apenas um imperativo moral, mas também uma necessidade econômica e estratégica para acelerar o progresso no sentido de alcançar todos os ODS [Objetivos de Desenvolvimento Sustentável]”, diz o texto.

A reunião, organizada pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), reuniu 51 ministérios, 94 países e mais de 650 participantes, entre os dias 31 de outubro e 1º de novembro.

O financiamento da educação em todo o mundo é uma preocupação. O relatório de Monitoramento Global da Educação (GEM) 2024, divulgado nesta quinta-feira (31), na abertura da reunião mostrou que os gastos com educação, em âmbito mundial, caíram em média 0,4 ponto percentual do Produto Interno Bruto (PIB) – soma das riquezas produzidas globalmente.

Nos últimos anos, a região da América Latina e Caribe, onde está localizado o Brasil, passou de uma média de investimento de 4,6% do PIB em educação em 2010 para 4,2% em 2022.

Fonte: <https://www.jb.com.br/brasil/educacao/2024/11/1052757-reuniao-global-deeducacao-pede-prioridade-no-financiamento-do-setor.html>. Acesso em: 02 nov. 2024.

Na frase “O financiamento da educação em todo o mundo é uma preocupação” (4º parágrafo), as palavras em destaque são respectivamente classificadas como:

- (A) verbo e verbo
- (B) verbo e substantivo
- (C) substantivo e verbo
- (D) substantivo e substantivo

11. SELECON - 2024

MP DO RIO VAI USAR IA PARA ANALISAR REGISTROS DE CANDIDATURAS

O Ministério Público do Rio de Janeiro começou a utilizar nesta semana uma nova ferramenta de inteligência artificial, para auxiliar nas eleições deste ano. O robô vai trabalhar na análise de registros de candidaturas.

“Essa ferramenta pretende, a partir de dados que são inseridos dos órgãos públicos, levar à mesa do promotor de justiça, informações sobre os candidatos que tenham sido condenados ou apresentem outras questões que não permitam a sua candidatura ou o registro. Inclusive, por exemplo, os requisitos da Lei da Ficha Limpa”, explicou o procurador-Geral de Justiça do Rio de Janeiro, Luciano Mattos.

O principal objetivo é dar celeridade ao processo de avaliação e eventual impugnação de candidaturas pelos promotores de Justiça. Essa tarefa era feita por um membro do Ministério Público, que pesquisava manualmente o nome de cada candidato

em diferentes sistemas de informações. Agora a verificação deixa de ser apenas manual, e o robô faz um primeiro filtro dos dados, capaz de apontar de forma rápida os possíveis inelegíveis.

Na avaliação do procurador Luciano Mattos, a ferramenta é um primeiro passo para melhorar a transparência das eleições.

“É um primeiro trabalho, que estamos desenvolvendo para as eleições municipais, buscando cada vez mais a lisura e regularidade do pleito desse ano”.

Com o uso da nova ferramenta, o MP solicitou, por exemplo, a impugnação do registro de candidatura de Maria Aparecida Panisset ao cargo de vice-prefeita do município de São Gonçalo. O robô detectou condenações da candidata, em trânsito em julgado (definitiva), por improbidade administrativa e a suspensão de seus direitos políticos, além de estar inelegível até 2031. Maria Panisset foi eleita prefeita da cidade em 2004 e 2008. A reportagem tenta contato com Maria Panisset.

Fonte: <https://www.jb.com.br/brasil/politica/2024/08/1051511-m-do-rio-vai-usar-ia-para-analisar-registros-de-candidaturas.html>.

Acesso em: 19 ago. 2024.

Em “Essa ferramenta pretende, a partir de dados que são inseridos dos órgãos públicos, levar à mesa do promotor de justiça, informações sobre os candidatos que tenham sido condenados ou apresentem outras questões que não permitam a sua candidatura ou o registro” (2º parágrafo), o verbo destacado está flexionado no:

- (A) futuro do subjuntivo
- (B) presente do indicativo
- (C) presente do subjuntivo
- (D) futuro do presente do indicativo

12. Avança SP - 2024

O uso da vírgula está correto apenas na frase:

- (A) Bruno, e Selma são casados.
- (B) As flores, murcharam no vaso.
- (C) Preciso de silêncio para ler concentrar, meditar e, alcançar o equilíbrio da mente.
- (D) No mar, há navios sem tripulantes.
- (E) A namorada ansiosa, esperava pelo presente.

13. Instituto Consulplan - 2024

FELIZ POR NADA

Geralmente, quando uma pessoa exclama Estou tão feliz!, é porque engatou um novo amor, conseguiu uma promoção, ganhou uma bolsa de estudos, perdeu os quilos que precisava ou algo do tipo. Há sempre um porquê. Eu costumo torcer para que essa felicidade dure um bom tempo, mas sei que as novidades envelhecem e que não é seguro se sentir feliz apenas por atingimento de metas. Muito melhor é ser feliz por nada.

Digamos: feliz porque maio recém começou e temos longos oito meses para fazer de 2010 um ano memorável. Feliz por estar com as dívidas pagas. Feliz porque alguém o elogiou.

Feliz porque existe uma perspectiva de viagem daqui a alguns meses. Feliz porque você não magoou ninguém hoje. Feliz porque daqui a pouco será hora de dormir e não há lugar no mundo mais acolhedor do que sua cama.

Esquece. Mesmo sendo motivos prosaicos, isso ainda é ser feliz por muito.

Feliz por nada, nada mesmo?

Talvez passe pela total despreocupação com essa busca. Essa tal de felicidade inferniza.

“Faça isso, faça aquilo”. A troco? Quem garante que todos chegam lá pelo mesmo caminho?

Particularmente, gosto de quem tem compromisso com a alegria, que procura relativizar as chatices diárias e se concentrar no que importa pra valer, e assim alivia o seu cotidiano e não atormenta o dos outros. Mas não estando alegre, é possível ser feliz também. Não estando “realizado”, também. Estando triste, felicíssimo igual. Porque felicidade é calma.

Consciência. É ter talento para aturar o inevitável, é tirar algum proveito do imprevisto, é ficar debochadamente assombrado consigo próprio: como é que eu me meti nessa, como é que foi acontecer comigo? Pois é, são os efeitos colaterais de se estar vivo.

Benditos os que conseguem se deixar em paz. Os que não se cobram por não terem cumprido suas resoluções, que não se culpam por terem falhado, não se torturam por terem sido contraditórios, não se punem por não terem sido perfeitos. Apenas fazem o melhor que podem.

Se é para ser mestre em alguma coisa, então que sejamos mestres em nos libertar da patrulha do pensamento. De querer se adequar à sociedade e ao mesmo tempo ser livre.

Adequação e liberdade simultaneamente? É uma senhora ambição. Demanda a energia de uma usina. Para que se consumir tanto?

A vida não é um questionário de Proust. Você não precisa ter que responder ao mundo quais são suas qualidades, sua cor preferida, seu prato favorito, que bicho seria. Que mania de se autoconhecer. Chega de se autoconhecer. Você é o que é, um imperfeito bem-intencionado e que muda de opinião sem a menor culpa.

Ser feliz por nada talvez seja isso.

(MEDEIROS, Martha. *Feliz por nada*, 2011. Editora L&PM., 216 p.)

Análise os trechos a seguir e assinale a associação INCORRETA dos termos em destaque.

- (A) “Feliz por estar com as dívidas pagas.” (2º§) – quitadas.
- (B) “É ter talento para aturar o inevitável, [...]” (9º§) – supérfluo.
- (C) “[...] gosto de quem tem compromisso com a alegria, [...]” (8º§) – felicidade.
- (D) “[...] não é seguro se sentir feliz apenas por atingimento de metas.” (1º§) – resguardado.

14. Avanço SP - 2024

Análise as sentenças a seguir e assinale a alternativa em que as palavras apontadas preenchem corretamente as lacunas.

- I. O _____ da máquina de lavar ficou muito caro.
- II. Já reservamos os _____ para assistirmos à peça teatral.
- III. Finalmente, as crianças _____ a gritaria.
- (A) I. concerto; II. assentos; III. cessaram.
- (B) I. conserto; II. assentos; III. cessaram.
- (C) I. conserto; II. acentos; III. cessaram.
- (D) I. concerto; II. assentos; III. sessaram.
- (E) I. conserto; II. acentos; III. sessaram.

15. COPEVE-UFAL - 2024

Em situações formais de uso da Língua Portuguesa, há regras específicas para a correta colocação dos pronomes oblíquos nas frases. Assim, o pronome pode ser colocando antes, no meio ou depois do verbo, a depender do contexto linguístico. Assinale a alternativa em que o uso e a classificação da colocação pronominal estão corretos.

- (A) Quando der-lhes-em presentes, recebam-nos carinhosamente (mesóclise e ênclise).
- (B) Quando lhes derem presentes, nos recebam carinhosamente (próclise e próclise).
- (C) Quando lhes derem presentes, recebam-nos carinhosamente (próclise e ênclise).
- (D) Quando derem-lhes presentes, os recebam carinhosamente (ênclise e próclise).
- (E) Quando derem-lhes presentes, recebam os carinhosamente (ênclise e ênclise).

16. IBGP - 2022

Leia a charge.



Disponível em: https://mouse.fandom.com/pt-br/wiki/Viol%C3%Aancia_e_Seguran%C3%A7a_P%C3%BAblica?file=Duke426.jpg. Acesso em: 20 de junho de 2022.

Comparando-se a charge e o artigo de opinião, é CORRETO afirmar que:

- (A) Ambos fazem críticas à ausência de segurança pública, sendo que a charge, por ser multimodal, apresenta uma orientação argumentativa mais consistente.
- (B) É possível dizer que o trecho do artigo de opinião que estabelece uma relação intertextual mais explícita com a crítica feita na charge é: “é possível estimar que o Brasil gaste mais de R\$ 200 bilhões anuais para suprir os custos impostos ao País pela escalada da violência.”
- (C) O artigo, por apresentar mais dados e informações, tem potencial para fazer com o que o leitor construa conhecimentos mais sólidos sobre o problema da segurança pública no Brasil.
- (D) Tanto a charge quanto o artigo apontam, cada um à sua maneira, soluções para o combate da violência no Brasil e consequente garantia do direito constitucional à segurança pública previsto na Constituição.

17. Avança SP - 2024



A situação retratada na charge permite inferir que a personagem Mafalda:

- (A) gosta de diferentes tipos de sopa.
- (B) tem repulsa a sopas.
- (C) espera que sua mãe faça uma sopa para o jantar.
- (D) não gosta de dicionários.
- (E) não entende o significado da palavra “sopa”.

18. INSTITUTO AOCP - 2021

CONSUMO CONSCIENTE

Helio Mattar

A adoção de processos sustentáveis é uma questão não de escolha, mas de sobrevivência. Não desta ou daquela empresa, mas da vida de todos os indivíduos do planeta. Portanto, é imprescindível que os valores da sustentabilidade sejam incorporados a marcas, bens, serviços e aos pequenos atos do cotidiano. Pesquisas realizadas ao longo de dez anos de trabalho para conscientizar a população das formas mais racionais e sustentáveis de consumir comprovam que quem investe em sustentabilidade ganha também na preferência do consumidor. Afinal, 65% dos chamados formadores de opinião discutem o comportamento ético socioambiental de empresas, assim como 41% da população brasileira, segundo a Pesquisa Responsabilidade Social das Empresas - Percepção do Consumidor Brasileiro, realizada pelo Instituto Akatu e pelo Instituto Ethos, em dezembro de 2010. Hoje, dois em cada cinco brasileiros já topam pagar um pouco mais por uma marca que seja mais sustentável.

As empresas obviamente precisam de lucros, mas os interesses empresariais devem ir muito além da esfera monetária e focar, principalmente, uma sociedade melhor para todos. E cada membro dessa sociedade sustentável deve necessariamente superar o consumismo para assentar bases mais no durável e

menos no descartável, mais no virtual e menos no físico, mais no público ou no compartilhado e menos no individual, mais no uso que na posse, mais no renovável que no fóssil, mais na cooperação que na competição.

As corporações e a propaganda podem contribuir fortemente como indutoras desse novo estilo de vida ao estimular a imaginação e a projeção de um futuro sustentável e desejável e ao investir em meios para alcançar esse futuro: inovação de processos, de produtos e de comportamentos, reforço de novos valores da sustentabilidade e articulação, pressão, parceria por novas políticas públicas para novos projetos, com variados e novos agentes.

Hoje, as mudanças já vêm ocorrendo e, com um atributo muito simples, é possível acelerar na direção da sustentabilidade: comunicação clara e transparente. Do rótulo à campanha na TV. O consumidor precisa de informações sobre os impactos ambientais e sociais de seu consumo para que possa exercer escolhas conscientes. Dando informação confiável, a corporação não só destaca seu produto e melhora a cadeia produtiva, mas também aumenta o protagonismo do consumidor. Mostra respeito por ele e diz “você é nosso parceiro rumo à sociedade sustentável”. Essa é a arma mais eficaz a ser posta a serviço da sociedade. Quanto mais marcas e agências de publicidade o fizerem, mais contribuirão para uma vida melhor para todos, hoje e no futuro.

Helio Mattar, 63, PhD em engenharia industrial, é diretor-presidente do Instituto Akatu, ONG que trabalha há dez anos pelo consumo consciente.

Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/topofmind/2011/10/996028-opiniao-consumo-consciente.shtml> Acesso em: 04 dez. 2020.

No período “Mostra respeito por ele e diz ‘você é nosso parceiro rumo à sociedade sustentável.’”, o acento indicativo de crase foi empregado porque

- (A) houve a junção da preposição “a”, que rege “rumo”, com o artigo “a”, que acompanha o substantivo feminino “sociedade”.
- (B) houve a fusão da preposição “a”, que rege o verbo “dizer”, com o artigo “a”, que acompanha o substantivo feminino “sociedade”.
- (C) ocorreu a junção do pronome oblíquo “a”, com o artigo “a”, que acompanha o substantivo feminino “sociedade”.
- (D) o trecho “à sociedade sustentável” corresponde a uma locução adverbial formada por palavra feminina.
- (E) o trecho “à sociedade sustentável” tem função de objeto indireto, apresentando, portanto, preposição “a” junto ao artigo definido “a”.

19. Instituto Consulplan - 2024

NA ESCURIDÃO MISERÁVEL

Eram sete horas da noite quando entrei no carro, ali no Jardim Botânico. Senti que alguém me observava, enquanto punha o motor em movimento. Voltei-me e dei com uns olhos grandes e parados como os de um bicho, a me espiar, através do vidro da janela, junto ao meio-fio. Eram de uma negrinha mirrada, raquítica, um fiapo de gente encostado ao poste como um animalzinho, não teria mais que uns sete anos. Inclinei-me sobre o banco, abaixando o vidro:

– O que foi, minha filha? – perguntei, naturalmente, pensando tratar-se de esmola.

– Nada não senhor – respondeu-me, a medo, um fio de voz infantil.

– O que é que você está me olhando aí?

– Nada não senhor – repetiu. – Tou esperando o ônibus...

– Onde é que você mora?

– Na Praia do Pinto.

– Vou para aquele lado. Quer uma carona?

Ela vacilou, intimidada. Insisti, abrindo a porta:

– Entra aí, que eu te levo.

Acabou entrando, sentou-se na pontinha do banco, e enquanto o carro ganhava velocidade, ia olhando duro para a frente, não ousava fazer o menor movimento. Tentei puxar conversa:

– Como é o seu nome?

– Teresa.

– Quantos anos você tem, Teresa?

– Dez.

– E o que estava fazendo ali, tão longe de casa?

– A casa da minha patroa é ali.

– Patroa? Que patroa?

Pela sua resposta, pude entender que trabalhava na casa de uma família no Jardim Botânico: lavava roupa, varria a casa, servia a mesa. Entrava às sete da manhã, saía às oito da noite.

– Hoje saí mais cedo. Foi jantarado.

– Você já jantou?

– Não. Eu almocei.

– Você não almoça todo dia?

– Quando tem comida pra levar, eu almoço: mamãe faz um embrulho de comida pra mim.

– E quando não tem?

– Quando não tem, não tem – e ela até parecia sorrir, me olhando pela primeira vez. Na penumbra do carro, suas feições de criança, esqueléticas, encardidas de pobreza, podiam ser as de uma velha. Eu não me continha mais de aflição, pensando nos meus filhos bem nutridos – um engasgo na garganta me afogava no que os homens experimentados chamam de sentimentalismo burguês:

– Mas não te dão comida lá? – perguntei, revoltado.

– Quando eu peço eles dão. Mas descontam no ordenado, mamãe disse pra eu não pedir.

– E quanto é que você ganha?

Diminuí a marcha, assombrado, quase parei o carro. Ela mencionara uma importância ridícula, uma ninharia, não mais que alguns trocados. Meu impulso era voltar, bater na porta da tal mulher e meter-lhe a mão na cara.

– Como é que você foi parar na casa dessa... foi parar nessa casa? – perguntei ainda, enquanto o carro, ao fim de uma rua do Leblon, se aproximava das vielas da Praia do Pinto. Ela disparou a falar:

– Eu estava na feira com mamãe e então a madame pediu para eu carregar as compras e aí noutro dia pediu a mamãe pra eu trabalhar na casa dela, então mamãe deixou porque mamãe não pode deixar os filhos todos sozinhos e lá em casa é sete meninos fora dois grandes que já são soldados pode parar que é aqui moço, obrigado.

Mal detive o carro, ela abriu a porta e saltou, saiu correndo, perdeu-se logo na escuridão miserável da Praia do Pinto.

(SABINO, Fernando. *A Companheira de Viagem*. Rio de Janeiro. Sabiá, 1972.)

Assinale a alternativa em que ocorra erro de concordância.

(A) Mais de um aluno faltou à aula hoje por motivo injustificável.

(B) Elaboraram-se excelentes projetos para extinguir o trabalho infantil no país.

(C) Estavam silenciosos para sempre, as almas, as vozes e os risos das crianças de rua.

(D) Não se sabem os motivos que levaram a mãe a abandonar aquela criança tão pura.

20. FUNDEP (Gestão de Concursos) - 2024

SAÚDE MENTAL NAS ORGANIZAÇÕES: MAIS DO QUE ESTRATÉGIA, INVESTIMENTO!

A saúde mental é um aspecto crucial do bem-estar global de um indivíduo e desempenha um papel fundamental em sua capacidade de realizar seu trabalho de forma eficaz. Existe atualmente uma grande quantidade de doenças conectadas à saúde mental da população. A ansiedade, por exemplo, atinge cerca de 18,5 milhões de brasileiros, e é responsável por mais de um terço do número total de incapacidades nas Américas.

Segundo relatório da Organização Mundial da Saúde publicado em junho de 2022, quase 1 bilhão de pessoas viviam com transtorno mental em 2019 no mundo. O relatório também aponta que pessoas com condições severas de saúde mental morrem, em média, de 10 a 20 anos mais cedo do que a população em geral, principalmente devido a doenças físicas evitáveis.

KINJO, Alessandra Pinatti. Saúde mental nas organizações: mais do que estratégia, investimento! Hoje em Dia, 23et. 2023. Disponível em: <https://www.hojeemdia.com.br/opiniao/opiniao/saude-mental-nas-organizac-es-mais-do-que-estrategia-investimento-1.980450>. Acesso em: 23 set. 2023. [Fragmento]

Releia o trecho a seguir.

“O relatório também aponta que pessoas com condições severas de saúde mental morrem, em média, de 10 a 20 anos mais cedo do que a população em geral, principalmente devido a doenças físicas evitáveis.”

No trecho em destaque, o uso da preposição se deve a um aspecto de

(A) regência verbal.

(B) regência nominal.

(C) concordância verbal.

(D) concordância nominal.

GABARITO

1	A
2	C
3	B
4	C
5	A
6	B
7	A
8	A
9	E
10	D
11	B
12	D
13	B
14	B
15	C
16	C
17	B
18	A
19	C
20	B

ANOTAÇÕES

LÍNGUA INGLESA - CONTROLE DE TRÁFEGO AÉREO

**GRAMÁTICA: ARTIGOS: DEFINIDO E INDEFINIDO;
SUBSTANTIVOS: GÊNERO, SINGULAR E PLURAL,
COMPOSTO, CONTÁVEL E INCONTÁVEL E FORMA
POSSESSIVA**

O estudo da gramática inglesa é essencial para a compreensão e o uso correto da língua em diferentes contextos. Entre os elementos fundamentais estão os substantivos (nouns), que nomeiam pessoas, lugares, objetos e ideias. Os substantivos apresentam diferentes categorias, incluindo variações de gênero, formas compostas e flexões específicas. Além disso, a construção do vocabulário é enriquecida pelo conhecimento de sinônimos e antônimos, que ajudam a diversificar a comunicação e evitar repetições desnecessárias.

Outro aspecto importante da gramática inglesa são as question tags, estruturas utilizadas para confirmar informações em uma conversa. Além disso, o entendimento de prefixos e sufixos é crucial para expandir o vocabulário e compreender a formação das palavras, permitindo a construção de termos mais complexos a partir de radicais já conhecidos.

Neste estudo, abordaremos detalhadamente cada um desses tópicos, analisando suas características, usos e particularidades na língua inglesa.

Substantivos na Língua Inglesa

Os substantivos (nouns) desempenham um papel central na estrutura das frases, pois são responsáveis por nomear elementos essenciais da comunicação. Eles podem ser classificados de diversas maneiras, como em contáveis e incontáveis, próprios e comuns, concretos e abstratos. Neste estudo, focaremos nas variações de gênero e na formação de substantivos compostos.

Gênero dos Substantivos

Diferentemente do português, em que os substantivos podem ter flexão de gênero marcada por terminações específicas (-o e -a, por exemplo), o inglês não apresenta um sistema de gêneros gramaticais tão explícito. A maioria dos substantivos é neutra, sem distinção de forma para masculino e feminino. No entanto, há algumas formas que indicam gênero, especialmente em palavras relacionadas a profissões, relações familiares e seres vivos.

Substantivos com formas distintas para cada gênero:

Man → Woman (Homem → Mulher)

Father → Mother (Pai → Mãe)

King → Queen (Rei → Rainha)

Actor → Actress (Ator → Atriz – menos usado no inglês moderno, que prefere “actor” para ambos os gêneros.)

Substantivos com o mesmo termo para ambos os gêneros:

Teacher (Professor[a])

Doctor (Médico[a])

Artist (Artista)

Uso de palavras que indicam gênero de forma opcional:

Waiter (garçom) → Waitress (garçonete) (Embora “server” seja mais neutro.)

Steward (comissário de bordo) → Stewardess (comissária de bordo) (Atualmente, usa-se “flight attendant” como termo neutro.)

O inglês moderno tem se afastado da marcação de gênero em muitas profissões e papéis sociais, optando por formas neutras para promover maior inclusão e evitar estereótipos.

Substantivos Compostos (Compound Nouns)

Os substantivos compostos são aqueles formados por duas ou mais palavras combinadas para criar um novo significado. Eles podem ser escritos de três maneiras diferentes:

Palavras separadas: post office (correios), high school (ensino médio), full moon (lua cheia)

Palavras hifenizadas: mother-in-law (sogra), self-esteem (autoestima), check-in (registro de entrada)

Palavras unidas: notebook (caderno), airport (aeroporto), blackboard (quadro-negro)

O significado dos substantivos compostos nem sempre é dedutível a partir das palavras que os formam. Por exemplo, hotdog não significa literalmente “cachorro quente”, mas sim “cachorro-quente” no sentido de um tipo de lanche.

Os substantivos compostos também podem sofrer variação no plural. Quando o segundo elemento é o núcleo do significado, ele recebe a marcação de plural:

Toothbrush → Toothbrushes (Escova de dente → Escovas de dente)

Brother-in-law → Brothers-in-law (Cunhado → Cunhados)

O estudo dos substantivos compostos facilita a expansão do vocabulário e a compreensão de novas palavras sem a necessidade de memorização excessiva.

Existem várias maneiras de classificar os substantivos. Uma delas é se eles são substantivos contáveis (também conhecidos como countable) ou incontáveis (também conhecidos como uncountable). Substantivos contáveis, como o termo sugere, referem-se a itens que podem ser contados.

Observe nos exemplos a seguir as formas singulares e plurais:

- table, tables; (mesa, mesas)
- month, months; (mês, meses)
- pen, pens. (caneta, canetas)

Em geral, um substantivo contável se torna plural adicionando -s no final da palavra. Mas há exceções, como as dos exemplos a seguir:

- man, men; (homem, homens)
- child, children; (criança, crianças)
- goose, geese. (ganso, gansos)

Em contraste, substantivos incontáveis não podem ser contados. Eles têm uma forma singular e não têm plural, ou seja, você não pode adicionar um -s à palavra para torná-la plural, pois geralmente já fala de um conjunto que não se pode contar numericamente. Por exemplo:

- dirt; (sujeira)
- rice; (arroz)
- information; (informação)
- hair. (cabelo)

Alguns substantivos incontáveis são abstratos, como advice (conselho) e knowledge (conhecimento).

- Her jewellery is designed by a well-known celebrity. (Suas joias são desenhadas por uma famosa celebridade.)
- I needed some advice, so I went to see the counsellor. (Eu precisava de alguns conselhos, então fui ver o conselheiro)

Alguns substantivos podem ser contáveis ou incontáveis, dependendo do contexto ou da situação.

- We'll have two coffees. (Nós vamos querer dois cafés) - contável
- I don't like coffee (Eu não gosto de café) – incontável

Você não pode se referir a um substantivo contável singular sozinho. Geralmente é usado precedido por um artigo. Artigos referem-se a artigos indefinidos a, an (um, uma) e o artigo definido the (o, a).

Quando o substantivo contável é mencionado pela primeira vez, você usa um artigo indefinido a (um, uma) para palavras que começam com som de consoante ou an (um, uma) se o substantivo começa com som de vogal. No entanto, quando um substantivo contável é mencionado pela segunda vez, geralmente é precedido pelo artigo definido the.

▪ I saw a (artigo indefinido) cat yesterday. The (artigo definido) cat was grey with black stripes. (Eu vi um gato ontem. O gato era cinza com listras brancas)

Às vezes, quando substantivos incontáveis são tratados como substantivos contáveis, você pode usar o artigo indefinido.

- Please select a wine that you like. (Por favor, selecione um vinho que você gosta.)

O artigo indefinido não é usado com substantivos incontáveis. Em vez disso, o artigo definido the pode ser usado com substantivos incontáveis ao se referir a itens específicos.

▪ I found the luggage that I had lost. I appreciated the honesty of the salesman. (Encontrei a bagagem que havia perdido. Apreciei a honestidade do vendedor.)

Você pode usar the com substantivos contáveis quando existe apenas uma coisa ou pessoa na oração.

- The baby stared at the moon in fascination. (O bebê olhou fascinado para a lua.)
- Please take me to the doctor near the market. I'm not feeling well. (Por favor, leve-me ao médico perto do mercado. Eu não estou me sentindo bem.)

Countable				Uncountable			
							
bun	sandwich	apple	orange	bread	fruit	juice	meat
							
burger	fries	eggs	salad	rice	cereal	jam	milk
							
vegetables	cookies	potatoes		coffee	sugar	flour	olive oil
							
tomato	carrot	hot dog	candies	salt	soup	tea	cottage cheese
							
olives	peanuts	pancakes	onion	pasta	honey	water	cheese
							
watermelon	peas	cherries	grapes	butter	seafood	mustard	

— Possessive case

O caso possessivo mostra propriedade. Com a adição de 's (ou às vezes apenas o apóstrofo), um substantivo pode mudar de uma simples pessoa, lugar ou coisa para uma pessoa, lugar ou coisa que possui algo. Existem algumas maneiras diferentes de formar o possessivo de um substantivo. Discutiremos essas maneiras abaixo.

Se o substantivo não terminar com s, adicione 's ao final do substantivo. Veja os seguintes exemplos:

- This is John and his cat. The cat is John's pet. (Este é John e seu gato. O gato é o animal de estimação de John.)
- This is Anna and her black purse. This is Anna's black purse. (Esta é Anna e sua bolsa preta. Esta é a bolsa preta de Anna.)
- This restroom is for men. This is the men's room. (Este banheiro é para homens. Este é o banheiro masculino.)
- This hospital aisle is for children. This is the children's aisle (Esta ala do hospital é para crianças. Esta é a ala das crianças.)

Adicionamos outro 's para a forma possessiva de um nome que termina com s? O que está correto, Chris's chair ou Chris' chair? James's car ou James' car? Na verdade, as duas formas estão corretas. Se um nome próprio termina com um s, você pode adicionar apenas o apóstrofo ou um apóstrofo e um s. Veja os exemplos abaixo para uma ilustração desse tipo de substantivo possessivo.

- You're sitting in Chris' chair. / You're sitting in Chris's chair.
(Você está sentado na cadeira do Chris)
- Have you seen James' car? / Have you seen James's car?
(Você viu o carro de James?)
- Where is Jess' book bag? / Where is Jess's book bag?
(Onde está a mochila de livros da Jess?)
- I'm in Ms. Jones' class this year. / I'm in Ms. Jones's class this year.
(Estou na turma da Sra. Jones este ano.)

Mas quando você tem um substantivo plural que termina em s, adicione apenas o apóstrofo. Isso também é verdade quando você tem um nome próprio que é plural.

– This is the boys' bedroom. (Este é o quarto dos meninos.)

– My parents' house is a lovely old one. (A casa dos meus pais é linda e antiga.)

– The scissors' handles just snapped off. (Os cabos da tesoura acabaram de se soltar.)

– The Jeffersons' yard is always beautifully landscaped. (O quintal dos Jeffersons sempre tem um belo paisagismo.)

ADJETIVOS: POSIÇÃO, FORMAÇÃO PELO GERÚNDIO E PELO PARTICÍPIO E GRAU DE COMPARAÇÃO

Os adjetivos são palavras que caracterizam os substantivos com o objetivo de expressar o estado, a condição, a qualidade ou o defeito deles. Eles podem possuir diferentes usos dependendo do grau, podendo estabelecer relações comparativas ou superlativas. Curiosamente, em inglês não há variação quanto ao gênero (masculino e feminino) e número (singular e plural), como ocorre na língua portuguesa. Sendo assim, a grande maioria dos adjetivos são usados para qualquer substantivo, seja ele no masculino ou no feminino, no singular ou no plural. Os adjetivos sempre são apresentados antes do substantivo em inglês. Veja a seguir alguns exemplos:

▪ Those lazy boys don't help at home.
(Aqueles meninos preguiçosos não ajudam em casa)

▪ Mary and John adopted three black dogs.
(Mary e John adotaram três cachorros pretos)

▪ Which brownie do you prefer: the small chocolate-chip ones or the big chocolate ones?
(Quais brownies você prefere: os pequenos de pepitas de chocolate ou os grandes de chocolate?)

Conjunção	Exemplo	Tradução
And	<i>She went to the store and bought some fruits.</i>	Ela foi ao mercado e comprou algumas frutas
But	<i>He loved talking but he felt shy.</i>	Ele amava conversar, mas ele se sentiu tímido.
So	<i>Mark was thirsty, so he stopped to drink some water before running.</i>	Mark estava com sede, então ele parou para beber um pouco de água antes de correr.

Although	<i>Although she was tired, she went for a walk</i>	Embora ela estivesse cansada, ela foi caminhar.
Or	<i>Would you rather stay home or go to the mall?</i>	Você prefere ficar em casa ou ir para o shopping?
However	<i>They were willing to start, the rain, however, poured outside.</i>	Eles estavam dispostos a começar, a chuva, porém , caía lá fora.
Therefore	<i>Our class is over, therefore we can discuss it on Monday.</i>	Nossa aula acabou, sendo assim podemos discutir isso na segunda-feira.
Because	<i>He didn't text me because his phone was broken.</i>	Ele não me mandou mensagem porque seu celular estava quebrado.
If	<i>I'll only go if you come with me.</i>	Eu só vou se você for comigo.
Since	<i>Since you're going to the kitchen, could you fetch me some water?</i>	Já que você está indo à cozinha, você poderia me arranjar um pouco de água?

Na língua inglesa, existem duas diferentes classes de adjetivos, cada qual possui sua correta posição diante do substantivo que acompanha segundo seu propósito. São eles os adjetivos formados pelo gerúndio, os quais são palavras terminadas em -ING, e os adjetivos formados pelo particípio, terminadas em -ED.

Os adjetivos formados pelo gerúndio possuem um sentido ativo, o qual indica uma característica ou atributo do substantivo em questão, enquanto os adjetivos formados pelo particípio são marcados por um sentido passivo, o qual indica o sentimento do substantivo diante de algo. Confira alguns exemplos a seguir:

Gerúndio	<i>She was an interesting woman.</i>	Ela era uma mulher interessante
Particípio	<i>She was interested in politics and science</i>	Ela era interessada em política e ciência
Gerúndio	<i>The play is fascinating.</i>	A peça de teatro é fascinante
Particípio	<i>He got fascinated by the actors performance.</i>	Ele ficou fascinado com a atuação dos atores
Gerúndio	<i>Joe's classes are so boring</i>	As aulas do Joe são tão entediantes.
Particípio	<i>I get completely bored during his classes.</i>	Eu fico completamente entediado durante as aulas dele.

Gerúndio	<i>My sister's ticks are annoying.</i>	<i>Os tiques da minha irmã são irritantes.</i>
Particípio	<i>My dad was always annoyed at the noise.</i>	Meu pai estava sempre irritado com o barulho.

Outro uso dos adjetivos em inglês, além do básico objetivo de qualificar substantivos, é fazer comparações. Observe o uso do grau comparativo por meio de adjetivos:

Com o sentido de igualdade ou semelhança na comparação, usa-se as... as na afirmativa, com o adjetivo em questão posto ao meio de ambas as palavras, e na negativa usa-se not as... as ou not so... as. Observe:

- She is as tall as her sister. (Ela é tão alta quanto a sua mãe)
- Singing is as hard as dancing. (Cantar é tão difícil quanto dançar)
- Robert was not as happy as I thought he would be (Robert não estava tão feliz quanto achei que estaria)
- They can not paint as well as him. (Eles não sabem pintar tão bem quanto ele).

Os adjetivos no grau comparativo podem também estabelecer relações de diferença, com palavras como more (mais) ou less (menos), seguidos da preposição than (do que). Observe alguns exemplos.

- Kelly is more impatient than Kim. (Kelly é mais impaciente do que Kim)
- My last job was more interesting than this one. (Meu antigo trabalho era mais interessante que esse)
- This comedian is less funny than my brother. (Esse comediante é menos engraçado que meu irmão)
- We felt less tired than the kids. (Nós nos sentíamos menos cansados do que as crianças)

Quanto às relações de diferença no grau comparativo, no entanto, estabelecem-se regras sobre o uso do intensificador more, seu uso limita-se à adjetivos que possuam mais de duas sílabas, enquanto adjetivos com menos de duas sílabas sofrem alterações em seus sufixos, os quais podem ser terminados em -er ou -ier. Observe:

+ de duas sílabas	<i>intelligent</i>	<i>more intelligent</i>	mais inteligente
+ de duas sílabas	<i>complicated</i>	<i>more complicated</i>	mais complicado
+ de duas sílabas	<i>Beautiful</i>	<i>more beautiful</i>	mais bonito
- de duas sílabas	<i>smart</i>	<i>smarter</i>	mais esperto
- de duas sílabas	<i>fast</i>	<i>faster</i>	mais rápido
- de duas sílabas	<i>easy</i>	<i>easier</i>	mais fácil

Existem também os comparativos irregulares, ou seja, adjetivos que são exceções à regra, como:

- good (bom) — She is better than me in Math (Ela é melhor que eu em matemática)
- bad (ruim) — This dress is worse than the Other. (Esse vestido é pior que o outro)
- far (longe) — Ellen lives farther than I thought. (Ellen mora mais longe do que pensei)
- little (pouco) — We have less money than you. (Nós temos menos dinheiro que vocês)

PRONOMES: PESSOAL DO CASO RETO E DO OBLÍQUO, INDEFINIDOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), RELATIVOS, DEMONSTRATIVOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), POSSESSIVOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), REFLEXIVOS E RELATIVOS; PRONOMES E ADVÉRBIOS INTERROGATIVOS

Os pronomes substituem os substantivos. Um pronome diferente é necessário dependendo de dois elementos: o substantivo que está sendo substituído e a função que o substantivo tem na frase. Em inglês, os pronomes assumem apenas o gênero do substantivo que substituem na 3ª pessoa do singular. Os pronomes de 2ª pessoa do plural são idênticos aos pronomes de 2ª pessoa do singular, exceto pelo pronome reflexivo.

	Pronome sujeito	Pronomes objeto	Adjetivos possessivos (determinantes)	Pronomes possessivos	Pronomes Reflexivos e Intensivos
1st person singular	I	me	my	mine	myself
2nd person singular	you	you	your	yours	yourself
3rd person singular, male	he	him	his	his	himself
3rd person singular, female	she	her	her	hers	herself
3rd person singular, neutral	it	it	its		itself
1st person plural	we	us	our	ours	ourselves
2nd person plural	you	you	your	yours	yourselves
3rd person plural	they	them	their	theirs	themselves

— Pronome sujeito

Os pronomes sujeitos substituem os substantivos que são o sujeito de sua oração. Na 3ª pessoa, os pronomes do sujeito são frequentemente usados para evitar a repetição do nome do sujeito.

— Exemplos:

- I am 22 years old (Eu tenho 22 anos de idade)
- You look tired. (Você parece cansado)
- Pam is upset, and she wants Johnny to apologize. (Pam está chateada e quer que Johnny a peça desculpas)
- This desk is old. It needs to be restored. (Esta escrivaninha é velha. Ela precisa ser restaurada)
- We aren't ready. (Nós não estamos prontos)
- They don't eat hot (Eles não comem cachorro-quente)

— Pronomes objeto

Os pronomes objeto são usados para substituir substantivos que são o objeto direto ou indireto de uma oração.

— Exemplos:

- Pass me the salt. (Passe-me o sal)
- Mom need to talk to you (Mamãe precisa falar com você)
- Jessica is crying because Anna lied to her. (Jessica está chorando porque Anna mentiu para ela)
- Rachel told him yesterday. (Rachel contou para ele ontem)
- Where is my bookmark? I can't find it! (Onde está meu marca-páginas? Não consigo encontra-lo)
- She can't come with us. (Ela não pode vir conosco)

- My kids study here. Have you seen them? (Meus filhos estudam aqui. Você os viu?)
- Adjetivos possessivos (determinantes)

Adjetivos possessivos não são pronomes, mas sim determinantes. É útil aprendê-los ao mesmo tempo que os pronomes, no entanto, porque eles são semelhantes em forma aos pronomes possessivos. Adjetivos possessivos funcionam como adjetivos, então eles aparecem antes do substantivo que eles modificam. Eles não substituem um substantivo como os pronomes.

— Exemplos:

- I love my new dress (Eu amo meu novo vestido)
- We are going to your house (Nós vamos para a sua casa)
- He never shares his ideas. (Ele nunca compartilha suas ideias)
- Her new bike is broken (A nova bicicleta dela está quebrada)
- The cat is White, but its paws are brown. (O gato é branco, mas suas patas são marrons)
- Dad likes to listen to our stories. (Papai gosta de ouvir nossas histórias)
- Did you see their new car? (Você viu o carro novo deles?)

— Pronomes possessivos

Os pronomes possessivos substituem os substantivos possessivos como sujeito ou objeto de uma oração. Como o substantivo que está sendo substituído não aparece na frase, ele deve estar claro no contexto.

- This shirt is mine. (Esta camisa é minha)
- The backpack is not yours. (A mochila não é sua)
- My shoes look like his. (Meus sapatos parecem com os dele)
- The school papers are not hers. (Os papéis da escola não são dela)
- That house is ours. (Aquela casa é nossa)
- Are those boxes theirs? (Essas caixas são deles?)

— Pronomes Reflexivos e Intensivos

Os pronomes reflexivos e intensivos são o mesmo conjunto de palavras, mas têm funções diferentes em uma frase. Os pronomes reflexivos referem-se ao sujeito da oração porque o sujeito da ação também é o objeto direto ou indireto. Apenas certos tipos de verbos podem ser reflexivos. Você não pode remover um pronome reflexivo de uma frase porque a frase restante seria gramaticalmente incorreta.

— Exemplos:

I asked myself if I really wanted to go. (Eu me perguntei se realmente queria ir)
 Did you hurt yourself while playing? (Você se machucou enquanto brincava?)
 He got himself in trouble (Ele se colocou em apuros)
 She saw herself in the mirror. (Ela se viu no espelho)
 The dog loves to lick itself. (O cão ama se lamber)
 We stopped ourselves from fighting (Nós nos impedimos de brigar)
 Annie and Louise can take care of themselves. (Annie e Louise podem tomar conta de si mesmas).

Demonstrative Pronouns

Os pronomes demonstrativos são utilizados para demonstrar alguém ou alguma coisa que está perto ou longe da pessoa que fala ou de quem se fala, ou seja, indica posição em relação às pessoas do discurso.

Veja quais são em inglês:

SINGULAR	PLURAL	SINGULAR	PLURAL
THIS	THESE	THAT	THOSE
Este/esta/isto	Estes/estas	Aquele/aquela/aquilo	Aqueles/aquelas

Usa-se o demonstrativo THIS/THESE para indicar seres que estão perto de quem fala. Observe o emprego dos pronomes demonstrativos nas frases abaixo:

This method will work.
 These methods will work.

O pronome demonstrativo THAT/THOSE é usado para indicar seres que estão distantes da pessoa que fala. Observe:

That computer technology is one of the most fundamental disciplines of engineering.

Those computers technology are the most fundamental disciplines of engineering.

PRONOMES INDEFINIDOS (SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS)

Os pronomes indefinidos (indefinite pronouns) são palavras que se referem a pessoas, objetos ou quantidades de maneira vaga ou imprecisa, sem especificar exatamente a quem ou a que se referem. Eles podem desempenhar a função de substantivo (substituindo um nome) ou de adjetivo (acompanhando um substantivo e modificando-o).

No inglês, os pronomes indefinidos são divididos em diferentes grupos de acordo com seu significado e uso. Entre os principais grupos, temos:

- Pronomes indefinidos substantivos (quando funcionam como o núcleo da oração).
- Pronomes indefinidos adjetivos (quando acompanham um substantivo, dando-lhe uma característica indefinida).

Compreender esses pronomes é essencial para a fluência no inglês, pois eles aparecem frequentemente em frases afirmativas, negativas e interrogativas. Vamos analisar cada um em detalhes.

► Pronomes Indefinidos Substantivos

Os pronomes indefinidos substantivos substituem um substantivo, sem especificar a identidade exata da pessoa, objeto ou quantidade mencionada.

Exemplos de Uso:

Pessoas:

- Someone is waiting for you. (Alguém está esperando por você.)
- Does anyone know the answer? (Alguém sabe a resposta?)
- Nobody came to the meeting. (Ninguém veio à reunião.)
- Everybody enjoyed the concert. (Todos gostaram do show.)

Coisas:

- I have something to tell you. (Eu tenho algo para te contar.)
- Do you need anything? (Você precisa de alguma coisa?)
- Nothing is impossible. (Nada é impossível.)
- Everything is ready for the trip. (Tudo está pronto para a viagem.)

Pronome	Tradução	Uso
Someone / Somebody	Alguém	Referência indefinida a uma pessoa em frases afirmativas
Anyone / Anybody	Alguém / Ninguém / Qualquer um	Pode ser usado em frases afirmativas, negativas e interrogativas
No one / Nobody	Ninguém	Forma negativa para indicar ausência de pessoas
Everyone / Everybody	Todos	Refere-se a todas as pessoas de um grupo
Something	Algo / Alguma coisa	Referência indefinida a um objeto ou fato em frases afirmativas
Anything	Algo / Nada / Qualquer coisa	Uso variável conforme o contexto
Nothing	Nada	Forma negativa absoluta para indicar ausência de objetos ou fatos
Everything	Tudo	Refere-se a todas as coisas de um grupo

Observações Importantes:

Os pronomes indefinidos no negativo (“nobody”, “nothing”, “no one”) já carregam uma ideia negativa, então não usamos “not” na frase.

- Errado: I don't know nothing.
- Correto: I don't know anything. / I know nothing.

“Some-” é geralmente usado em frases afirmativas.

“Any-” aparece em perguntas e frases negativas.

“No-” indica ausência total, sem precisar do “not”.

► **Pronomes Indefinidos Adjetivos**

Os pronomes indefinidos adjetivos acompanham um substantivo e modificam-no, dando-lhe uma característica indefinida.

Tabela de Pronomes Indefinidos Adjetivos:

Pronome	Tradução	Uso
Some	Algum / Alguns / Algumas	Usado em frases afirmativas
Any	Algum / Nenhum / Qualquer	Usado em frases negativas e interrogativas
No	Nenhum	Forma negativa absoluta
Every	Todo / Cada	Indica totalidade

Exemplos de Uso:

Some (em frases afirmativas):

- I bought some apples. (Comprei algumas maçãs.)
- She needs some help. (Ela precisa de alguma ajuda.)

Any (em frases negativas e interrogativas):

- Do you have any questions? (Você tem alguma dúvida?)
- I do not have any money. (Eu não tenho nenhum dinheiro.)

No (em frases afirmativas com sentido negativo):

- There is no water in the bottle. (Não há água na garrafa.)
- No student failed the exam. (Nenhum aluno reprovou no exame.)

Every (para indicar totalidade):

- Every child needs love. (Toda criança precisa de amor.)
- I go to the gym every day. (Eu vou à academia todos os dias.)

Observações Importantes:

“Some” é normalmente usado em frases afirmativas, mas pode aparecer em perguntas quando oferecemos ou pedimos algo de maneira educada.

- Would you like some coffee? (Você gostaria de um pouco de café?)
- Can I have some sugar? (Posso pegar um pouco de açúcar?)

“Any” aparece em perguntas e negativas, mas também pode significar “qualquer” em frases afirmativas.

- You can take any book you want. (Você pode pegar qualquer livro que quiser.)

“No” já carrega um significado negativo, então a frase não precisa de “not”.

- Errado: I don't have no time.
- Correto: I don't have any time. / I have no time.

Diferença entre Pronomes Substantivos e Adjetivos:

Tipo	Exemplo	Explicação
Substantivo	Somebody called you.	"Somebody" substitui um substantivo (alguém).
Adjetivo	Some people called you.	"Some" modifica "people" (algumas pessoas).
Substantivo	I have nothing to do.	"Nothing" substitui um substantivo (nada).
Adjetivo	I have no idea.	"No" modifica "idea" (nenhuma ideia).

Os pronomes indefinidos são essenciais para expressar quantidades e referências indefinidas em inglês. Eles podem ser usados como substantivos ou como adjetivos, dependendo da estrutura da frase.

Para usá-los corretamente, lembre-se:

- Some é mais comum em afirmações e pedidos educados.
- Any aparece em perguntas e negativas.
- No forma negativas absolutas sem precisar do "not".
- Every indica totalidade e universalidade.

O uso adequado dos pronomes indefinidos facilita a comunicação e ajuda a expressar ideias de forma clara e objetiva.

PRONOMES RELATIVOS

Os pronomes relativos (relative pronouns) são usados para conectar uma oração principal a uma oração subordinada adjetiva, fornecendo mais informações sobre um substantivo sem a necessidade de iniciar uma nova frase.

Esses pronomes ajudam a criar sentenças mais fluidas e coesas, evitando repetições desnecessárias.

Os principais pronomes relativos em inglês são:

- Who: Refere-se a pessoas (sujeito).
- Whom: Refere-se a pessoas (objeto, formal).
- Which: Refere-se a coisas e animais.
- That: Refere-se a pessoas, coisas e animais.
- Whose: Indica posse.
- Where, When e Why: São considerados pronomes relativos em alguns contextos.

Compreender o uso correto desses pronomes é fundamental para a construção de frases mais elaboradas e precisas no inglês.

► Pronomes Relativos Principais

Who e Whom (Pessoas):

Who – Sujeito da oração relativa:

O pronome who substitui pessoas e tem a função de sujeito na oração subordinada.

Exemplos:

The teacher who explained the lesson is very patient.

(O professor que explicou a lição é muito paciente.)

She is the woman who won the competition.

(Ela é a mulher que venceu a competição.)

Whom – Objeto da oração relativa (uso formal):

O pronome whom também se refere a pessoas, mas é usado como objeto direto ou indireto, sendo mais comum em contextos formais.

Exemplos:

The man whom you met yesterday is my uncle.

(O homem que você conheceu ontem é meu tio.)

This is the doctor whom I recommend.

(Este é o médico que eu recomendo.)

Observação: Uso moderno de “whom”:

No inglês falado e informal, whom é frequentemente substituído por who. Assim, muitas vezes ouvimos:

The man who you met yesterday is my uncle.

This is the doctor who I recommend.

O uso de whom ainda é comum após preposições em construções formais:

To whom it may concern. (A quem possa interessar.)

The person with whom I traveled was very kind. (A pessoa com quem eu viajei foi muito gentil.)

► Which (Coisas e Animais)

O pronome which refere-se a coisas e animais e pode ser usado como sujeito ou objeto da oração relativa.

Exemplos:

The book which I borrowed is very interesting. (O livro que eu peguei emprestado é muito interessante.)

This is the house which was built in 1900. (Esta é a casa que foi construída em 1900.)

That (Pessoas, Coisas e Animais):

O pronome that pode substituir who, whom ou which em muitas frases, tornando-se uma opção mais informal e comum no inglês falado.

Exemplos:

The man that called you is my brother. (O homem que te ligou é meu irmão.)

The movie that we watched was amazing. (O filme que assistimos foi incrível.)

The dog that lives next door is very friendly. (O cachorro que mora ao lado é muito amigável.)

Quando usar “that” em vez de “which” ou “who”?:

▪ “That” é mais comum em frases defining relative clauses (orações essenciais para o significado da frase).

▪ “Which” é preferível em non-defining relative clauses (orações que adicionam informações extras, separadas por vírgulas).

Exemplo de diferença:

▪ The book that I borrowed is very interesting. (O livro que eu peguei emprestado é muito interessante.) → Essencial para entender qual livro.

▪ This book, which I borrowed from the library, is very interesting. (Este livro, que eu peguei emprestado da biblioteca, é muito interessante.) → Informação extra, com vírgulas.

► Whose (Indica posse)

O pronome whose equivale a “cujo / cuja” em português e indica posse.

Exemplos:

▪ She is the girl whose mother is a doctor. (Ela é a garota cuja mãe é médica.)

▪ I have a friend whose car is red. (Eu tenho um amigo cujo carro é vermelho.)

▪ This is the house whose windows are broken. (Esta é a casa cujas janelas estão quebradas.)

► Pronomes Relativos em Questões Específicas

Além dos pronomes tradicionais, alguns advérbios interrogativos também podem ser usados como pronomes relativos para indicar lugar, tempo e motivo.

Where (Lugar):

Refere-se a um lugar e pode substituir “in which” ou “at which”.

Exemplos:

This is the city where I was born. (Esta é a cidade onde eu nasci.)

The hotel where we stayed was very expensive. (O hotel onde ficamos era muito caro.)

When (Tempo):

Refere-se a um momento no tempo e pode substituir “in which”.

Exemplos:

I remember the day when we met. (Eu me lembro do dia em que nos conhecemos.)

This was the year when everything changed. (Este foi o ano em que tudo mudou.)

Why (Razão, Motivo):

Refere-se a um motivo e pode substituir “for which”.

Exemplos:

This is the reason why I left. (Esta é a razão pela qual eu fui embora.)

I don't understand the reason why he is so angry. (Eu não entendo a razão pela qual ele está tão bravo.)

► Resumo do Uso dos Pronomes Relativos

PRONOME	REFERE-SE A	FUNÇÃO	EXEMPLO
WHO	Pessoas	Sujeito	The teacher who helped me is kind.
WHOM	Pessoas	Objeto	The man whom you met is my uncle.
WHICH	Coisas e animais	Sujeito ou objeto	The car which I bought is red.
THAT	Pessoas, coisas e animais	Sujeito ou objeto	The book that you lent me is great.
WHOSE	Pessoas, coisas (posse)	Posse	The boy whose father is a doctor is my friend.
WHERE	Lugares	Localização	The city where I live is beautiful.
WHEN	Tempo	Momento específico	I remember the day when we met.
WHY	Razões, motivos	Justificativa	This is the reason why I left.

Os pronomes relativos são fundamentais para conectar orações e tornar a comunicação mais fluida e clara. Eles ajudam a evitar repetições desnecessárias e contribuem para a precisão da informação transmitida.

Para usá-los corretamente, lembre-se:

- Who e whom referem-se a pessoas.
- Which refere-se a objetos e animais.
- That pode substituir “who” e “which” em contextos específicos.
- Whose indica posse.
- Where, when e why são usados para indicar lugar, tempo e motivo.

O domínio desses pronomes permitirá a construção de frases mais elaboradas e naturais no inglês.

PRONOMES E ADVÉRBIOS INTERROGATIVOS

Os pronomes e advérbios interrogativos são palavras utilizadas para fazer perguntas diretas ou indiretas no inglês. Eles desempenham um papel fundamental na formulação de questões e na obtenção de informações específicas.

Os pronomes interrogativos (interrogative pronouns) substituem um substantivo em uma pergunta, enquanto os advérbios interrogativos (interrogative adverbs) modificam o verbo, adicionando informações sobre tempo, lugar, motivo ou maneira.

- Principais pronomes e advérbios interrogativos
- Pronomes interrogativos: Who, Whom, What, Which, Whose
- Advérbios interrogativos: Where, When, Why, How

Cada um deles possui um uso específico, que veremos detalhadamente a seguir.

► Pronomes Interrogativos (Interrogative Pronouns)

Os pronomes interrogativos substituem um substantivo dentro de uma pergunta e são utilizados para perguntar sobre pessoas, coisas ou posse.

Tabela de Pronomes Interrogativos

PRONOME	TRADUÇÃO	USO	EXEMPLO
WHO	Quem	Sujeito da oração	Who is calling?(Quem está ligando?)
WHOM	Quem	Objeto (uso formal)	Whom did you see?(Quem você viu?)
WHAT	O que / Qual	Perguntas gerais sobre coisas	What is your name?(Qual é o seu nome?)
WHICH	Qual	Escolha entre opções limitadas	Which book do you prefer?(Qual livro você prefere?)
WHOSE	De quem	Indica posse	Whose jacket is this?(De quem é essa jaqueta?)

Explicação e Exemplos:

Who – Para perguntar sobre pessoas (Sujeito da oração):

O pronome **who** é usado quando a pergunta refere-se ao sujeito da frase.

Exemplos:

- **Who is knocking at the door?** (Quem está batendo na porta?)
- **Who wants to go to the beach?** (Quem quer ir à praia?)

Whom – Para perguntar sobre pessoas (Objeto da oração, formal):

O pronome **whom** é usado quando a pergunta refere-se ao objeto da frase, ou seja, a pessoa que recebe a ação.

Exemplos:

- **Whom did you invite?** (Quem você convidou?)
- **To whom should I address this letter?** (Para quem devo endereçar esta carta?)

▪ Nota: No inglês falado, “**whom**” é frequentemente substituído por “**who**”:

- **Who did you invite?** (Quem você convidou?)

What – Para perguntar sobre coisas (Uso geral):

Usamos **what** para perguntar sobre coisas de forma geral, sem opções limitadas.

Exemplos:

- **What is your favorite color?** (Qual é a sua cor favorita?)
- **What happened?** (O que aconteceu?)

Which – Para perguntar sobre coisas (Escolha entre opções limitadas):

O pronome **which** é usado quando há um número limitado de opções.

Exemplos:

- **Which dress should I wear?** (Qual vestido eu devo usar?)
- **Which team do you support?** (Qual time você torce?)

Whose – Para perguntar sobre posse:

Usamos **whose** para perguntar de quem algo pertence.

Exemplos:

- **Whose car is this?** (De quem é este carro?)
- **Whose book is on the table?** (De quem é o livro que está na mesa?)

► **Advérbios Interrogativos (Interrogative Adverbs)**

Os advérbios interrogativos modificam o verbo da oração e são usados para perguntar sobre lugar, tempo, motivo e maneira.

Tabela de Advérbios Interrogativos:

ADVÉRBIO	TRADUÇÃO	USO	EXEMPLO
WHERE	Onde	Perguntas sobre lugar	Where do you live?(Onde você mora?)
WHEN	Quando	Perguntas sobre tempo	When is your birthday?(Quando é seu aniversário?)
WHY	Por que	Perguntas sobre motivo	Why are you late?(Por que você está atrasado?)
HOW	Como	Perguntas sobre modo	How do you study English?(Como você estuda inglês?)

Explicação e Exemplos:

Where – Para perguntar sobre lugar:

Usamos where para perguntar sobre localização ou direção.

Exemplos:

- Where do you work? (Onde você trabalha?)
- Where is the nearest hospital? (Onde fica o hospital mais próximo?)

When – Para perguntar sobre tempo:

Usamos when para perguntar sobre tempo, datas ou períodos específicos.

Exemplos:

- When is the meeting? (Quando é a reunião?)
- When did you arrive? (Quando você chegou?)

Why – Para perguntar sobre motivo ou razão:

Usamos why para perguntar a razão ou o motivo de algo.

Exemplos:

- Why are you crying? (Por que você está chorando?)
- Why did you leave early? (Por que você saiu cedo?)

Resposta comum a perguntas com “why”:

- Because... (Porque...)
- Why are you late? → Because I missed the bus.

How – Para perguntar sobre maneira ou estado:

O advérbio how é usado para perguntar como algo é feito ou o estado de algo/alguém.

Exemplos:

- How do you cook pasta? (Como você cozinha macarrão?)
- How are you? (Como você está?)

Expressões com “How”

EXPRESSÃO	TRADUÇÃO	EXEMPLO
HOW MUCH	Quanto (incontáveis)	How much money do you have?(Quanto dinheiro você tem?)
HOW MANY	Quantos (contáveis)	How many books do you have?(Quantos livros você tem?)
HOW FAR	Quão longe	How far is your house?(Quão longe é sua casa?)
HOW OLD	Qual idade	How old are you?(Quantos anos você tem?)
HOW LONG	Por quanto tempo	How long does it take?(Quanto tempo leva?)

HOW OFTEN	Com que frequência	How often do you exercise?(Com que frequência você se exercita?)

► Resumo dos Pronomes e Advérbios Interrogativos

TIPO	PALAVRA	USO	EXEMPLO
Pronome	Who	Pessoas (sujeito)	Who is calling?
Pronome	Whom	Pessoas (objeto, formal)	Whom did you meet?
Pronome	What	Coisas (uso geral)	What is your name?
Pronome	Which	Escolha entre opções	Which dress do you prefer?
Pronome	Whose	Indica posse	Whose phone is this?
Advérbio	Where	Lugar	Where do you live?
Advérbio	When	Tempo	When is your birthday?
Advérbio	Why	Motivo	Why are you sad?
Advérbio	How	Modo	How do you study?

Os pronomes e advérbios interrogativos são essenciais para a formulação de perguntas em inglês. Cada um possui uma função específica, ajudando a obter informações sobre pessoas, coisas, posse, lugar, tempo, motivo e maneira.

A prática contínua desses elementos facilita a compreensão e a comunicação, tornando as interações em inglês mais naturais e precisas.

DETERMINANTES (DETERMINERS: ALL, MOST, NO, NONE, EITHER, NEITHER, BOTH, ETC.)

Os determinantes (determiners) são palavras que antecedem os substantivos para especificar quantidade, posse, identidade ou abrangência. Eles desempenham um papel fundamental na construção das frases, pois ajudam a definir com maior precisão o que está sendo referido.

Dentre os diversos tipos de determinantes na língua inglesa, destacam-se aqueles que indicam totalidade, exclusão, dualidade e alternativas, como all, most, no, none, either, neither e both. Essas palavras são essenciais para a comunicação fluida e clara, pois permitem expressar relações quantitativas e qualitativas entre os elementos da frase.

Neste estudo, analisaremos o significado e o uso correto desses determinantes, explicando suas funções e fornecendo exemplos para facilitar a compreensão.

DETERMINANTES DE TOTALIDADE E PARCIALIDADE

All – Todo, Todos, Tudo

O determinante “all” é usado para se referir à totalidade de um grupo ou conjunto. Ele pode ser empregado com substantivos contáveis e incontáveis, além de pronomes e artigos definidos.

All students must take the test. (Todos os alunos devem fazer a prova.)

She ate all the cake. (Ela comeu todo o bolo.)

All of them were excited. (Todos eles estavam animados.)

Quando usado antes de pronomes ou substantivos precedidos por artigos, o formato “all of” é o mais comum:

All of the books are on the table. (Todos os livros estão na mesa.)

Most – A Maioria, A Maior Parte

O determinante “most” indica a maior parte de algo, mas não a totalidade. Ele pode ser usado sozinho ou acompanhado da estrutura “most of”.

Most people like chocolate. (A maioria das pessoas gosta de chocolate.)

Most of the students passed the exam. (A maioria dos alunos passou na prova.)

Most water sources are clean. (A maior parte das fontes de água é limpa.)

O uso de “most of” é necessário quando se refere a um grupo específico.

DETERMINANTES DE EXCLUSÃO

No – Nenhum, Nada

O determinante “no” é utilizado para indicar total ausência de algo. Diferente de “not”, que nega verbos, “no” atua diretamente sobre substantivos.

No students were present. (Nenhum aluno estava presente.)

There is no sugar in the kitchen. (Não há açúcar na cozinha.)

She has no idea what happened. (Ela não tem ideia do que aconteceu.)

None – Nenhum, Nada (sem substantivo)

“None” tem um significado semelhante ao de “no”, mas funciona como pronome, substituindo um substantivo já mencionado.

How many books do you have? – None. (Quantos livros você tem? Nenhum.)

None of the students passed the test. (Nenhum dos alunos passou na prova.)

I wanted some coffee, but there was none left. (Eu queria um pouco de café, mas não sobrou nenhum.)

A estrutura “none of” é usada quando nos referimos a um grupo específico.

Determinantes de Alternativa e Dualidade

Either – Qualquer Um (de Dois), Ambos (em Contextos Negativos)

O determinante “either” refere-se a um ou outro de dois elementos. Pode ser usado com substantivos no singular.

You can take either road. (Você pode pegar qualquer uma das estradas.)

Either option is fine. (Qualquer uma das opções está boa.)

Na forma negativa, “either” pode significar “nenhum dos dois”, normalmente acompanhado de “not”:

I don't like either movie. (Não gosto de nenhum dos dois filmes.)

Neither – Nenhum dos Dois

“Neither” é usado para indicar que nenhuma das duas opções é válida. Diferente de “either”, ele já traz uma ideia negativa e, por isso, não é usado com “not”.

Neither book is interesting. (Nenhum dos dois livros é interessante.)

Neither of them wanted to go. (Nenhum dos dois queria ir.)

A estrutura “neither of” é usada quando se refere a um grupo específico.

Both – Ambos, Os Dois

O determinante “both” refere-se a dois elementos juntos, sendo usado com substantivos no plural.

Both students passed the exam. (Ambos os alunos passaram na prova.)

Both options are great. (Ambas as opções são ótimas.)

I like both of them. (Eu gosto dos dois.)

A estrutura “both of” é comum antes de pronomes ou substantivos específicos.

Diferença entre “Either”, “Neither” e “Both”

Esses três determinantes causam confusão porque todos se referem a dois elementos.

Determinante	Significado	Exemplo
Both	Os dois	Both books are interesting (Os dois livros são interessantes.)
Either	Qualquer um dos dois	You can take either road. (Você pode pegar qualquer uma das estradas.)
Neither	Nenhum dos dois	Neither option is good. (Nenhuma das opções é boa.)

Os determinantes são elementos essenciais da gramática inglesa, pois ajudam a definir a abrangência, quantidade e especificidade de um substantivo. All e most indicam totalidade ou maioria, no e none expressam ausência, enquanto either, neither e both são fundamentais para lidar com escolhas e dualidade.

O domínio desses determinantes facilita a construção de frases mais claras e precisas, permitindo que o falante ou escritor expresse ideias com maior fluidez e coerência. Praticar seu uso em diferentes contextos é essencial para incorporá-los naturalmente ao vocabulário e evitar ambiguidades na comunicação.

QUANTIFICADORES (QUANTIFIERS: A LOT, A FEW, A LITTLE, ETC.)

Quantificadores

Quantificadores são palavras ou expressões que precedem os substantivos para indicar a quantidade ou proporção de um nome. Eles são fundamentais para fornecer contexto quantitativo, que pode afetar diretamente o sentido de uma frase. Esses modificadores são particularmente importantes em inglês porque ajudam a especificar se um substantivo é contável ou incontável.

Os quantificadores podem ser agrupados em várias categorias, cada uma adequada para diferentes tipos de substantivos (contáveis e incontáveis) e diferentes quantidades.

Quantificadores de Quantidade Exata

Estes são usados quando a quantidade exata de um item é conhecida e relevante para a comunicação.

- Números (one, two, three, etc.)
- “She has three cats.” (Ela tem três gatos.)

Quantificadores de Quantidade Inexata

Estes são usados quando a quantidade exata não é conhecida ou não é relevante, ou quando se quer expressar uma quantidade aproximada.

Para substantivos contáveis:

- “Few,” “a few,” “several,” “many”
- “Few people have that kind of opportunity.” (Poucas pessoas têm esse tipo de oportunidade.)
- “I’ve read several books this month.” (Eu li vários livros este mês.)

Para substantivos incontáveis:

- “Little,” “a little,” “much”
- “There is little hope of success.” (Há pouca esperança de sucesso.)
- “She has much wisdom to share.” (Ela tem muita sabedoria para compartilhar.)

Quantificadores Universais

Estes expressam a totalidade ou a ausência completa de um item.

- “All,” “none,” “every,” “no”
- “All the cookies were eaten.” (Todos os cookies foram comidos.)
- “No decision has been made yet.” (Nenhuma decisão foi tomada ainda.)

Quantificadores Proporcionais

Estes indicam uma parte de um grupo ou quantidade.

- “Some,” “most,” “enough,” “plenty”
- “Some students prefer to study at night.” (Alguns alunos preferem estudar à noite.)
- “She has enough money to buy a new car.” (Ela tem dinheiro suficiente para comprar um carro novo.)

Regras de Uso dos Quantificadores

Concordância com Substantivos Contáveis e Incontáveis:

– Quantificadores como “few” e “many” são usados com substantivos contáveis, enquanto “little” e “much” são usados com incontáveis.

– “Several” pode ser usado apenas com substantivos contáveis para indicar um número maior que dois e menor que muitos, enquanto “some” e “any” podem ser usados com ambos os tipos.

Posicionamento na Frase

Os quantificadores geralmente precedem o substantivo ou a frase nominal que eles modificam. No entanto, quando usados para ênfase ou em respostas curtas, podem aparecer no final da frase.

– “There is some.” (Há um pouco.)

Os quantificadores são elementos cruciais na língua inglesa, proporcionando nuances essenciais na expressão de quantidades. Dominar seu uso não apenas enriquece a comunicação, mas também aumenta a precisão e a clareza ao transmitir informações quantitativas. A prática contínua e a familiarização com essas regras e tipos ajudarão qualquer estudante de inglês a usar quantificadores de maneira eficaz e confiante.

ADVÉRBIOS: FORMAÇÃO, TIPOS E USO

Na língua inglesa, os advérbios possuem o mesmo propósito dos adjetivos, qualificar um objeto, mas diferem-se deles pois confere qualidade a um verbo em vez a um substantivo. As características que os advérbios podem conferir aos verbos podem ser de modo, tempo, lugar, frequência ou intensidade. Em uma oração, os advérbios vêm logo depois do verbo principal da frase. geralmente costumam aparecer na frase logo após os verbos principais. Confira a seguir os diferentes tipos de advérbio e sua formação:

— Advérbio de modo

Formados a partir de adjetivos acrescidos do sufixo -ly, em português são as palavras terminadas em -mente. Veja os exemplos:

- The doctor carefully examined the patient. (O médico examinou o paciente cuidadosamente)
- He walked slowly to the door. (Ele andou varadamente até a porta)
- Gaby was getting nervous quickly. (Gaby estava ficando nervosa rapidamente)
- I did that intentionally. (Eu o fiz intencionalmente)

— Advérbio de tempo

Os advérbios de tempo são palavras que indicam o momento em que a ação ocorre, palavras como today (hoje), tonight (hoje à noite), yesterday (ontem), Early (cedo), late (tarde), after (depois), before (antes), now (agora), lately (ultimamente), entre outros. Veja a seguir:

▪ She soon began to worry (Ela rapidamente começou a se preocupar)

▪ We went to the movies after dinner (Nós fomos ao cinema depois do jantar)

▪ He already knows the big news. (Ele já sabe da grande notícia)

▪ Walter is not coming to the party tomorrow. (Walter não vai à festa amanhã)

— Advérbio de lugar

Os advérbios de lugar são palavras que indicam o local em que a ação ocorre, palavras como here (aqui), there (lá), somewhere (em algum lugar), near (perto), far (longe), right (direita), left (esquerda), above (acima), below (abaixo), entre outras. Confira alguns exemplos:

▪ She left the book under her desk. (Ela deixou seu livro debaixo da mesa)

▪ The Johnsons live close to the mall. (Os Johnsons moram perto do shopping)

▪ Brad found the keys on the counter. (Brad encontrou as chaves no balcão)

▪ We'll be there in half an hour. (Nós estaremos lá em meia hora)

— Advérbio de frequência

Os advérbios de frequência são palavras que indicam a frequência em que a ação ocorre, palavras como regularly (regularmente), often (frequentemente), hardly ever (raramente), never (nunca), sometimes (às vezes), every other day (dia sim, dia não), usually (geralmente), once (uma vez), twice (duas vezes), entre outras. Confira:

▪ Tom and I rarely speak to each other. (Tom e eu raramente nos falamos)

▪ I usually work out in the morning. (Eu geralmente me exercito de manhã)

▪ They have never eaten frozen food. (Eles nunca comeram comida congelada)

▪ Hannah sometimes gives me a ride. (Hannah às vezes me dá uma carona)

— Advérbio de intensidade

Os advérbios de intensidade são palavras que indicam a intensidade em que a ação ocorre, palavras como very (muito), a few (um pouco), so (muito), kind of (mais ou menos), almost (quase), completely (completamente), nearly (quase) etc. Veja a seguir.

▪ Your mom was so worried about you. (Sua mãe estava tão preocupada contigo)

▪ She almost got fired. (Ela quase foi demitida)

▪ My dad nearly had a heart attack. (Meu pai quase teve um infarto)

▪ Veronica was sort of quiet yesterday. (Veronica estava um pouco quieta ontem)

Os advérbios de quantidade, por sua vez, são formados pelos próprios numerais, cardinais e ordinais, da língua inglesa, mas também por outras palavras quantificadoras, como many (muitos), much (muito), few (pouco, poucos), a ton (um monte de), a lot of (muitos), one (um), two (dois), three (três), first (primeiro), second (segundo), third (terceiro), both (ambos), etc. Observe os exemplos:

- She had two beautiful dogs. (Ela tinha dois lindos cachorros)
- This recipe requires many potatoes. (Essa receita requer muitas batatas)
- We don't have much time to talk now. (Nós não temos muito tempo para conversar agora)
- Kevin came in third in the competition. (Kevin ganhou em primeiro lugar na competição.)

Veja alguns dos principais advérbios da língua inglesa e seus exemplos:

Shortly	<i>We'll be with you shortly.</i>	Estaremos com vocês brevemente.
Immediately	<i>Put your coat on immediately.</i>	Coloque seu casaco imediatamente.
Soon	<i>The doctor will be here soon.</i>	O médico estará aqui em breve.
Lately	<i>Why is she so upset lately?</i>	Por que ela está tão chateada ultimamente?
Now	<i>Let's go now.</i>	Vamos agora.
Slowly	<i>He kissed me slowly</i>	Ele me beijou vagorosamente.
Carefully	<i>You need to lift it carefully</i>	Você precisa levantá-lo cuidadosamente.
Gladly	<i>They gladly received our gift.</i>	Eles alegremente receberam nosso presente.
Beautifully	<i>He plays the cello beautifully</i>	Ele toca o violoncelo lindamente.
Quickly	<i>I'll try to finish it quickly.</i>	Tentarei terminar rapidamente.
There	<i>Did you see them there?</i>	Você os viu lá?
Wherever	<i>We can go wherever you want</i>	Nós podemos ir a qualquer lugar que você quiser.
Behind	<i>The shoes were behind the door.</i>	Os sapatos estavam atrás da porta
Further	<i>He can't be further from the truth.</i>	Ele não podia estar mais longe da verdade.
Near	<i>There's a excellent pizza place near here.</i>	Há uma ótima pizzaria perto daqui.
Surely	<i>She surely knows how to dance.</i>	Ela certamente sabe dançar.

Indeed	<i>They indeed hate you.</i>	Eles de fato te odeiam.
Certainly	<i>John certainly didn't mean no harm.</i>	John certamente não quis fazer mal algum.
Evidently	<i>The kids evidently love their parents.</i>	As crianças evidentemente amam seus pais.
Obviously	<i>He obviously loves you.</i>	Ele obviamente te ama.
No	<i>No, we can't.</i>	Não, nós não podemos.
Not	<i>He is not the guy for you.</i>	Ele não é cara para você.
First	<i>You said it first!</i>	Você disse primeiro!
Secondly	<i>And, secondly, I'm really bad at making friends.</i>	E, em segundo lugar, eu sou ruim em fazer amigos.
Thirdly	<i>Thirdly, they didn't even understand what I said.</i>	Em terceiro lugar, eles nem mesmo entenderam o que eu disse.
Lastly	<i>Lastly, they played my favorite song.</i>	Por último, eles tocaram minha música favorita.
Maybe	<i>Maybe she doesn't like cats.</i>	Talvez ela não goste de gatos.
Possibly	<i>Anna possibly speaks Chinese.</i>	Anna possivelmente fala chinês.
Perhaps	<i>Perhaps I should be studying math.</i>	Talvez eu deva estudar matemática.
Probably	<i>They probably had too much to drink.</i>	Eles provavelmente beberam demais.
Strongly	<i>She strongly agrees with them.</i>	Ela concorda veementemente com eles.
Barely	<i>They barely talked to me.</i>	Eles mal falaram comigo.
Exactly	<i>He knew exactly what I wanted.</i>	Ele sabia exatamente o que eu queria.
Nearly	<i>My parents gave me nearly enough money to travel.</i>	Meus pais me deram dinheiro quase o suficiente para eu viajar.
Quite	<i>I'm not quite sure.</i>	Eu não tenho completa certeza.
Rarely	<i>He rarely calls.</i>	Ele raramente liga.
Never	<i>Mom never says how much she cares.</i>	Mamãe nunca diz o quanto ela se importa.
Usually	<i>I usually wake up at 7.</i>	Eu geralmente me levanto às 7.

Often	<i>Ian often visits his grandparents.</i>	Ian frequentemente visita seus avós.
Always	<i>She's always so clever</i>	Ela é sempre tão esperta.
When	<i>When is she coming</i>	Quando ela vem?
Where	<i>Did you see where she went?</i>	Você viu onde ela foi?
How	<i>How much do you feed your dog?</i>	Quanto você alimenta o seu cachorro?
Why	<i>Why didn't they come?</i>	Por que eles não vieram?

NUMERAIS

Numerais são palavras ou grupos de palavras que denotam números. Eles são essenciais em qualquer língua, pois permitem quantificar, ordenar, identificar e realizar operações matemáticas. No inglês, os numerais são classificados em várias categorias, cada uma com regras e usos específicos.

Numerais Cardinais

Numerais cardinais são os mais básicos e comuns. Eles indicam quantidade ou contagem, como “one” (um), “two” (dois), “three” (três), etc. São usados em várias situações, como contar objetos, mencionar datas em anos e realizar operações matemáticas.

Exemplo:

- “She has three brothers.” (Ela tem três irmãos.)

Formação dos Numerais Cardinais

Os numerais cardinais são formados de maneira relativamente simples até o número vinte, e a partir daí seguem padrões regulares:

- De um a vinte: one, two, three, ..., twenty
- Dezenas: thirty, forty, fifty, ..., ninety
- Centenas, milhares: hundred, thousand, million, billion

A combinação dessas palavras forma números maiores:

- 21: twenty-one
- 105: one hundred and five
- 2,019: two thousand and nineteen

Numerais Ordinais

Numerais ordinais são utilizados para mostrar a ordem ou a posição em uma sequência, como “first” (primeiro), “second” (segundo), “third” (terceiro), etc. São comumente usados em listas, colocação em competições, andares de edifícios e em datas.

Exemplo:

- “He finished in second place.” (Ele terminou em segundo lugar.)

Formação dos Numerais Ordinais

A maioria dos numerais ordinais é formada adicionando o sufixo “-th” ao número cardinal correspondente, exceto algumas exceções:

- 1: first
- 2: second
- 3: third
- 5: fifth (note a mudança de “v” para “f”)
- 8: eighth (note a adição de “gh”)
- 9: ninth (note a remoção do “e”)
- 12: twelfth (note a mudança de “v” para “f”)

Numerais Fracionários

Numerais fracionários expressam partes de um inteiro, como “half” (meio), “third” (terço), “quarter” (quarto). São usados para descrever divisões exatas de um todo, em receitas, medidas e instruções.

Exemplo:

- “Please, pour half a cup of sugar into the bowl.” (Por favor, despeje meia xícara de açúcar na tigela.)

Formação dos Numerais Fracionários

Os fracionários são geralmente formados usando o numeral ordinal para o denominador e o numeral cardinal para o numerador:

- 1/2: one half
- 3/4: three quarters
- 2/3: two thirds

Numerais Multiplicativos

Numerais multiplicativos indicam o número de vezes que algo ocorre ou a intensidade de uma ação, como “single” (simples), “double” (duplo), “triple” (triplo). São frequentemente utilizados em instruções de culinária, descrições de intensidade e em esportes.

Exemplo:

- “She folded the paper in double.” (Ela dobrou o papel ao meio.)

Formação dos Numerais Multiplicativos

Esses numerais são geralmente diretos, utilizando a base do numeral cardinal com o acréscimo de um sufixo específico ou uma palavra que indica multiplicação:

- Single
- Double
- Triple
- Quadruple

O domínio dos numerais em inglês é fundamental para uma comunicação eficaz em uma variedade de contextos. Desde contar objetos até descrever sequências e proporções, os numerais são parte integrante da expressão diária.

PREPOSIÇÕES

Bem como na língua portuguesa, as preposições na língua inglesa são elementos linguísticos que agem como conectivos entre frases, de modo a conectá-las de modo lógico e provido de sentido, baseado na relação que se pretende estabelecer entre uma oração e outra. Confira abaixo as preposições mais comuns da língua inglesa:

In	Dentro de; em; de; no; na.
	<i>She was born in July.</i> (Ela nasceu em julho) <i>Oliver lives in Romania.</i> (Oliver mora na Romênia) <i>Her pencils are in her pencil case.</i> (Os lápis dela estão em seu estojo) <i>Lucas is working in his bedroom.</i> (Lucas está trabalhando em seu quarto)
At	À; às; em; na; no
	<i>Is this meeting at 5 pm?</i> (Esta reunião é às 17h?) <i>They live at 97 Broadway Street, California.</i> (Eles moram na Rua Broadway, número 97, na Califórnia) <i>He works at the National Bank.</i> (Ele trabalha no Banco Nacional) <i>Will you be waiting for us at the airport?</i> (Você esperará por nós no aeroporto?)

On	Sobre a; em cima de; acima de; em; no; na.
	<i>She was born on July 17th, 1992.</i> (Ela nasceu em 17 de julho de 1992) <i>We have to work on the weekend.</i> (Nós temos que trabalhar no fim de semana) <i>Ron never goes jogging on Sundays.</i> (Ron nunca faz cooper aos domingos.) <i>Her pencils are on her desk.</i> (Os lápis dela estão em sua escrivaninha) <i>Joseph is dancing on the stage.</i> (Joseph está dançando no palco) <i>The office is on Maple Avenue.</i> (O escritório é na avenida Maple) <i>We watch the Oprah Winfrey show on TV.</i> (Nós assistimos ao show da Oprah Winfrey na TV) <i>You can purchase our products on our website.</i> (Você pode adquirir nossos produtos em nosso site)

For	para; durante; por; há.
	<i>My wife uses our porch area for painting.</i> (Minha esposa usa nossa área da sacada para pintar) <i>This store is for women only.</i> (Esta loja é apenas para mulheres) <i>He has been working in that company for eleven years.</i> (Ele trabalha naquela empresa há onze anos) <i>You've been in the bathroom for half an hour.</i> (Você está no banheiro há uma hora)

To	Para; a.
	<i>His family is moving to Australia in a month.</i> (A família dele vai se mudar para a Austrália em um mês) <i>Grandma is going to the store.</i> (A vovó está indo à loja) <i>We studied together from 2011 to 2016.</i> (Nós estudamos juntos de 2011 a 2016) <i>We prefer drinking juice to drinking soda.</i> (Nós preferimos beber suco do que refrigerante.)

Além destas preposições, existem diversas outras que indicam lugar e lugar. Confira a seguir uma lista com mais exemplos:

Preposições	Significado
Before	Antes
After	Depois
During	Durante
Since	Desde
For	Por
Until/till	Até
From	Desde, da, das
Up to	Até agora
By	Até
At	Às
Ago	Atrás
Past	Antes (hora)
On	Sobre
Under	Debaixo
In	Em
Above	Acima
In front	Em frente à
Across	Do outro lado
Below	Abaixo
Along	Ao longo de
Behind	Atrás
Beside	Ao lado
Between	Entre
Among	Entre
By	Ao lado de
Far from	Longe de
Near	Perto
Inside	Dentro
Outside	Fora
Next to	Próximo a/ao
Through	Através
Toward	Em direção a

CONJUNÇÕES

Os marcadores discursivos são uma classe de palavras responsáveis por conectar orações de modo que elas sejam coesas e coerentes, estas palavras podem ser conjunções, locuções ou expressões idiomáticas, e são de extrema importância para a compreensão e interpretação da mensagem presente em uma oração.

Confira abaixo uma lista de alguns dos principais tipos de conjunções, o seu sentido e um exemplo prático.

— Com sentido de adição:

And – e	She watched movies and series. (Ela assiste filmes e séries)
In addition to – além de	In addition to playing soccer, he also plays volleyball. (Além de jogar futebol, ele também joga vôlei)
Futhermore, moreover, besides – além disso	He despises that movie, besides , he can't go to the movies with us. (Ele odeia aquele filme, além disso ele não pode ir ao cinema conosco)
As well as, Both... and – bem como, tanto... quanto	They love sushi as well as me. (Eles amam sushi tanto quanto eu)
Too, also – também	We also lived in Bulgaria. (Nós também moramos na Bulgária)
Not only – não apenas	Not only she went alone, she had fun by herself! Ela não apenas foi sozinha, ela se divertiu sozinha!
By the way – à proposto	By the way , she called last night. (À propósito, ela ligou ontem à noite)

— Com sentido de contraste

But – mas	Walter was sad but he didn't cry. (Walter estava triste, mas ele não chorou).
However - porém	We could go, however , we have to be back by 9. (Nós poderíamos ir, porém, temos que voltar às 9)
Nevertheless – no entanto	Mandy chose that job, nevertheless , she is unhappy. (Mandy escolheu aquele emprego, no entanto, ela está infeliz)
Although, though – embora	Although the movie is great, the book is far better. (Embora o filme seja ótimo, o livro é bem melhor)

Despite, in spite of – apesar de	Inspite of all I did, I'm still a good father. (Apesar de tudo que fiz, eu ainda sou um bom pai)
On the other hand – por outro lado	He's a great cook, on the other hand , a terrible person. (Ele é um ótimo cozinheiro, por outro lado, é péssima pessoa)
Still	It was a good idea, still they shouldn't have done it without permission. (Foi uma ótima ideia, ainda assim, eles não deveriam tê-la feito sem permissão)

— Com sentido de causa e consequência

So – então, sendo assim	She had a headache so she decided to take a pill. (Ela tinha dor de cabeça, então decidiu tomar um remédio)
Therefore – sendo assim, portanto	He's faster than I am, therefore he can win the race. (Ele é mais rápido que eu, portanto ele pode ganhar a corrida)
As a result – como resultado	We had no time to study, as a result we failed the exam. (Nós não tivemos tempo para estudar, como resultado nós reprovamos na prova)
Since – desde, já que	Since you're going there, can you get me a bottle of water? (Já que você está indo lá, você pegar uma garrafa de água para mim?)
Because – porque	Grandma can't come because her car broke down. Vovó não pode vir porque seu carro quebrou.
So that – afim de (que)	Can you give us his number so that we can solve this? (Você poderia nos passar o número dele para que resolvamos isso?)
Thus – logo	She will move far away, thus she won't see us very often. (Ela vai se mudar para longe, logo ela não nos verá com tanta frequência)
Consequently – consequentemente	They consequently stopped smoking. (Eles consequentemente pararam de fumar.)

— Com sentido de tempo

First of all – primeiro de tudo	First of all , I'd like to thank my parents. (Primeiro de tudo, gostaria de agradecer meus pais.)
Eventually – eventualmente	He eventually stopped talking to me. (Ele eventualmente parou de falar comigo.)
Finally – finalmente	Tristan finally decided to tell her. (Tristan finalmente decidiu contá-la)
Next – após, depois disso, em seguida	What shall we do next ? (O que devemos fazer em seguida?)
Formerly – anteriormente	Formerly , she had graduated from college. Anteriormente, ela tinha se formado na faculdade
Previously – anteriormente	This doesn't match what she told me previously . (Isso não combina com o que ela me disse anteriormente)
Afterwards – posteriormente	He told me he got nervous afterwards . Ele me disse que havia ficado nervoso posteriormente.
Until – até	We will wait for you until you come. (Nós esperamos por você até que você venha)

— Que expressam ênfase

Indeed – de fato, de verdade	He indeed loved carrot cake. (Ele de fato amava bolo de cenoura)
As a matter of fact – de fato	As a matter of fact , that was the best book I read. (De fato, aquele era o melhor livro que li)
Actually – na verdade	Actually , I look more like my grandma. (Na verdade, eu me pareço mais com minha avó)

**VERBOS: REGULARES, IRREGULARES E AUXILIARES;
TEMPOS VERBAIS: SIMPLE PRESENT, PRESENT
PROGRESSIVE, SIMPLE PAST, PAST PROGRESSIVE,
FUTURE E PERFECT TENSES; INFINITIVO E
GERÚNDIO; MODOS IMPERATIVO E SUBJUNTIVO**

VERBOS REGULARES E IRREGULARES

Os verbos são a base da comunicação em qualquer idioma, e no inglês não é diferente. Para compreender bem a conjugação e o uso dos tempos verbais, é fundamental conhecer a diferença entre verbos regulares e verbos irregulares.

► Definição e diferenças entre verbos regulares e irregulares

A principal diferença entre verbos regulares e verbos irregulares está na forma como eles conjugam o passado simples (Simple Past) e o particípio passado (Past Participle).

▪ Verbos regulares: seguem um padrão fixo de conjugação ao formar o passado e o particípio passado, geralmente adicionando -ed ao final.

▪ Verbos irregulares: não seguem um padrão específico de conjugação, exigindo que suas formas no passado e particípio passado sejam memorizadas individualmente.

A escolha entre um verbo regular e um irregular depende do próprio vocabulário da língua inglesa, sem uma regra fixa para prever qual verbo será de cada tipo.

► Formação do passado simples e particípio passado

Verbos regulares:

Os verbos regulares formam o passado simples e o particípio passado seguindo um padrão simples:

- Adiciona-se -ed ao final do verbo no infinitivo (sem "to").
- Se o verbo terminar em e, adiciona-se apenas -d.
- Se terminar em consoante + y, troca-se o y por i antes de adicionar -ed.
- Se for um verbo curto terminando em CVC (consoante-vogal-consoante), dobra-se a última consoante antes de adicionar -ed.

Infinitivo	Passado simples	Particípio passado
play	played	played
love	loved	loved
study	studied	studied
stop	stopped	stopped

Verbos irregulares

Os verbos irregulares não seguem uma regra fixa e exigem memorização. Alguns mantêm a mesma forma no presente, passado e particípio, enquanto outros mudam completamente.

Infinitivo	Passado simples	Particípio passado
go	went	gone
eat	ate	eaten
take	took	taken
cut	cut	cut

► Estratégias para memorizar os verbos irregulares

Como os verbos irregulares não seguem um padrão, é necessário memorizá-los. Algumas estratégias eficazes incluem:

Agrupar verbos semelhantes:

- Alguns verbos irregulares seguem padrões parecidos.

Exemplo:

- drink – drank – drunk
- sing – sang – sung

Criar frases e associações:

- Fazer frases simples ajuda a lembrar das formas verbais:
- "I go to school every day, but yesterday I went to the park."

Usar listas e tabelas:

- Revisar listas frequentes ajuda a reforçar a memorização.

Praticar com exercícios:

- Flashcards, quizzes e repetição ativa são técnicas eficazes.

Os verbos regulares são fáceis de aprender por seguirem um padrão fixo, mas os irregulares exigem prática constante. Aprender a diferença entre eles é essencial para formar frases corretas e comunicar-se com fluência no inglês.

VERBOS AUXILIARES

Os verbos auxiliares são fundamentais na estrutura da língua inglesa, pois ajudam a formar tempos verbais, construir perguntas, negar frases e indicar modos e possibilidades. Diferentemente dos verbos principais, que carregam o significado da ação, os auxiliares atuam como suporte gramatical.

► O que são verbos auxiliares?

Os verbos auxiliares são aqueles que não possuem um significado próprio, mas auxiliam o verbo principal na construção de tempos verbais compostos, na formação da voz passiva e na estruturação de frases interrogativas e negativas.

Os verbos auxiliares se dividem em dois grupos principais:

- Verbos auxiliares primários: be, have, do.
- Verbos modais: can, could, may, might, shall, should, will, would, must.

A seguir, veremos como cada um desses grupos funciona.

► Verbos auxiliares primários

Os verbos *be*, *have* e *do* podem ser usados como verbos principais, mas também como auxiliares em diferentes contextos.

Verbo “*be*” (ser/estar):

O verbo “*be*” é usado como auxiliar na formação de tempos contínuos (progressivos) e na voz passiva.

Tempos contínuos (Progressive Tenses):

- I am studying for my exam. (Estou estudando para minha prova.)
- She was reading a book. (Ela estava lendo um livro.)

Voz passiva (Passive Voice)

- The cake was made by my grandmother. (O bolo foi feito pela minha avó.)
- The letters are sent every Monday. (As cartas são enviadas todas as segundas-feiras.)

Verbo “*have*” (ter):

O verbo “*have*” é usado como auxiliar para formar tempos verbais perfeitos (Present Perfect, Past Perfect, etc.).

- Tempos perfeitos (Perfect Tenses)
- I have finished my homework. (Eu terminei meu dever de casa.)
- She had already left when I arrived. (Ela já tinha saído quando eu cheguei.)

Verbo “*do*” (fazer):

O verbo “*do*” é usado como auxiliar em perguntas, frases negativas e para enfatizar ações no presente e no passado simples.

Perguntas (Questions):

- Do you like pizza? (Você gosta de pizza?)
- Did she call you? (Ela te ligou?)

Negação (Negatives):

- I do not understand. (Eu não entendo.)
- He did not go to the party. (Ele não foi à festa.)

Ênfase (Emphasis):

- I do love my family. (Eu realmente amo minha família.)
- She does want to help. (Ela realmente quer ajudar.)

Os verbos auxiliares desempenham um papel essencial na estrutura do inglês, permitindo a formação de tempos verbais, a construção de perguntas e negativas, e a expressão de diferentes significados através dos modais. Para dominar seu uso, é fundamental praticar com frases e exercícios variados.

TEMPOS E MODOS VERBAIS

Os tempos e modos verbais são elementos fundamentais da gramática inglesa, pois permitem estruturar frases de maneira lógica e coerente, possibilitando a comunicação eficiente tanto

na oralidade quanto na escrita. O domínio dessas estruturas é essencial para qualquer aprendiz da língua, uma vez que permite expressar diferentes momentos no tempo – passado, presente e futuro – e diferentes intenções, como afirmações, hipóteses, ordens e desejos.

A gramática da língua inglesa, assim como em qualquer idioma, organiza-se em torno de regras que estabelecem como os verbos são flexionados e empregados em contextos distintos. No entanto, diferentemente do português, o inglês apresenta uma estrutura verbal relativamente simplificada, sem tantas variações morfológicas, mas que exige compreensão sobre o uso correto de auxiliares e formas compostas. Essa característica faz com que, por um lado, a conjugação verbal em inglês pareça mais acessível do que em outras línguas, mas, por outro, seu uso adequado dependa do entendimento das funções comunicativas de cada tempo e modo verbal.

Neste estudo, abordaremos de forma detalhada todos os tempos verbais da língua inglesa, explicando suas formas, usos e particularidades, além de discutir os diferentes modos verbais e suas aplicações na comunicação cotidiana. Exploraremos também as principais dificuldades encontradas pelos estudantes e estratégias eficazes para aprender e fixar esses conceitos. O objetivo é oferecer um panorama completo para aqueles que desejam aprimorar sua proficiência no inglês, compreendendo a lógica por trás dos tempos e modos verbais e aplicando esse conhecimento em situações reais de uso da língua.

O GERÚNDIO

O gerúndio é a forma do verbo que termina em *-ing* e que pode funcionar como um substantivo. Isso significa que ele pode ser o sujeito ou o objeto de uma frase.

Usos do Gerúndio:

Como sujeito de uma frase:

- “Swimming is fun.” (Nadar é divertido.)
- “Reading helps you learn.” (Ler ajuda você a aprender.)

Como objeto de uma frase:

- “I enjoy reading.” (Eu gosto de ler.)
- “She suggested going downtown.” (Ela sugeriu ir ao centro.)

Após preposições:

- “She is interested in learning French.” (Ela está interessada em aprender francês.)
- “He left without saying goodbye.” (Ele saiu sem dizer adeus.)

Após certos verbos:

- “They avoid eating late.” (Eles evitam comer tarde.)
- “She enjoys dancing.” (Ela gosta de dançar.)

O INFINITIVO

O infinitivo é a forma básica de um verbo precedido por “*to*”. Ele pode servir como substantivo, adjetivo ou advérbio em uma frase.

Usos do Infinitivo:

Como sujeito de uma frase:

- “To read is to learn.” (Ler é aprender.)
- “To err is human.” (Errar é humano.)

Como objeto de uma frase:

- “I want to travel.” (Eu quero viajar.)
- “He needs to work.” (Ele precisa trabalhar.)

Como complemento de um adjetivo:

- “She is happy to help.” (Ela está feliz em ajudar.)
- “It is important to be honest.” (É importante ser honesto.)

Após certos verbos:

- “They decided to leave.” (Eles decidiram sair.)
- “She hopes to win.” (Ela espera ganhar.)

Diferenças no Uso

Alguns verbos em inglês podem ser seguidos tanto pelo gerúndio quanto pelo infinitivo, com uma mudança de significado:

“Stop doing something” (Parar de fazer algo) versus “Stop to do something” (Parar para fazer algo).

- “He stopped smoking.” (Ele parou de fumar.)
- “He stopped to smoke.” (Ele parou para fumar.)

O gerúndio e o infinitivo são formas verbais essenciais no inglês que aumentam a riqueza e a precisão da expressão. Cada forma tem seus usos específicos e pode mudar significativamente o significado de uma frase, dependendo de como é usada. O entendimento profundo do gerúndio e do infinitivo permite uma comunicação mais eficaz e um melhor domínio da língua inglesa. A prática constante e a atenção aos detalhes gramaticais ajudarão a solidificar esse conhecimento.

TEMPOS VERBAIS NO PRESENTE

Os tempos verbais no presente em inglês são fundamentais para descrever rotinas, estados permanentes, ações em andamento e eventos que possuem alguma relação com o presente. Diferente do português, que possui diversas flexões verbais para indicar variações no tempo presente, o inglês usa estruturas fixas que combinam verbos principais com auxiliares para expressar diferentes significados. No total, existem quatro formas principais de tempos verbais no presente: Simple Present, Present Continuous, Present Perfect e Present Perfect Continuous.

Simple Present (Presente Simples)

O Simple Present é utilizado para expressar verdades universais, fatos imutáveis, hábitos e rotinas. Ele também pode ser empregado para descrever sentimentos, preferências e estados permanentes. Em inglês, sua estrutura é relativamente simples, sendo formada pelo verbo no infinitivo sem “to” para todos os sujeitos, exceto na terceira pessoa do singular (he, she, it), onde se adiciona “-s” ou “-es” ao final do verbo.

Exemplos:

The sun rises in the east. (O sol nasce no leste.)

She studies English every day. (Ela estuda inglês todos os dias.)

I work at a bank. (Eu trabalho em um banco.)

Nas formas negativa e interrogativa, é utilizado o auxiliar do/does. O verbo principal permanece na forma base.

She does not (doesn't) like coffee. (Ela não gosta de café.)

Do you play soccer? (Você joga futebol?)

Esse tempo verbal também é frequentemente usado para expressar horários fixos ou eventos programados, como compromissos, partidas de avião ou programas de TV.

The train leaves at 6 p.m. (O trem parte às 18h.)

Present Continuous (Presente Contínuo ou Progressivo)

O Present Continuous é utilizado para descrever ações que estão ocorrendo no momento da fala ou para eventos temporários. Também pode indicar mudanças progressivas ou planos futuros já estabelecidos. Sua estrutura é composta pelo verbo to be no presente seguido pelo verbo principal no gerúndio (-ing).

Exemplos:

She is reading a book now. (Ela está lendo um livro agora.)

They are working on a new project. (Eles estão trabalhando em um novo projeto.)

I am traveling to Spain next week. (Eu estou viajando para a Espanha na próxima semana.)

Para a forma negativa, basta adicionar “not” após o verbo to be. Na interrogativa, inverte-se a posição do to be com o sujeito.

She is not (isn't) watching TV. (Ela não está assistindo TV.)

Are you studying for the exam? (Você está estudando para o exame?)

O Present Continuous não é normalmente usado com verbos que indicam estados ou sentimentos, como know, like, want, believe, understand, pois esses verbos não expressam ações contínuas.

Present Perfect (Presente Perfeito)

O Present Perfect é um dos tempos verbais mais desafiadores para falantes de português, pois não possui um equivalente exato na nossa língua. Ele é utilizado para descrever ações que ocorreram em um passado não especificado, ações que começaram no passado e continuam no presente ou experiências de vida. Sua estrutura é formada pelo verbo auxiliar have/has seguido pelo particípio passado do verbo principal.

Exemplos:

She has visited Paris three times. (Ela visitou Paris três vezes.)

We have lived here since 2010. (Nós moramos aqui desde 2010.)

I have just finished my homework. (Eu acabei de terminar minha lição de casa.)

Na forma negativa, adicionamos “not” ao auxiliar have/has. Na interrogativa, o auxiliar vem antes do sujeito.

He has not (hasn't) seen this movie yet. (Ele ainda não viu este filme.)

Have you ever been to Japan? (Você já esteve no Japão?)

O Present Perfect também é comumente usado com advérbios como ever, never, just, already, yet, since e for, indicando tempo indefinido ou continuidade.

Present Perfect Continuous (Presente Perfeito Contínuo)

O Present Perfect Continuous é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que começou no passado e ainda está acontecendo no presente. Ele também pode expressar ações repetidas que ocorreram recentemente. Sua estrutura é formada pelo auxiliar have/has + been + o verbo principal no gerúndio (-ing).

Exemplos:

She has been working at this company for five years. (Ela tem trabalhado nesta empresa há cinco anos.)

We have been waiting for you since morning. (Estamos esperando por você desde a manhã.)

He has been studying a lot recently. (Ele tem estudado muito ultimamente.)

A forma negativa é construída com “not” após have/has, e a interrogativa segue a estrutura tradicional da inversão do auxiliar com o sujeito.

She has not (hasn't) been feeling well. (Ela não tem se sentido bem.)

Have you been practicing your English? (Você tem praticado seu inglês?)

Diferente do Present Perfect, que enfatiza o resultado de uma ação, o Present Perfect Continuous destaca a continuidade e a duração dessa ação.

Os tempos verbais no presente em inglês possuem funções bem definidas, e seu uso correto garante que a comunicação seja clara e precisa. Enquanto o Simple Present é ideal para expressar fatos e rotinas, o Present Continuous descreve ações em andamento ou planejamentos futuros. Já o Present Perfect estabelece uma ligação entre passado e presente, e o Present Perfect Continuous enfatiza a duração das ações.

A escolha entre esses tempos depende do contexto da comunicação e do significado que o falante deseja transmitir. Para aprendizes do inglês, compreender essas diferenças é essencial para evitar erros comuns e melhorar a fluência na escrita e na fala. À medida que se avança no estudo da língua, a prática e a exposição frequente ao idioma ajudam a consolidar esses conceitos, tornando seu uso mais natural e intuitivo.

TEMPOS VERBAIS NO PASSADO

Os tempos verbais no passado em inglês são essenciais para narrar eventos que já ocorreram, estabelecer relações entre ações passadas e indicar a duração de eventos anteriores. Assim como no presente, os tempos verbais do passado se dividem em quatro aspectos principais: Simple Past (Passado Simples), Past Continuous (Passado Contínuo), Past Perfect (Passado Perfeito)

e Past Perfect Continuous (Passado Perfeito Contínuo). Cada um deles possui usos específicos que auxiliam na organização das informações temporais em uma conversa ou texto.

Diferentemente do português, em que os verbos podem sofrer múltiplas flexões no passado, no inglês a conjugação dos verbos no passado geralmente envolve a adição de “-ed” aos verbos regulares ou a memorização de formas irregulares. Além disso, os tempos compostos utilizam auxiliares como was, were, had e been para estruturar corretamente as sentenças. A seguir, exploramos cada um desses tempos em detalhes.

Simple Past (Passado Simples)

O Simple Past é utilizado para descrever ações ou eventos que ocorreram em um momento específico do passado e que já foram concluídos. Esse tempo verbal é geralmente acompanhado de marcadores temporais, como yesterday, last week, in 2005, an hour ago e outros que indicam um tempo definido.

A estrutura do Simple Past é simples:

Para verbos regulares, basta adicionar “-ed” ao final da forma base do verbo:

work → worked (trabalhar → trabalhou)

play → played (jogar → jogou)

Para verbos irregulares, a forma do passado deve ser memorizada:

go → went (ir → foi)

eat → ate (comer → comeu)

Exemplos:

She traveled to Paris last summer. (Ela viajou para Paris no verão passado.)

They watched a movie yesterday. (Eles assistiram a um filme ontem.)

We met our new teacher two days ago. (Nós conhecemos nosso novo professor há dois dias.)

Na forma negativa e interrogativa, utiliza-se o auxiliar did, e o verbo principal retorna à forma base:

She did not (didn't) study for the test. (Ela não estudou para a prova.)

Did you visit your grandparents last weekend? (Você visitou seus avós no fim de semana passado?)

O Simple Past é usado exclusivamente para eventos finalizados, sem qualquer relação com o presente.

<i>Afirmativa</i>	<i>I studied at a public school!</i>	Eu estudei em uma escola pública.
<i>Negativa</i>	<i>I didn't study at a public school!</i>	Eu não estudei em uma escola pública.
<i>Interrogativa</i>	<i>Did I study at a public school?</i>	Você estudou em uma escola pública?
<i>Afirmativa</i>	<i>We started a new business course.</i>	Nós começamos um novo curso de negócios.

Negativa	<i>We didn't start a new business course.</i>	Nós não começamos um novo curso de negócios.
Interrogativa	<i>Did we start a new business course?</i>	Nós começamos um novo curso de negócios?

Já os verbos irregulares do passado não possuem regras específicas, mas podemos memorizá-los a fim de expandir o vocabulário. Confira a tabela a seguir:

Verbo no infinitivo	Verbo irregular no passado	Tradução
To eat	Ate	Comer
To come	Came	Vir
To leave	Left	Partir, sair, deixar
To understand	Understood	Entender
To say	Said	Dizer
To send	Sent	Enviar
To write	Wrote	Escrever
To read	Read	Ler
To run	Ran	Correr
To lend	Lent	Emprestar
To put	Put	Colocar, pôr
To drive	Drove	Dirigir
To take	Took	Levar
To keep	Kept	Manter, guardar
To wake up	Woke up	Acordar
To get	Got	Pegar, conseguir
To bring	Brought	Trazer
To buy	Bought	Comprar
To sell	Sold	Vender

Past Continuous (Passado Contínuo ou Progressivo)

O Past Continuous é utilizado para expressar ações que estavam em andamento em um determinado momento do passado. Esse tempo verbal pode ser usado para descrever cenários passados, indicar interrupções em uma ação ou relatar eventos simultâneos.

A estrutura do Past Continuous consiste no uso do verbo to be no passado (was/were) seguido do verbo principal no gerúndio (-ing).

Exemplos:

She was reading a book when I arrived. (Ela estava lendo um livro quando eu cheguei.)

They were playing soccer at 4 p.m. (Eles estavam jogando futebol às 16h.)

I was watching TV while my brother was studying. (Eu estava assistindo TV enquanto meu irmão estudava.)

Para formar a negativa, adiciona-se “not” ao verbo auxiliar:
He was not (wasn't) listening to music. (Ele não estava ouvindo música.)

Na interrogativa, inverte-se a posição do verbo to be e do sujeito:

Were they sleeping when you called? (Eles estavam dormindo quando você ligou?)

O Past Continuous enfatiza a continuidade de uma ação no passado, diferindo do Simple Past, que indica ações concluídas.

Past Perfect (Passado Perfeito)

O Past Perfect é utilizado para expressar ações que ocorreram antes de outra ação no passado. Ele estabelece uma sequência cronológica entre eventos passados e é frequentemente usado com before, after, by the time e when para indicar essa relação temporal.

A estrutura do Past Perfect é formada pelo auxiliar had seguido do particípio passado do verbo principal:

Exemplos:

When she arrived, they had already left. (Quando ela chegou, eles já tinham saído.)

I had never seen that movie before last night. (Eu nunca tinha visto esse filme antes da noite passada.)

By the time we got to the station, the train had departed. (Quando chegamos à estação, o trem já tinha partido.)

Na forma negativa, basta adicionar “not” após had:

He had not (hadn't) finished his homework before dinner. (Ele não tinha terminado sua lição de casa antes do jantar.)

Na interrogativa, o auxiliar had vem antes do sujeito:

Had you ever been to London before 2010? (Você já tinha estado em Londres antes de 2010?)

O Past Perfect ajuda a organizar eventos no passado de maneira clara, evitando ambiguidades na sequência das ações.

Past Perfect Continuous (Passado Perfeito Contínuo)

O Past Perfect Continuous é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que ocorreu antes de outra ação no passado. Ele indica que uma atividade esteve acontecendo por um certo período antes de um evento específico.

A estrutura do Past Perfect Continuous é formada por had been seguido do verbo principal no gerúndio (-ing).

Exemplos:

She had been studying for hours before she took the test. (Ela tinha estudado por horas antes de fazer a prova.)

They had been working together for ten years before the company closed. (Eles tinham trabalhado juntos por dez anos antes da empresa fechar.)

We had been waiting for 30 minutes when the bus finally arrived. (Estávamos esperando por 30 minutos quando o ônibus finalmente chegou.)

Na forma negativa, adiciona-se “not” após had:

He had not (hadn't) been feeling well for days before going to the doctor. (Ele não estava se sentindo bem há dias antes de ir ao médico.)

Na interrogativa, a inversão ocorre com had:

Had she been working there long before she got promoted? (Ela já estava trabalhando lá há muito tempo antes de ser promovida?)

O Past Perfect Continuous diferencia-se do Past Perfect por enfatizar a duração da ação, enquanto o Past Perfect apenas indica que um evento ocorreu antes de outro.

Os tempos verbais no passado em inglês oferecem uma variedade de maneiras de descrever eventos e estabelecer relações entre ações anteriores. O Simple Past é usado para ações finalizadas, enquanto o Past Continuous enfatiza atividades em andamento em um determinado momento. O Past Perfect indica ações que ocorreram antes de outra ação no passado, e o Past Perfect Continuous destaca a duração dessas ações.

A compreensão clara desses tempos verbais é essencial para a comunicação precisa e eficaz em inglês, especialmente ao contar histórias, relatar experiências ou descrever eventos passados. Com prática e exposição à língua, torna-se mais fácil diferenciar esses tempos e utilizá-los corretamente no dia a dia.

TEMPOS VERBAIS NO FUTURO

Os tempos verbais no futuro na língua inglesa desempenham um papel fundamental na comunicação, permitindo expressar previsões, intenções, promessas e planos. Diferentemente do português, em que os verbos podem ser flexionados no futuro, o inglês utiliza auxiliares como will e going to, além de estruturas com verbos modais e expressões que indicam ações futuras.

Assim como nos tempos presente e passado, o futuro em inglês é dividido em quatro aspectos principais: Simple Future (Futuro Simples), Future Continuous (Futuro Contínuo), Future Perfect (Futuro Perfeito) e Future Perfect Continuous (Futuro Perfeito Contínuo). Cada um desses tempos tem uma função específica e deve ser utilizado conforme o contexto da comunicação.

Simple Future (Futuro Simples)

O Simple Future é a forma mais básica de expressar eventos futuros. Ele pode indicar previsões, decisões tomadas no momento da fala, promessas, ofertas e possibilidades futuras. O auxiliar will é usado para formar esse tempo verbal, seguido do verbo principal na forma base.

Exemplos:

She will travel to London next year. (Ela viajará para Londres no próximo ano.)

I will help you with your homework. (Eu ajudarei você com sua lição de casa.)

It will rain tomorrow. (Vai chover amanhã.)

Outra maneira de expressar o futuro é com a estrutura going to, que indica intenções e previsões baseadas em evidências.

They are going to move to a new house. (Eles vão se mudar para uma nova casa.)

Look at the sky! It is going to rain. (Olhe para o céu! Vai chover.)

A forma negativa do Simple Future é construída com will not (won't):

He won't accept the job offer. (Ele não aceitará a oferta de emprego.)

Na interrogativa, will vem antes do sujeito:

Will you attend the meeting tomorrow? (Você participará da reunião amanhã?)

Future Continuous (Futuro Contínuo ou Progressivo)

O Future Continuous é utilizado para descrever ações que estarão em andamento em um momento específico no futuro. Ele é formado por will be seguido do verbo principal no gerúndio (-ing). Esse tempo verbal também pode ser usado para indicar eventos programados ou para expressar suposições sobre o que alguém pode estar fazendo em um determinado momento no futuro.

Exemplos:

This time tomorrow, we will be flying to Paris. (A esta hora amanhã, estaremos voando para Paris.)

She will be studying all night for the exam. (Ela estará estudando a noite toda para o exame.)

Don't call him now. He will be working. (Não ligue para ele agora. Ele estará trabalhando.)

Na forma negativa, basta adicionar not após will:

They will not (won't) be coming to the party. (Eles não estarão vindo para a festa.)

Na interrogativa, inverte-se a posição do will com o sujeito:

Will you be waiting for me at the airport? (Você estará me esperando no aeroporto?)

O Future Continuous enfatiza a continuidade de uma ação no futuro, diferente do Simple Future, que apenas indica que algo acontecerá.

Future Perfect (Futuro Perfeito)

O Future Perfect é usado para expressar ações que terão sido concluídas antes de um determinado momento no futuro. Ele é formado pelo auxiliar will have seguido do particípio passado do verbo principal.

Exemplos:

By next week, I will have finished my project. (Até a próxima semana, eu terei terminado meu projeto.)

They will have graduated by the end of the year. (Eles terão se formado até o final do ano.)

By 10 p.m., she will have completed her assignment. (Até às 22h, ela terá concluído sua tarefa.)

A forma negativa é construída com will not (won't) have:

She won't have arrived by lunchtime. (Ela não terá chegado até a hora do almoço.)

Na forma interrogativa, *will* precede o sujeito:

Will you have finished your work by tomorrow? (Você terá terminado seu trabalho até amanhã?)

O *Future Perfect* é frequentemente usado com expressões como *by the time*, *before*, *until* e *by* + data específica. Esse tempo verbal diferencia-se do *Simple Future* por indicar que uma ação será concluída antes de um evento futuro.

Future Perfect Continuous (Futuro Perfeito Contínuo)

O *Future Perfect Continuous* é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que estará acontecendo até um certo ponto no futuro. Ele é formado por *will have been* seguido do verbo principal no gerúndio (-ing). Esse tempo verbal é usado para indicar processos em andamento que terão se estendido por um período de tempo antes de outro evento futuro.

Exemplos:

By next year, she will have been working at the company for ten years. (Até o próximo ano, ela terá estado trabalhando na empresa por dez anos.)

By midnight, we will have been driving for eight hours. (Até a meia-noite, teremos estado dirigindo por oito horas.)

In 2025, they will have been living in New York for a decade. (Em 2025, eles terão estado morando em Nova York por uma década.)

Na forma negativa, basta incluir *not* após *will*:

He won't have been studying for long before taking the test. (Ele não terá estado estudando por muito tempo antes de fazer a prova.)

Na interrogativa, *will* aparece antes do sujeito:

Will she have been waiting for long when we arrive? (Ela terá estado esperando por muito tempo quando chegarmos?)

O *Future Perfect Continuous* diferencia-se do *Future Perfect* por destacar a duração da ação, enquanto o *Future Perfect* foca apenas na conclusão.

Os tempos verbais no futuro na língua inglesa oferecem uma ampla gama de possibilidades para descrever eventos vindouros com precisão. O *Simple Future* é usado para previsões e promessas, enquanto o *Future Continuous* destaca ações em progresso em um momento futuro. Já o *Future Perfect* foca na conclusão de uma ação antes de um evento futuro, e o *Future Perfect Continuous* enfatiza a duração dessa ação até um ponto específico no futuro.

A escolha do tempo verbal adequado depende do contexto da comunicação e do significado que o falante deseja transmitir. Dominar essas estruturas é essencial para expressar intenções, fazer planos e discutir eventos futuros com clareza e precisão. Como acontece com outros tempos verbais, a prática constante e a exposição ao idioma ajudam a consolidar esse conhecimento, tornando seu uso mais intuitivo e natural.

MODOS VERBAIS NA LÍNGUA INGLESA

Os modos verbais na língua inglesa desempenham um papel crucial na comunicação, pois indicam a atitude do falante em relação à ação expressa pelo verbo. Diferentemente dos tempos verbais, que situam uma ação no tempo (passado, presente ou futuro), os modos verbais estabelecem se a ação é uma afirmação, uma hipótese, uma ordem ou um desejo.

Na gramática do inglês, os modos verbais principais são três: *Indicative* (Indicativo), *Imperative* (Imperativo) e *Subjunctive* (Subjuntivo). Além disso, os verbos modais (*can*, *could*, *may*, *might*, *shall*, *should*, *will*, *would*, *must*) desempenham um papel fundamental na modificação do sentido dos verbos principais, permitindo expressar possibilidade, obrigação, permissão e outras nuances de significado.

O correto uso dos modos verbais é essencial para a clareza da comunicação, pois influencia diretamente a forma como uma frase é interpretada. Enquanto o modo indicativo é predominante na fala e na escrita cotidiana, os modos imperativo e subjuntivo são empregados em situações mais específicas, como instruções e desejos hipotéticos.

Modo Imperativo (Imperative Mood)

O modo imperativo é utilizado para dar ordens, instruções, sugestões, pedidos e conselhos. Ele se caracteriza pela ausência de sujeito explícito, pois presume-se que a ordem ou sugestão é direcionada ao interlocutor. O verbo aparece sempre na forma base, sem o uso de auxiliares.

Exemplos de frases no modo imperativo incluem:

Close the door, please. (Feche a porta, por favor.)

Listen carefully. (Ouça com atenção.)

Don't touch that! (Não toque nisso!)

Let's go to the park. (Vamos ao parque.)

Na forma negativa do imperativo, adiciona-se o *not* (*don't*) antes do verbo:

Don't forget your keys. (Não esqueça suas chaves.)

Do not speak during the presentation. (Não fale durante a apresentação.)

O imperativo pode ser usado para enfatizar urgência, expressar incentivos ou sugerir ações de maneira gentil, dependendo do tom e do contexto.

Modo Subjuntivo (Subjunctive Mood)

O modo subjuntivo é utilizado para expressar desejos, hipóteses, recomendações, condições irreais e situações contrárias à realidade. Diferente do português, em que o subjuntivo é amplamente utilizado, no inglês ele aparece de maneira mais restrita e formal.

O subjuntivo presente é frequentemente usado após verbos que indicam recomendações, exigências ou sugestões, como *suggest*, *demand*, *insist*, *request*, *recommend* e expressões como *it is necessary that*, *it is important that*. A principal característica dessa estrutura é que o verbo permanece na forma base, sem flexão para terceira pessoa do singular.

Exemplos:

I suggest that she be more careful. (Eu sugiro que ela seja mais cuidadosa.)

It is important that he arrive on time. (É importante que ele chegue no horário.)

The teacher insists that the students do their homework. (O professor insiste que os alunos façam suas lições de casa.)

O subjuntivo passado, por sua vez, é usado em orações condicionais irrealis e em expressões de desejo com wish e if only. Nesse caso, o verbo to be assume a forma were para todas as pessoas, independentemente do sujeito.

Exemplos:

If I were you, I would accept the job. (Se eu fosse você, aceitaria o trabalho.)

I wish he were here. (Eu queria que ele estivesse aqui.)

If only she were more patient. (Se ao menos ela fosse mais paciente.)

O subjuntivo também aparece em construções fixas e formais, como:

God save the Queen. (Deus salve a Rainha.)

Long live the King. (Vida longa ao Rei.)

Embora seu uso seja mais limitado no inglês contemporâneo, o modo subjuntivo ainda é essencial para demonstrar formalidade e expressar ideias hipotéticas e recomendações.

Os modos verbais na língua inglesa desempenham um papel essencial na construção de significados e na organização das intenções comunicativas. O modo indicativo é predominante e usado para afirmações e descrições objetivas. O modo imperativo serve para comandos, pedidos e sugestões, sendo direto e conciso. Já o modo subjuntivo, embora menos frequente no inglês moderno, ainda é necessário para expressar desejos, hipóteses e recomendações formais.

A compreensão desses modos verbais permite que falantes e aprendizes do inglês utilizem a linguagem com maior precisão e coerência, adaptando-se a diferentes contextos de comunicação. O domínio dessas estruturas, aliado à prática contínua, contribui significativamente para a fluência e a clareza na expressão oral e escrita.

MODAL VERBS

Os verbos modais da língua inglesa, também conhecidos como modal verbs, mostram possibilidade, intenção, habilidade ou necessidade. Por serem um tipo de verbo auxiliar são usados junto com o verbo principal da frase. Eles podem ser complicados, especialmente quando se trata de usá-los em uma frase. A boa notícia é que eles são simples quando você aprende como eles funcionam. Abaixo, explicamos tudo o que você precisa saber para usar verbos modais com facilidade.

Os verbos modais são usados para expressar certas condições hipotéticas, como conselhos, capacidade ou solicitações. Eles são usados ao lado de um verbo principal para mudar um pouco seu significado. Por serem verbos auxiliares, não podem

necessariamente ser usados sozinhos. (Um verbo modal só deve aparecer sozinho se estiver claro no contexto qual é o verbo principal.)

Considere a diferença entre esses dois exemplos:

– I dance every Saturday. (Eu danço todo sábado)

– I can dance every Saturday. (Eu posso dançar todo sábado)

O primeiro exemplo é uma simples declaração factual. O interlocutor participa de uma atividade de dança todas as semanas aos sábados. O segundo exemplo usa o verbo modal can. Observe como o significado muda um pouco. O orador não dança todos os sábados; ele está dizendo que é capaz de dançar ou que pode dançar todos os sábados, se precisarem. É hipotético.

Os verbos modais são bastante comuns em inglês, e você provavelmente já os viu centenas de vezes sem realmente saber seu nome. Os mais utilizados são:

- can
- may
- might
- could
- should
- would
- will
- must

Confira a seguir o significado, contexto e uso de cada um deles.

– Can

O verb modal can significa poder e conseguir (ou sabe - habilidade), expressando tanto uma possibilidade quanto uma habilidade, mas pode assumir o significado de permissão também. Confira os exemplos de seu uso na afirmativa, na negativa e na interrogativa.

– Afirmativa: She can play the piano (Ela sabe tocar piano) - habilidade

– Negativa: We can not/can't go with you (Nós não podemos ir com você) - possibilidade

– Interrogativa: Can I visit grandma this weekend? (Eu posso visitar a vovó esse fim de semana?) - permissão

Observe que na negativa acrescenta-se o not (não) após o verbo modal ou implanta-o no próprio verbo através de uma modificação contraída. Essa regra se aplica a outros verbos modais como veremos a seguir.

– May

O verbo modal may pode ser considerado a versão formal do can, mas que, por sua vez, expressa apenas possibilidade, pedido ou permissão.

– Afirmativa: He may get it wrong. (Ele pode entender errado) - possibilidade

– Negativa: My family may not like it (Minha família pode não gostar disso) - possibilidade

– Interrogativa: May I be excused? (Você pode me dar licença?) - permissão

— Could

O **could** significa poderia, ou conseguiria, indica uma possibilidade ou habilidade e também pode indicar uma sugestão, pedido ou permissão, mas também pode significar podia ou conseguia (ou sabia - habilidade), o passado do verbo modal **can**. Observe seus usos:

- Afirmativa: She could play the piano (Ela sabia tocar piano) – habilidade, age como passado de **can**
- Negativa: We could not/couldn't tell her that (Nós não podíamos contar isso a ela) – permissão ou possibilidade
- Interrogativa: Could you pass me the salt? (Você poderia me passar o sal?) – possibilidade ou pedido

— Might

O verbo modal **might** pode ser considerado a versão formal do **could**, mas, assim como o **may**, expressa apenas possibilidade ou pedido. Ele também pode assumir um papel de dedução.

- Afirmativa: She might be a little sad get it wrong. (Ela pode estar um pouco triste) – possibilidade/dedução
- Negativa: Our cousins might not come to the party. (Meus primos podem não vir à festa) – possibilidade
- Interrogativa: Might I help you? (Eu posso te ajudar?) – pedido

— Should

O verbo modal **should** significa dever ou deveria com sentido de sugestão, conselho ou aviso. Confira seu uso:

- Afirmativa: You should wash your hands (Você deveria lavar suas mãos)
- Negativa: Anna should not/shouldn't be upset (Anna não deveria estar chateada)
- Interrogativa: Should I try and talk to him? (Eu devo tentar falar com ele?)

— Must

O verbo modal **must** significa dever com sentido de obrigatoriedade, proibição, regra, em outros casos pode indicar uma dedução, presumindo a ação ou o sentimento do sujeito da oração. Confira seu uso:

- Afirmativa: Monica must be so happy with the pregnancy (A Monica deve estar tão feliz com a gravidez) - dedução
- Negativa: You must not swear (Você não deve falar palavrões) - proibição
- Interrogativa: Must we visit him? (Nós devemos visitá-lo?) - obrigação

— Would

Diferentemente dos demais verbos modais, o **would** por si só não se traduz na língua inglesa, mas age como modificador do verbo que o segue, transformando-o em um verbo no futuro do pretérito indicativo, ou seja, verbos terminados em -ria, os quais representam uma situação que possivelmente teria ocorrido em algum momento antes de determinada situação no passado. O

modal **would** também pode conferir sentido de possibilidade, desejo ou pedido (ou sugestão no sentido de oferta). Confira a seguir:

- Afirmativa: We would love to go. (Nós amaríamos ir) - desejo
- Interrogativa: Dad wouldn't understand this situation? (Papai não entenderia essa situação.) – possibilidade
- Interrogativa: Would you like some water? (Você gostaria de um pouco de água?) – pedido/sugestão

— Will

O verbo modal **will** age diferente dos demais verbos modais, pois modifica o tempo verbal do verbo que o segue, transformando a oração em um futuro simples, não possuindo significado em si próprio.

- Afirmativa: I will visit my friends abroad. (Eu visitarei meus amigos no exterior)
- Negativa: They will not/won't believe me. (Eles não acreditarão em mim)
- Interrogativa: Will you be there? (Você estará lá?)

VOZES DO VERBO: ATIVA, PASSIVA E REFLEXIVA

As vozes verbais indicam se o sujeito realiza ou recebe a ação.

- Voz Ativa: O sujeito realiza a ação

Exemplo:

The chef prepared the meal.

- Voz Passiva: O sujeito recebe a ação.

Exemplo:

The meal was prepared by the chef.

A voz passiva é frequentemente usada para destacar o objeto da ação.

Voz Reflexiva (Reflexive Voice)

A voz reflexiva acontece quando o sujeito realiza e recebe a ação ao mesmo tempo.

Em inglês, ela é construída com os pronomes reflexivos:

Pessoa	Pronome Reflexivo
I	myself
You	yourself
He	himself
She	herself
It	itself
We	ourselves
You	yourselves
They	themselves

Exemplos

- She taught herself to play the piano. (Ela aprendeu sozinha a tocar piano.)
- We prepared ourselves for the exam.

(Nós nos preparamos para a prova.)

Dicas Importantes

- A voz reflexiva costuma indicar autonomia ou esforço próprio.
- Não confunda com o uso enfático dos pronomes reflexivos: "I did it myself!" (Eu mesmo fiz!)

PHRASAL VERBS

Phrasal Verbs: Estrutura e Uso

Os phrasal verbs são formados pela combinação de um verbo principal com uma ou mais partículas (preposição ou advérbio). Essa combinação altera o significado original do verbo, tornando-o muitas vezes imprevisível.

Por exemplo, o verbo "look" significa "olhar", mas ao ser combinado com diferentes partículas, assume significados variados:

Look up → pesquisar algo (ex.: Look up this word in the dictionary.)

Look after → cuidar de alguém (ex.: She looks after her younger brother.)

Look forward to → aguardar ansiosamente (ex.: I look forward to meeting you.)

Os phrasal verbs podem ser classificados em dois tipos principais: separáveis e inseparáveis.

Phrasal Verbs Separáveis

Nos phrasal verbs separáveis, o objeto pode ser inserido entre o verbo e a partícula.

Turn off → desligar

She turned off the lights. (Ela desligou as luzes.)

She turned the lights off. (Ela desligou as luzes.)

Caso o objeto seja um pronome, ele obrigatoriamente deve ser colocado no meio:

She turned it off. (Ela desligou isso.)

Phrasal Verbs Inseparáveis

Nos phrasal verbs inseparáveis, a partícula não pode ser separada do verbo. O objeto sempre vem depois da partícula.

Run into → encontrar alguém por acaso

I ran into an old friend yesterday. (Eu encontrei um velho amigo ontem.)

Get over → superar

She got over the flu quickly. (Ela superou a gripe rapidamente.)

Phrasal Verbs de Três Palavras

Alguns phrasal verbs contêm duas partículas, formando expressões idiomáticas fixas.

Put up with → tolerar

I can't put up with his attitude. (Eu não consigo tolerar a atitude dele.)

Come up with → sugerir, propor uma ideia

She came up with a brilliant plan. (Ela teve uma ideia brilhante.)

Importância dos Phrasal Verbs na Comunicação

Os phrasal verbs são fundamentais para a fluência, pois são amplamente usados por falantes nativos em situações cotidianas. O aprendizado desses verbos exige prática constante e exposição ao idioma, já que muitos deles possuem significados idiomáticos que não podem ser deduzidos diretamente.

A melhor forma de aprender phrasal verbs é em contexto, observando seu uso em textos, filmes, músicas e conversas reais. Além disso, a prática por meio de exercícios e a memorização de expressões comuns ajudam a incorporá-los naturalmente ao vocabulário.

► Como os Phrasal Verbs se comportam na voz passiva

Nem todos os Phrasal Verbs podem ser usados na voz passiva. Apenas aqueles que são transitivos, ou seja, que possuem um objeto, podem ser convertidos.

Estrutura básica da voz passiva com Phrasal Verbs:

A estrutura segue o mesmo padrão da voz passiva comum, mas a partícula do Phrasal Verb precisa ser mantida na construção:

Sujeito + verbo "be" + particípio passado do Phrasal Verb + partícula.

Veja alguns exemplos:

Frase Ativa	Frase Passiva
They called off the meeting. (Eles cancelaram a reunião.)	The meeting was called off. (A reunião foi cancelada.)
The teacher gave out the assignments. (O professor distribuiu as tarefas.)	The assignments were given out by the teacher. (As tarefas foram distribuídas pelo professor.)
The manager put off the meeting. (O gerente adiou a reunião.)	The meeting was put off by the manager. (A reunião foi adiada pelo gerente.)

► Casos Especiais na Voz Passiva com Phrasal Verbs

Phrasal Verbs separáveis e inseparáveis:

Os Phrasal Verbs separáveis permitem que o objeto apareça entre o verbo e a partícula. Na voz passiva, a partícula permanece com o verbo.

- Ativa: They turned down the offer. (Eles recusaram a oferta.)
- Passiva: The offer was turned down. (A oferta foi recusada.)

Já os Phrasal Verbs inseparáveis não permitem que o objeto entre entre o verbo e a partícula, e a construção passiva os mantém inalterados.

- Ativa: They looked into the problem. (Eles investigaram o problema.)
- Passiva: The problem was looked into. (O problema foi investigado.)

Phrasal Verbs com dois objetos:

Alguns Phrasal Verbs aceitam dois objetos, permitindo mais de uma construção na voz passiva.

- Ativa: They handed in the report to the manager. (Eles entregaram o relatório ao gerente.)
- Passiva 1: The report was handed in to the manager. (O relatório foi entregue ao gerente.)
- Passiva 2: The manager was handed in the report. (O gerente recebeu o relatório.)

► Exemplos práticos da voz passiva nos Phrasal Verbs

Exemplo 1: "Write down" (Anotar)

- Ativa: She wrote down the notes. (Ela anotou as notas.)
- Passiva: The notes were written down. (As notas foram anotadas.)

Exemplo 2: "Carry out" (Realizar, executar)

- Ativa: The scientists carried out the experiment. (Os cientistas realizaram o experimento.)
- Passiva: The experiment was carried out. (O experimento foi realizado.)

Exemplo 3: "Bring up" (Mencionar, criar assunto)

- Ativa: He brought up an interesting point. (Ele mencionou um ponto interessante.)
- Passiva: An interesting point was brought up. (Um ponto interessante foi mencionado.)

FORMA VERBAL ENFÁTICA

A forma verbal enfática na língua inglesa é uma construção utilizada para destacar ou reforçar a ação expressa pelo verbo. Esse tipo de estrutura é especialmente útil para enfatizar afirmações, negar com mais força ou corrigir uma informação. Diferente de outras formas de ênfase, que podem envolver advérbios ou entonação, a ênfase verbal é construída com o uso do verbo auxiliar "do" (do, does, did) antes do verbo principal.

Embora seja mais comum na oralidade e na escrita informal, essa estrutura aparece frequentemente em discursos, argumentações e até mesmo em textos literários. Neste estudo, analisaremos como a forma verbal enfática é utilizada, suas regras e os efeitos que provoca na comunicação.

USO DA FORMA VERBAL ENFÁTICA

A ênfase verbal é aplicada principalmente em três situações: afirmações, negações e correções de informações. O uso de "do, does" e "did" antes do verbo principal destaca a ação, contrastando com a estrutura padrão do Present e Past Simple, que normalmente não exigem auxiliares em frases afirmativas.

Ênfase em Afirmações

Para enfatizar uma afirmação no Presente Simple (Simple Present) e no Passado Simple (Simple Past), utilizamos os auxiliares "do" e "does" (presente) ou "did" (passado) antes do verbo principal na forma base.

Exemplos:

- I do like this movie! (Eu realmente gosto deste filme!)
- She does understand the problem. (Ela realmente entende o problema!)
- They did enjoy the party. (Eles realmente aproveitaram a festa!)

Essa construção é comum quando o falante deseja reforçar um ponto, mostrar surpresa ou insistir na veracidade da afirmação.

Ênfase em Negações

A forma negativa já é construída com o uso de do/does/did + not, mas, quando queremos dar mais força à negação, a ênfase pode ser aumentada na pronúncia ou na escrita.

Exemplos:

- I do not (don't) want to go! (Eu realmente não quero ir!)
- She does not (doesn't) need any help. (Ela realmente não precisa de ajuda!)
- He did not (didn't) say that! (Ele realmente não disse isso!)

Nesse contexto, o uso enfático reforça que a ação não ocorreu ou que a negativa é absoluta.

Correção de Informações

A forma verbal enfática também é usada para corrigir um equívoco ou responder a uma afirmação errada.

Exemplos:

- You don't like coffee. – Yes, I do like coffee! (Sim, eu gosto de café!)
- He didn't finish the project. – He did finish it! (Ele terminou sim!)

Esse uso é comum em diálogos, debates e discursos quando se deseja reforçar um ponto de vista ou contrariar uma suposição.

A forma verbal enfática é um recurso poderoso para destacar ações e reforçar a autenticidade das afirmações na língua inglesa. Utilizando os auxiliares "do, does" e "did", é possível enfatizar uma ideia, negar algo com mais veemência ou corrigir equívocos em diálogos e textos.

Dominar essa construção melhora a expressividade na comunicação e ajuda a dar mais impacto às frases, tornando-as mais assertivas e naturais. A prática e a exposição a textos e falas autênticas são fundamentais para entender e aplicar essa estrutura corretamente.

QUESTION TAGS

As question tags são pequenas perguntas adicionadas ao final de uma frase para confirmar informações ou solicitar concordância do interlocutor. Elas seguem a estrutura do verbo auxiliar presente na oração principal.

You like coffee, don't you? (Você gosta de café, não gosta?)

She is coming, isn't she? (Ela está vindo, não está?)

They haven't arrived, have they? (Eles não chegaram, chegaram?)

O uso correto das question tags exige atenção ao tempo verbal e à forma afirmativa ou negativa da sentença principal. Se a oração principal for afirmativa, a question tag será negativa, e vice-versa.

TAG ANSWERS

As tag answers são respostas curtas usadas para confirmar, discordar ou reagir a uma question tag (aquelas pequenas perguntas no final de frases, como isn't it?, don't you?, did he?). Essas respostas são muito comuns no inglês falado, tornando as interações mais naturais e dinâmicas.

Diferente das respostas completas, que repetem toda a estrutura da pergunta, as tag answers utilizam apenas o verbo auxiliar da questão para confirmar ou negar, evitando repetições desnecessárias. O domínio desse tipo de resposta melhora a fluência e a espontaneidade na conversação.

COMO FUNCIONAM AS TAG ANSWERS?

A tag answer deve sempre concordar com o tempo verbal e o auxiliar usados na question tag. Assim, se a pergunta usar do, does, did, is, are, have, will, etc., a resposta curta usará o mesmo verbo.

Frase afirmativa + question tag negativa – Resposta afirmativa

You like coffee, don't you?

Yes, I do. (Sim, eu gosto.)

Frase negativa + question tag afirmativa – Resposta negativa

She isn't coming, is she?

No, she isn't. (Não, ela não vem.)

O formato básico das respostas curtas é:

Yes + pronome + verbo auxiliar (afirmativo)

No + pronome + verbo auxiliar (negativo)

EXEMPLOS DE TAG ANSWERS

Present Simple (Do/Does)

You play soccer, don't you?

Yes, I do. (Sim, eu jogo.)

No, I don't. (Não, eu não jogo.)

She doesn't like tea, does she?

Yes, she does. (Sim, ela gosta.)

No, she doesn't. (Não, ela não gosta.)

Past Simple (Did)

They went to the party, didn't they?

Yes, they did. (Sim, eles foram.)

No, they didn't. (Não, eles não foram.)

Present Continuous (Is/Are/Am)

He is studying, isn't he?

Yes, he is. (Sim, ele está.)

No, he isn't. (Não, ele não está.)

Present Perfect (Have/Has)

You have finished the report, haven't you?

Yes, I have. (Sim, eu terminei.)

No, I haven't. (Não, eu não terminei.)

MODAL VERBS (CAN, WILL, MUST, SHOULD, ETC.)

She can swim, can't she?

Yes, she can. (Sim, ela pode.)

No, she can't. (Não, ela não pode.)

They should call, shouldn't they?

Yes, they should. (Sim, eles deveriam.)

No, they shouldn't. (Não, eles não deveriam.)

As tag answers são respostas curtas que tornam a comunicação mais fluida e natural no inglês. Elas seguem o tempo verbal e o auxiliar da question tag, permitindo confirmações rápidas e diretas sem necessidade de repetir a frase inteira.

Dominar esse tipo de resposta melhora a interação oral e facilita a conversação, tornando o discurso mais próximo ao de falantes nativos. Para aprimorar o uso das tag answers, recomenda-se praticá-las em diálogos e ouvir exemplos em filmes, músicas e conversas autênticas.

DISCURSO DIRETO E INDIRETO

O discurso direto e o discurso indireto são formas distintas de relatar o que alguém disse. Esses conceitos são fundamentais para a compreensão e produção de textos narrativos e diálogos, tanto na fala quanto na escrita. Entender como e quando usar cada um é essencial para se comunicar com clareza e precisão na língua inglesa.

Discurso direto

O discurso direto é a forma de relatar as palavras exatas de uma pessoa, preservando a estrutura e o tom original da fala. Em textos, o discurso direto é geralmente identificado pelo uso de aspas que delimitam as palavras faladas.

Exemplo de Discurso Direto:

– “She said, ‘I am going to the store.’” (Ela disse: “Eu estou indo à loja.”)

No discurso direto, as palavras da pessoa são reportadas exatamente como foram ditas, sem qualquer alteração. Isso é útil quando se deseja manter a autenticidade da fala, como em entrevistas, diálogos literários ou quando é importante capturar o tom e as emoções do falante.

Estrutura do Discurso Direto:

– Introdução + Vírgula + Aspas + Fala + Aspas Finais

Exemplo: He asked, “Are you coming with us?” (Ele perguntou: “Você vem com a gente?”)

Discurso Indireto

O discurso indireto, por outro lado, é a forma de relatar o que alguém disse, mas reestruturando a fala original em função da narração. Nesse caso, não se usa aspas, e as mudanças de tempo verbal, pronomes, e outros elementos gramaticais são feitas conforme necessário para se adaptar ao contexto da narração.

Exemplo de Discurso Indireto:

– “She said that she was going to the store.” (Ela disse que estava indo à loja.)

No discurso indireto, a fala original é parafraseada, e ajustes são feitos para se alinhar ao tempo verbal da narração e à posição relativa do falante.

Estrutura do Discurso Indireto:

– Introdução + Conjunção (geralmente “that” ou “if/whether” para perguntas) + Frase Reportada

Exemplo: He asked if I was coming with them. (Ele perguntou se eu iria com eles.)

Mudanças necessárias ao converter discurso direto em indireto

Ao transformar uma frase do discurso direto para o discurso indireto, várias mudanças gramaticais podem ser necessárias:

Mudança de Tempo Verbal: Quando o verbo introdutório está no passado, geralmente é necessário “retroceder” o tempo verbal na frase reportada.

Exemplo:

– Direto: “I am happy,” she said. (Ela disse: “Eu estou feliz.”)

– Indireto: She said that she was happy. (Ela disse que estava feliz.)

Mudança de Pronomes: Os pronomes mudam de acordo com a nova perspectiva do narrador.

Exemplo:

– Direto: “I will call you,” he said. (Ele disse: “Eu vou te ligar.”)

– Indireto: He said that he would call me. (Ele disse que me ligaria.)

Mudança de Advérbios de Tempo e Lugar: Palavras como “today” (hoje), “tomorrow” (amanhã), “here” (aqui), e “now” (agora) também podem precisar ser alteradas.

Exemplo:

– Direto: “I will meet you here tomorrow,” she said. (Ela disse: “Eu vou te encontrar aqui amanhã.”)

– Indireto: She said that she would meet me there the next day. (Ela disse que me encontraria lá no dia seguinte.)

Mudança em Perguntas e Ordens:

Para perguntas, a estrutura muda, e palavras interrogativas ou “if/whether” são usadas.

Exemplo:

– Direto: “Are you coming?” he asked. (Ele perguntou: “Você vem?”)

– Indireto: He asked if I was coming. (Ele perguntou se eu viria.)

Para ordens e pedidos, a forma do verbo geralmente muda para o infinitivo.

Exemplo:

– Direto: “Please sit down,” she said. (Ela disse: “Por favor, sente-se.”)

– Indireto: She asked me to sit down. (Ela pediu que eu me sentasse.)

Diferenças e Usos Apropriados

Autenticidade vs. Parafrasear:

– Discurso Direto: Mantém a autenticidade da fala, útil para capturar exatamente o que foi dito, como em citações.

– Discurso Indireto: Para um relato mais fluente e contextualizado, útil quando a exatidão das palavras não é tão crucial.

Complexidade na Conversão:

A conversão do discurso direto para o indireto pode ser complexa devido às mudanças gramaticais necessárias, especialmente em relação aos tempos verbais e pronomes.

– Discurso Direto: Utilizado em diálogos, citações diretas em trabalhos acadêmicos, entrevistas e situações onde se deseja destacar a fala exata.

– Discurso Indireto: Comum em reportagens jornalísticas, narrativas, relatórios e quando se faz uma referência geral ao que foi dito.

Exemplos de Conversão

– Direto: “I can’t find my keys,” she said. (Ela disse: “Não consigo encontrar minhas chaves.”)

– Indireto: She said that she couldn’t find her keys. (Ela disse que não conseguia encontrar suas chaves.)

– Direto: “Will you help me?” he asked. (Ele perguntou: “Você vai me ajudar?”)

– Indireto: He asked if I would help him. (Ele perguntou se eu o ajudaria.)

A Importância de Dominar o Discurso Direto e Indireto

Dominar o discurso direto e indireto é essencial para uma comunicação eficaz em inglês, pois permite que se relate com precisão o que foi dito, mantenha o contexto adequado e escolha a melhor forma de transmitir a mensagem. Essa habilidade é particularmente útil em ambientes acadêmicos, jornalísticos, legais e em qualquer situação onde seja necessário relatar conversas ou declarações.

Além disso, a capacidade de alternar entre discurso direto e indireto facilita a escrita criativa, permitindo aos escritores variar a narrativa e controlar o fluxo de informações para o leitor.

No estudo da língua inglesa, a prática regular dessas formas de discurso melhora a compreensão das nuances da linguagem e a habilidade de estruturar frases complexas.

O discurso direto e o discurso indireto são componentes essenciais da comunicação em inglês, cada um com suas próprias funções e aplicações. Enquanto o discurso direto é utilizado para capturar as palavras exatas de um falante, o discurso indireto oferece uma maneira mais fluida e adaptável de relatar o que foi dito. Compreender as diferenças e saber quando usar cada um é crucial para qualquer aprendiz que deseja alcançar fluência e precisão na língua inglesa.

ESTRUTURA DA ORAÇÃO: PERÍODO COMPOSTO (CONDICIONAIS, RELATIVAS, APOSITIVAS, ETC.)

A sintaxe é o estudo das regras que governam a estrutura das frases em uma língua. Na língua inglesa, a sintaxe é regida por um conjunto de regras que determinam a ordem das palavras nas frases. Neste texto, vamos explorar a sintaxe em inglês, incluindo a estrutura das orações e períodos, bem como a ordem das palavras.

— Orações em inglês

Uma oração em inglês é uma estrutura sintática que consiste em um sujeito e um predicado. O sujeito é a pessoa, lugar ou coisa sobre a qual a oração está falando. O predicado é o que está sendo dito sobre o sujeito. Por exemplo, na frase “The cat is sleeping” (“O gato está dormindo”), “The cat” é o sujeito e “is sleeping” é o predicado.

As orações em inglês podem ser classificadas de várias maneiras. Algumas categorias comuns incluem:

- Orações afirmativas: afirmam algo sobre o sujeito. Por exemplo, “She is happy” (“Ela está feliz”).
- Orações negativas: negam algo sobre o sujeito. Por exemplo, “He is not here” (“Ele não está aqui”).
- Orações interrogativas: fazem uma pergunta sobre o sujeito. Por exemplo, “Are you hungry?” (“Você está com fome?”).
- Orações imperativas: dão uma ordem ou um pedido. Por exemplo, “Close the door” (“Feche a porta”).

— Períodos em inglês

Um período em inglês é uma ou mais orações combinadas para formar uma ideia completa. Os períodos podem ser simples ou compostos. Um período simples é aquele que contém apenas uma oração. Por exemplo, “She likes pizza” (“Ela gosta de pizza”) é um período simples.

Um período composto é aquele que contém duas ou mais orações. Por exemplo, “I went to the store, but they were closed” (“Eu fui à loja, mas eles estavam fechados”) é um período composto que contém duas orações.

— Ordem das palavras em inglês

A ordem das palavras em inglês pode ser bastante diferente da ordem em outras línguas. Na maioria das frases em inglês, o sujeito vem antes do predicado. Por exemplo, na frase “She is eating pizza” (“Ela está comendo pizza”), o sujeito “She” vem antes do predicado “is eating”.

No entanto, existem muitas exceções à regra da ordem sujeito-predicado em inglês. Por exemplo, em perguntas interrogativas, o verbo geralmente vem antes do sujeito. Por exemplo, na pergunta “Are you going to the party?” (“Você vai à festa?”), o verbo “Are” vem antes do sujeito “you”.

Além disso, a ordem das palavras pode ser usada para enfatizar certas partes da frase. Por exemplo, na frase “I like pizza, but she loves it” (“Eu gosto de pizza, mas ela ama”), a palavra “it” é colocada no final da frase para enfatizar que ela ama pizza mais do que eu.

— Inversão de sujeito e verbo

Na língua inglesa, em certas estruturas sintáticas, ocorre a inversão da posição do sujeito e do verbo. Isso geralmente acontece em perguntas ou frases exclamativas. Por exemplo:

- Normal: She is a teacher. (Ela é professora.)
- Invertido: Is she a teacher? (Ela é professora?)
- Normal: They will come to the party. (Eles virão para a festa.)
- Invertido: Will they come to the party? (Eles virão para a festa?)
- Normal: I have never seen that before. (Nunca vi isso antes.)
- Invertido: Never have I seen that before. (Nunca vi isso antes.)

Essa inversão é mais comum em inglês do que em português, por isso é importante se familiarizar com essas estruturas para não confundir a ordem das palavras na construção de frases.

— Posição de advérbios

Os advérbios são palavras que modificam verbos, adjetivos ou outros advérbios. Na língua inglesa, a posição dos advérbios pode mudar o significado da frase. Geralmente, os advérbios são colocados antes do verbo principal, mas há exceções.

Por exemplo:

- He always speaks loudly. (Ele sempre fala alto.)
- Loudly, he always speaks. (Alto, ele sempre fala.)
- They hardly ever watch TV. (Eles quase nunca assistem TV.)
- Hardly ever, they watch TV. (Quase nunca, eles assistem TV.)
- She occasionally goes to the gym. (Ela ocasionalmente vai à academia.)
- Occasionally, she goes to the gym. (Ocasionalmente, ela vai à academia.)

Em resumo, na língua inglesa, a sintaxe é bastante flexível, mas é importante prestar atenção à posição das palavras para garantir a compreensão adequada da mensagem. A prática constante e a leitura de textos em inglês são fundamentais para aprimorar a habilidade de construir frases corretamente.

PREFIXOS E SUFIXOS

Os prefixos e sufixos são elementos que modificam o significado das palavras, auxiliando na formação de novos termos.

Prefixos (Prefix): São adicionados no início da palavra e geralmente alteram seu significado original.

Un- (negação): Unhappy (infeliz)

Re- (repetição): Redo (refazer)

Pre- (anterioridade): Preview (prévia)

Sufixos (Suffix): São adicionados ao final da palavra, podendo indicar categorias gramaticais ou mudar o sentido da palavra base.

-er (profissão): Teacher (professor)

-ness (estado/condição): Happiness (felicidade)

-ly (advérbio): Quickly (rapidamente)

O conhecimento de prefixos e sufixos auxilia no entendimento de palavras novas e na ampliação do vocabulário sem a necessidade de tradução literal.

Com prática constante e exposição ao idioma, esses elementos gramaticais tornam-se ferramentas valiosas para uma comunicação mais rica, clara e eficaz.

MARCADORES DO DISCURSO (BY THE WAY, ON THE OTHER HAND, IN ADDITION, IN MY OPINION, ETC.)

Os marcadores do discurso (discourse markers) são expressões que organizam a estrutura de um texto ou conversa, conectando ideias e tornando a comunicação mais clara e coerente. Esses marcadores podem indicar acréscimos, contrastes, exemplos, conclusões, opiniões, entre outras funções discursivas.

Dominar o uso dessas expressões é essencial para melhorar a fluidez no inglês, tanto na escrita quanto na fala. Elas ajudam a construir um discurso lógico e bem estruturado, facilitando a compreensão do interlocutor.

TIPOS DE MARCADORES DO DISCURSO E SEUS USOS

Os marcadores do discurso podem ser classificados de acordo com sua função na comunicação. A seguir, apresentamos os principais grupos, suas características e exemplos de uso.

Introdução de Assunto ou Ideia Nova

Esses marcadores são usados para iniciar um tópico ou trazer uma nova ideia para a conversa.

By the way – A propósito

By the way, did you hear about John's promotion? (A propósito, você ficou sabendo da promoção do John?)

Speaking of – Falando nisso / A propósito

Speaking of travel, have you booked your tickets? (Falando em viagem, você já comprou suas passagens?)

Regarding / Concerning – Em relação a / Sobre

Regarding your request, we will send the documents tomorrow. (Sobre seu pedido, enviaremos os documentos amanhã.)

Acréscimo de Informações

Esses marcadores são usados para adicionar informações a uma ideia previamente mencionada.

In addition / Additionally – Além disso

The product is affordable. In addition, it is eco-friendly. (O produto é acessível. Além disso, é ecológico.)

Moreover / Furthermore – Além do mais / Ademais

She is highly skilled. Moreover, she has years of experience. (Ela é altamente qualificada. Além do mais, tem anos de experiência.)

What's more – E mais / Além disso

The hotel was beautiful. What's more, the staff was very friendly. (O hotel era lindo. E mais, a equipe era muito simpática.)

Contraste e Oposição

Esses marcadores indicam uma ideia oposta ou um contraste em relação ao que foi dito anteriormente.

On the other hand – Por outro lado

This phone is expensive. On the other hand, it has excellent features. (Esse telefone é caro. Por outro lado, tem recursos excelentes.)

However – No entanto / Entretanto

She is very talented; however, she lacks experience. (Ela é muito talentosa; no entanto, lhe falta experiência.)

Nevertheless / Nonetheless – Mesmo assim / Ainda assim

It was raining heavily. Nevertheless, they went to the beach. (Estava chovendo forte. Mesmo assim, eles foram à praia.)

Whereas – Enquanto que / Ao passo que

She prefers coffee, whereas I like tea. (Ela prefere café, enquanto eu gosto de chá.)

Explicação e Exemplificação

Esses marcadores introduzem explicações ou exemplos para esclarecer uma ideia.

For example / For instance – Por exemplo

Some animals are nocturnal. For example, owls and bats. (Alguns animais são noturnos. Por exemplo, corujas e morcegos.)

That is / In other words – Ou seja / Em outras palavras

He is a cardiologist. That is, he specializes in heart diseases. (Ele é cardiologista. Ou seja, ele se especializa em doenças do coração.)

Sequência e Ordem Lógica

Esses marcadores ajudam a organizar informações em uma sequência lógica.

First / Firstly – Primeiro / Em primeiro lugar

Firstly, we need to analyze the data. (Primeiro, precisamos analisar os dados.)



Then / After that – Então / Depois disso
 We had lunch. After that, we went for a walk. (Almoçamos.
 Depois disso, fomos dar um passeio.)

Finally / Lastly – Finalmente / Por último
 Finally, we reached our destination. (Finalmente, chegamos
 ao nosso destino.)

Expressão de Opinião
 Esses marcadores são usados para introduzir opiniões ou
 pontos de vista.

In my opinion / To my mind – Na minha opinião
 In my opinion, this is the best solution. (Na minha opinião,
 essa é a melhor solução.)

I believe that / I think that – Eu acredito que / Eu acho que
 I believe that education is the key to success. (Eu acredito
 que a educação é a chave para o sucesso.)

As far as I'm concerned – No que me diz respeito
 As far as I'm concerned, this project is a priority. (No que me
 diz respeito, este projeto é uma prioridade.)

Esses marcadores são usados para resumir ideias e concluir
 um pensamento.

In conclusion / To sum up – Em conclusão / Para resumir
 In conclusion, teamwork is essential for success. (Em
 conclusão, o trabalho em equipe é essencial para o sucesso.)

All in all – No geral / Considerando tudo
 All in all, it was a great trip. (No geral, foi uma ótima viagem.)

In short / Briefly – Em resumo / Resumidamente
 In short, we need more investment in education. (Em
 resumo, precisamos de mais investimento em educação.)

Os marcadores do discurso desempenham um papel crucial
 na comunicação, pois organizam ideias, estruturam argumentos
 e garantem fluidez ao discurso oral e escrito. Seja para adicionar
 informações, expressar opiniões, contrastar ideias ou concluir
 um raciocínio, essas expressões são essenciais para tornar a
 comunicação mais clara e sofisticada.

Dominar esses elementos melhora significativamente a
 fluência e compreensão no inglês, tornando a fala e a escrita
 mais naturais e eficazes. Para aprimorar seu uso, recomenda-se
 praticá-los em textos, conversações e escuta ativa de conteúdos
 em inglês.

COMPREENSÃO DE TEXTOS: TEXTOS DE ASSUNTOS TÉCNICOS E GERAIS

A compreensão de textos é uma das habilidades
 fundamentais para qualquer estudante ou profissional que
 deseja aprimorar sua proficiência na língua inglesa. A leitura
 eficiente não se limita apenas à tradução de palavras ou frases
 isoladas, mas envolve a interpretação do significado global do
 texto, a identificação de informações explícitas e implícitas e a
 análise de sua estrutura e contexto.

No ambiente acadêmico e profissional, os textos podem ser
 classificados em duas grandes categorias: textos técnicos e textos
 gerais. Enquanto os textos gerais abrangem notícias, artigos,
 ensaios e outras formas de escrita cotidiana, os textos técnicos
 são mais específicos e voltados para áreas do conhecimento
 como engenharia, direito, medicina, informática, administração
 e muitas outras. Cada um desses tipos de texto apresenta
 desafios próprios e requer estratégias diferenciadas para uma
 leitura eficiente.

Este estudo abordará as principais características dos textos
 técnicos e gerais, discutindo as dificuldades que os leitores
 podem encontrar e apresentando estratégias eficazes para
 melhorar a compreensão textual.

TEXTOS TÉCNICOS

Os textos técnicos são aqueles que utilizam uma linguagem
 especializada e objetiva, voltados para um público específico
 dentro de uma área do conhecimento. Eles costumam ser
 encontrados em manuais, relatórios, artigos científicos,
 especificações de produtos, normas regulatórias, entre outros
 documentos.

Características dos Textos Técnicos

Os textos técnicos possuem algumas características
 marcantes:

- **Uso de terminologia específica:** Muitas palavras e
 expressões são utilizadas apenas dentro de determinado campo
 do conhecimento, exigindo familiaridade com a área para uma
 compreensão completa.

Exemplo: Em um texto de informática, encontramos termos
 como algorithm, database, encryption.

- **Linguagem objetiva e impessoal:** A escrita tende a ser
 formal, direta e livre de opiniões pessoais.

Exemplo: The experiment was conducted following the
 standard procedures. (O experimento foi conduzido seguindo os
 procedimentos padrão.)

- **Uso de voz passiva:** Para enfatizar os processos em vez dos
 agentes da ação.

Exemplo: The system was updated to improve performance.
 (O sistema foi atualizado para melhorar o desempenho.)

▪ Estrutura lógica e sequencial: Os textos técnicos costumam seguir um formato organizado, com introdução, desenvolvimento e conclusão bem definidos.

Desafios da Compreensão de Textos Técnicos

Ler textos técnicos em inglês pode ser um desafio, especialmente para aqueles que não estão familiarizados com a terminologia da área. Os principais obstáculos incluem:

▪ Vocabulário altamente especializado: Muitos termos não fazem parte do inglês cotidiano e precisam ser aprendidos separadamente.

▪ Uso frequente de abreviações e siglas: Em áreas como tecnologia e medicina, é comum o uso de siglas que podem dificultar a leitura.

Exemplo: CPU (Central Processing Unit), ECG (Electrocardiogram).

▪ Estruturas gramaticais complexas: Frases longas e repletas de informações técnicas podem dificultar a identificação da ideia principal.

Estratégias para a Compreensão de Textos Técnicos

Para melhorar a leitura de textos técnicos em inglês, algumas estratégias podem ser adotadas:

▪ Identificar palavras-chave: Focar nos termos mais importantes da frase pode ajudar a compreender a ideia geral sem precisar traduzir palavra por palavra.

▪ Usar o contexto para deduzir significados: Muitas palavras técnicas podem ser compreendidas pelo contexto em que aparecem.

▪ Consultar glossários especializados: Muitas áreas do conhecimento possuem glossários que explicam os termos técnicos de forma clara.

▪ Familiarizar-se com estruturas comuns: Conhecer a estrutura de textos técnicos pode facilitar a leitura. Por exemplo, artigos científicos geralmente apresentam seções como Abstract, Introduction, Methods, Results, Conclusion.

TEXTOS GERAIS

Os textos gerais são aqueles que abordam temas diversos e são direcionados ao público em geral. Eles podem incluir notícias, artigos de opinião, ensaios, entrevistas, blogs, literatura e outros gêneros textuais amplamente acessíveis.

Características dos Textos Gerais

Os textos gerais apresentam características distintas dos textos técnicos, como:

▪ Linguagem mais acessível e menos formal: Dependendo do tipo de texto, a escrita pode ser mais coloquial e envolvente.

Exemplo: People around the world are concerned about climate change. (Pessoas ao redor do mundo estão preocupadas com a mudança climática.)

▪ Uso de expressões idiomáticas e metáforas: Textos gerais frequentemente incluem expressões figuradas que podem ser difíceis de traduzir literalmente.

Exemplo: It's raining cats and dogs! (Está chovendo muito!)

Maior presença de opinião e argumentação: Diferente dos textos técnicos, que são objetivos, os textos gerais podem conter análises e argumentos pessoais do autor.

Desafios da Compreensão de Textos Gerais

Mesmo sendo mais acessíveis, os textos gerais podem apresentar desafios para leitores de inglês como segunda língua. Entre os principais desafios, destacam-se:

▪ Uso de linguagem figurada e expressões idiomáticas: Muitas expressões não possuem tradução direta e precisam ser aprendidas no contexto.

▪ Variedade de estilos de escrita: Diferentes gêneros textuais exigem diferentes formas de interpretação. Um artigo jornalístico, por exemplo, difere de uma história fictícia.

▪ Presença de tempos verbais complexos: Dependendo do texto, pode haver grande variação entre tempos verbais, como o Present Perfect ou o Past Perfect, que podem ser difíceis para aprendizes.

Estratégias para a Compreensão de Textos Gerais

A leitura eficiente de textos gerais pode ser aprimorada com algumas estratégias:

▪ Leitura global antes da leitura detalhada: Fazer uma leitura rápida do texto antes de tentar compreender cada detalhe ajuda a captar a ideia principal.

▪ Reconhecer a estrutura do texto: Entender se o texto é uma notícia, um artigo de opinião ou um ensaio pode orientar a interpretação.

▪ Identificar conectores lógicos: Palavras como however, therefore, on the other hand ajudam a compreender a relação entre as ideias.

▪ Praticar a leitura extensiva: Ler diferentes tipos de textos regularmente ajuda a expandir o vocabulário e a melhorar a fluência na leitura.

Comparação Entre Textos Técnicos e Gerais

Embora os textos técnicos e gerais tenham diferenças significativas, ambos exigem habilidades de leitura atenta e interpretação de contexto. A tabela abaixo resume as principais diferenças entre os dois tipos de texto:

Característica	Textos Técnicos	Textos Gerais
Objetivo	Informar de forma objetiva e especializada	Informar, entreter ou persuadir
Vocabulário	Técnico e específico	Mais variado e acessível
Estilo	Formal e impessoal	Pode ser formal ou informal
Estrutura	Sequencial e lógica	Pode ter estrutura flexível
Uso de opinião	Raramente	Frequentemente

A compreensão de textos em inglês, sejam eles técnicos ou gerais, é uma habilidade essencial que pode ser desenvolvida com prática e estratégias eficazes. Textos técnicos exigem conhecimento de terminologia específica e uma leitura mais analítica, enquanto textos gerais podem apresentar desafios relacionados a linguagem figurada e variação de estilos.

A exposição constante à leitura e o desenvolvimento de estratégias como a identificação de palavras-chave, a análise do contexto e o uso de recursos complementares são fundamentais para aprimorar essa competência. Com dedicação e prática, é possível melhorar a compreensão textual e utilizar o inglês de maneira mais eficaz em diferentes situações, seja no ambiente acadêmico, profissional ou cotidiano.

QUESTÕES

1. FGV - 2024

Experts say the rise of artificial intelligence will make most people better off over the next decade, but many have concerns about how advances in AI will affect what it means to be human, to be productive and to exercise free will

By Janna Anderson and Lee Rainie

Digital life is augmenting human capacities and disrupting eons-old human activities. Code-driven systems have spread to more than half of the world's inhabitants in ambient information and connectivity, offering previously unimagined opportunities and unprecedented threats. As emerging algorithm-driven artificial intelligence (AI) continues to spread, will people be better off than they are today?

The experts predicted networked artificial intelligence will amplify human effectiveness but also threaten human autonomy, agency and capabilities. They spoke of the wide-ranging possibilities; that computers might match or even exceed human intelligence and capabilities on tasks such as complex decision-making, reasoning and learning, sophisticated analytics and pattern recognition, visual acuity, speech recognition and language translation. They said "smart" systems in communities, in vehicles, in buildings and utilities, on farms and in business processes will save time, money and lives and offer opportunities for individuals to enjoy a more customized future.

Many focused their optimistic remarks on health care and the many possible applications of AI in diagnosing and treating patients or helping senior citizens live fuller and healthier lives. They were also enthusiastic about AI's role in contributing to broad public-health programs built around massive amounts of data that may be captured in the coming years about everything from personal genomes to nutrition. Additionally, a number of these experts predicted that AI would abet long-anticipated changes in formal and informal education systems.

Yet, most experts, regardless of whether they are optimistic or not, expressed concerns about the long-term impact of these new tools on the essential elements of being human. All respondents in this non-scientific canvassing were asked to elaborate on why they felt AI would leave people better off or not.

Many shared deep worries, and many also suggested pathways toward solutions. The main themes they sounded about threats and remedies are outlined in future reports.

<https://www.pewresearch.org/internet/2018/12/10/artificial-intelligence-and-the-future-of-humans/>

"They spoke of the wide-ranging possibilities; that computers might match or even exceed human intelligence and capabilities on tasks such as complex decision-making, reasoning and learning".

The use of "might" in this excerpt taken from TEXT can be understood as

- (A) an obligation.
- (B) an absence of obligation.
- (C) an advice.
- (D) a prohibition.
- (E) a possibility.

2. CESGRANRIO - 2024

McDonald's and Wendy's investors group demands fixes to franchisee child labor issues

1 A group of shareholders in fast food chains McDonald's and Wendy's wrote fiery letters to the companies, saying child labor violations at franchises are hurting the brand. In separate letters to the boards at the two restaurant chains, the investors reference The Washington Post reporting on child labor at McDonald's and Wendy's franchises as the reason for leadership to take urgent action. In essence, the investors argue that news coverage and increased public scrutiny of possible labor violations threaten the companies' bottom lines. Both letters were coordinated by the SOC Investment Group, an organization that manages union pensions.

2 The McDonald's investors say they represent over \$2.2 trillion in assets. Their letter highlights that McDonald's has had more than 2,300 child labor violations at more than 13,000 restaurants since 2013, according to the Post's reporting. And though these took place at franchised restaurants rather than corporate-owned ones, they say the board is responsible for a "lack of oversight" that "exposes shareholders to reputational and legal risks associated with repeated violations of child labor law." The letter demands the board institute a zero-tolerance policy with regard to child labor at franchises, that it empower an internal committee to oversee human rights issues, and that an independent human rights review of franchisees be released in December.

- 3 The letter sent to Wendy's is very similar. The group of investors claim to represent \$429.5 million in assets, and their letter also cites the Washington Post investigation, which found that Wendy's franchises have had some of the most child labor violations per restaurant in the fast food industry since 2020. Citing Labor Department data, the Post found that Wendy's franchises averaged nine violations per 100 restaurants, placing it among the top ten fast-food chains. The Wendy's investors' demands are nearly identical to those in the McDonald's letter, including the release of an independent report, but with the addition of annual progress reports thereafter.
- 4 Both letters cite an Alabama lawsuit, which names Wendy's and McDonald's restaurants among hundreds of employers allegedly relying on prison labor, to express concern that the respective boards are failing to "mitigate risks to the Company's reputation."
- 5 Neither company immediately responded to MSNBC's request for comment. The Washington Post notes that in response to similar letters sent last year: "In a previous statement to The Post, the company said the child-labor violations don't reflect the experience of most teenagers working in 'age-appropriate roles and looking for meaningful jobs in their local communities.'"
- 6 At least the companies' investors are showing some self-awareness: They understand that press coverage of the problems they mention in their letters is bad for business. Indeed, child labor has come into focus because of harrowing stories like those covered in the Post, but this issue is also in the news because conservative officials nationwide have been rolling back child labor regulations. So it's smart business, morally just and politically prudent to want to disassociate one's company from the exploitative practices laid out in these letters.

Available at: <https://www.msnbc.com/the-reidout/reidout-blog/mcdonalds-wendys-investors-child-labor-rcna151722>. Retrieved on: May 14, 2024. Adapted.

In the fragment of paragraph 4 of the text "Both letters cite an Alabama lawsuit", the word "both" could be replaced, with no change in meaning, by

- (A) some
- (B) about
- (C) the two
- (D) part of
- (E) only

3. CESGRANRIO - 2024

The new cost of living in New Mexico

- 1 ALBUQUERQUE, N.M. — Prices are going up in New Mexico, especially at the grocery store. A recent study found the average New Mexican family is spending up to \$286 on groceries per week – and even more when children are involved.
- 2 According to the U.S. Bureau of Labor Statistics, the average price for a pound of ground beef was \$5.56 last month. That's about 20 cents cheaper than back in July, but almost a full dollar more expensive than in January 2020 – right before the pandemic hit. It's a similar trend for milk, but a gallon is only about 50 cents more expensive than four years ago.
- 3 Eggs are half the price of what they were last winter, but that's because there was an avian flu outbreak. Most produce items, like tomatoes and bananas, have stayed around the same price for several years now. That's probably a good thing, because snacks are getting more expensive. Data shows the average bag of potato chips is almost \$2 more expensive than four years ago. The price of chocolate chip cookies is also up almost 40%. All of those small increments add up.
- 4 While it's not likely there will be a major drop in grocery prices soon, there is some potentially good news when it comes to your housing budget. Officials with the Apartment Association of New Mexico say there are at least 40 housing projects under construction in the Albuquerque area. That is expected to bring at least 5,000 rental units to the market in the coming months. State leaders are pitching in too, with several new bills opening up millions of dollars in funding for even more housing projects. The average rent in Albuquerque is sitting at \$1,340 a month – about \$400 higher than in January 2020. Economists suggest an increased housing supply could reduce prices for everyone.
- 5 There is also evidence that wage growth is happening. Data from the U.S. Bureau of Labor Statistics showed average hourly earnings increased by 1.4% since last January. It's worth noting wage growth rates have surpassed inflation rates since last February.

Available at: <<https://www.kob.com/new-mexico/the-new-cost-of-living-in-new-mexico/>>. Retrieved on: Mar 1, 2024. Adapted.

In the fragment of paragraph 4 “The average rent in Albuquerque is [...] about \$400 higher than in January 2020”, the word “higher” can be replaced, with no change in meaning, by

- (A) cheaper
- (B) better
- (C) taller
- (D) more manageable
- (E) more expensive

4. CESGRANRIO - 2024

Bob Dylan and the “Hot Hand”

For decades, there’s been a running academic debate about the question of “the hot hand”— the notion, in basketball, say, that a player has a statistically better chance of scoring from downtown if he’s been shooting that night with unusual accuracy. Put it this way: Stephen Curry, the point guard genius for the Golden State Warriors, who normally hits forty-four per cent of his threes, will raise his odds to fifty per cent or better if he’s already on a tear. He’s got a “hot hand.” If you watch enough N.B.A. ball, it appears to happen all the time. But does it? Thirty years ago, Thomas Gilovich, Amos Tversky, and Robert Vallone seemed to squelch the hot-hand theory with a stats-laden paper in the journal *Cognitive Psychology*, but, just last year, along came Joshua Miller and Adam Sanjurjo, marshalling no less evidence, to insist that an “atypical clustering of successes” in three-point shooting was not a “wide spread cognitive illusion” at all, but rather that it “occurs regularly.”

Steph Curry fans, who have been loyal witnesses to his improbable streaks from beyond the arc, surely agree with Professors Miller and Sanjurjo. But let’s assume that the debate, in basketball or at the blackjack table, remains open. What’s clear is that when it comes to the life of the imagination, the hot hand is a matter of historical fact. Novelists, composers, painters, and poets are apt to experience stretches of intense creativity that might derive from any number of factors — surrounding historical events, artistic rivalries, or, most mysteriously, inspiration — but the streak is undeniably there.

For Dylan, the greatest and most abundant songwriter who has ever lived, the most intense period of wild inspiration and creativity ran from the beginning of 1965 to the summer of 1966.

Before that fifteen-month period, Bob Dylan, who was twenty-three, had already transformed folk music, building on Woody Guthrie and Hank Williams. Now he was scribbling lyrics on pads and envelopes all night and listening to the Stones and the Beatles and feverishly reading the Surrealists and the Beats. In short order, he recorded the music for “Bringing It All Back Home” (the crossover to rock that ranges from “Mr. Tambourine Man” to “Subterranean Homesick Blues”); “Highway 61 Revisited” (the best rock album ever made; again, send your rebuttal to); and “Blonde on Blonde” (a double album recorded in New York and Nashville that includes “Visions of Johanna” and “Just Like a Woman”).

Full text available on <https://www.newyorker.com/culture/cultural-comment/bob-dylanand-the-hot-hand>

In the sentence “Steph Curry fans, who have been loyal witnesses to his improbable streaks from beyond the arc”, the word witnesses can be replaced, with no change in meaning, by

- (A) Naysayers.
- (B) Spectators.
- (C) Jurors.
- (D) Deponents.
- (E) Snitches.

5. CESPE / CEBRASPE - 2024

The roar of a waterfall suggests the power of water. Rampaging floodwaters can uproot strong trees and twist railroad tracks. When the power of water is harnessed, however, it can do useful work for humans.

Since ancient times, people have put the energy in the flow of water to work. They first made water work for them with the waterwheel, a wheel with paddles around its rim. Flowing water rotated the waterwheel, which in turn ran machinery that was linked to it. Today, new kinds of waterwheels — turbines — spin generators that produce electricity. Electricity from water-turned generators is known as hydroelectricity.

By building a dam across a river, the natural upstream water level is elevated and a difference in head is created that can be used to drive turbines and generate electricity. A large upstream reservoir may balance seasonal water flow; rain or melted snow can be stored in the reservoir during the wet season to provide electricity during dry seasons.

Waterpower is distributed unevenly among the continents and nations of the world. Europe and North America have developed much of their waterpower. Asia, South America, and Africa have abundant waterpower potential, but while countries such as China and Brazil have become leading hydroelectric producers, much of the waterpower resource on those continents remains undeveloped.

Elizabeth Lachner. *Hydroelectricity*. Rosen Publishing Group, 2018 (adapted).

In the third sentence of the second paragraph of text 18A3-I, the pronouns “which” and “it” are both replacing

- (A) “rim” (second sentence of the second paragraph).
- (B) “the waterwheel” (third sentence of the second paragraph).
- (C) “machinery” (third sentence of the second paragraph).
- (D) “Flowing water” (third sentence of the second paragraph).
- (E) “paddles” (second sentence of the second paragraph).

Leia o texto abaixo para responder as questões 6 e 7

Forthcoming innovation & trends in shipping industry

1 The shipping trends play a vital role in global trade, transporting goods worth trillions of dollars yearly. Population growth and continued urbanization will also lead to an increase in demand for maritime shipping services. The maritime shipping industry must continue to innovate and adopt new technologies to meet this increased demand. The following are some of the most promising trends and innovations currently taking place in the maritime shipping industry:

2 1. Green Technology - One of the most critical trends in maritime shipping is the move toward green technology. With increasing public awareness of the need to protect the environment, it is becoming increasingly crucial for maritime companies to adopt green practices. Maritime companies invest in cleaner-burning fuels such as LNG (liquefied natural gas). LNG produces significantly lower emissions than traditional marine fuels such as heavy fuel oil (HFO) and diesel. Some maritime companies are also experimenting with battery-powered ships to reduce emissions further. While battery-powered ships are not yet commercially viable on long voyages, they show great promise for use on shorter routes.

3 2. Electric Ships - Global maritime transport emits around 900 million tons of carbon dioxide annually, accounting for 2-3% of the world's total emissions. As the push for decarbonization gathers momentum, it is only a matter of time before electric ships become the norm.

4 3. Autonomous Ships - Another exciting trend in maritime shipping is the development of autonomous ships. Autonomous ships have the potential to revolutionize the industry. They offer many advantages over traditional vessels, including reduced operating costs, increased efficiency, and improved safety by reducing the need for manual labor onboard ships. In addition, automated systems are less susceptible to human error than their manual counterparts. While there are many regulatory hurdles to overcome before autonomous vessels can be deployed commercially, they are expected to eventually become a common sight in the world's oceans.

5 4. Blockchain - Blockchain technology is also beginning to make its way into the maritime shipping industry. Blockchain offers several potential benefits for maritime companies, including improved tracking of shipments and real-time visibility of their location- this would minimize delays caused by lost or misplaced cargo, reduce paperwork, and increase transparency throughout the supply chain. Moreover, blockchain-based smart contracts could automate many administrative tasks related to shipping, such as documentation and billing.

6 5. Big data and predictive analytics - Another major trend transforming maritime shipping is the increasing use of big data and predictive analytics. The shipping industry generates vast amounts of data that can be extremely valuable if analyzed correctly. Big data analytics can improve everything from route planning to fuel consumption. By harnessing the power of data, shipping companies can optimize their operations, reduce costs, and enhance safety and security. Predictive analytics is particularly valuable for identifying potential problems before they occur, such as equipment failures or weather hazards.

7 6. Cybersecurity - Cybersecurity is a growing concern for maritime companies due to the increased reliance on digital systems and networks. As the shipping industry becomes increasingly digitized, companies must implement robust cybersecurity measures to protect their vessels and cargo from attack. Ships are now equipped with everything from satellite communications to remote monitoring capabilities, all of which create potential cyber vulnerabilities.

8 Conclusion - The maritime shipping news is undergoing a period of significant change, with new technologies and trends emerging that have the potential to revolutionize the way that we ship goods around the world.

Available at: <https://maritimefairtrade.org/6-forthcoming-innovation-trends-in-the-shipping-industry/> Retrieved on April 22, 2023. Adapted.

6. CESGRANRIO - 2023

The word or expression in parenthesis, adequately related to the highlighted expressions in the excerpts below is:

- (A) "Natural fiber lines are biodegradable, but are susceptible to rot..." (to grow)
- (B) "Wire ropes are preferred for larger vessels in harsh environments. Applications consist of towing and anchoring operations" (hauling)
- (C) "Double braided lines are made of a core of high - strength fibers,..." (border)
- (D) "Seafarers and docking personnel use kevlar lines in demanding applications, such as offshore mooring and towing operations..." (in the continent)
- (E) "Synthetic lines are strong, durable... have a high strength-to-weight ratio and can handle loads up to 50 times their weight..." (addition of strength and weight)

7. CESGRANRIO - 2023

In the text fragment in the sixth paragraph of the text "Predictive analytics is particularly valuable for identifying potential problems before they occur, such as equipment failures or weather hazards" the words in bold can be replaced, without change in meaning, by

- (A) errors – curses
- (B) flaws – dangers
- (C) feats – menaces
- (D) faults – blessings
- (E) deeds – chances

8. FGV - 2023

READ THE TEXT AND ANSWER THE QUESTION:

Chatbots could be used to steal data, says cybersecurity agency

The UK's cybersecurity agency has warned that there is an increasing risk that chatbots could be manipulated by hackers.

The National Cyber Security Centre (NCSC) has said that individuals could manipulate the prompts of chatbots, which run on artificial intelligence by creating a language model and give answers to questions by users, through "prompt injection" attacks that would make them behave in an unintended manner.

The point of a chatbot is to mimic human-like conversations, which it has been trained to do through scraping large amounts of data. Commonly used in online banking or online shopping, chatbots are generally designed to handle simple requests.

Large language models, such as OpenAI's ChatGPT and Google's AI chatbot Bard, are trained using data that generates human-like responses to user prompts. Since chatbots are used to pass data to third-party applications and services, the NCSC has said that risks from malicious "prompt injection" will grow.

For instance, if a user inputs a statement or question that a language model is not familiar with, or if they find a combination of words to override the model's original script or prompts, the user can cause the model to perform unintended actions.

Such inputs could cause a chatbot to generate offensive content or reveal confidential information in a system that accepts unchecked input.

According to the NCSC, prompt injection attacks can also cause real world consequences, if systems are not designed with security. The vulnerability of chatbots and the ease with which prompts can be manipulated could cause attacks, scams and data theft. The large language models are increasingly used to pass data to third-party applications and services, meaning the risks from malicious prompt injection will grow.

The NCSC said: "Prompt injection and data poisoning attacks can be extremely difficult to detect and mitigate. However, no model exists in isolation, so what we can do is design the whole system with security in mind."

The NCSC said that cyber-attacks caused by artificial intelligence and machine learning that leaves systems vulnerable can be mitigated through designing for security and understanding the attack techniques that exploit "inherent vulnerabilities" in machine learning algorithm.

Adapted from: The Guardian, Wednesday 30 August 2023, page 4.

"If" in "if they find a combination of words" (5th paragraph) signals a:

- (A) contrast;
- (B) condition;
- (C) conclusion;
- (D) comparison;
- (E) consequence.

9. FGV - 2022

Behind the rise of ransomware

The story of the ransomware surge is the story of the discovery, professionalization, and growth of the targeted attack extortion model. Prior to 2016, most ransomware campaigns targeted a large and effectively random pool of end users. This "spray-and-pray" business model privileged quantity over quality, meaning ransomware actors spent less time focusing on how to apply pressure on a given victim and more time trying to reach as many victims as possible. Until the tail end of this period, ransomware did not generate enormous profits. Being a second-tier avenue of cybercrime, it failed to attract as much talent or activity as it would in the years to come.

Ransomware experienced its first period of significant growth between 2013 and 2016, when refinements to ransomware payloads, the emergence of virtual currencies, and enhanced anti-fraud measures from banks and cybersecurity vendors increased the profitability of digital extortion relative to other common avenues of cybercrime. What happened next remains unclear, but with more activity concentrating on ransomware, criminals appear to have learned how easy it was to extort organizations before piecing together how lucrative these attacks could be. Regardless, between 2016 and 2019, established cybercriminal gangs entered the targeted ransomware business en masse.

From that point until the summer of 2021, cybercriminals invested growing time and resources to improve the targeted extortion model. During this period, digital extortion became more profitable because cybercriminal gangs and cybercrime markets reoriented around a near limitless demand for targeted ransomware. Moreover, as criminals learned how to best extract revenue from victims, they launched increasingly disruptive ransomware attacks.

[...]

Even though it is tempting to hope that we are just one diplomatic agreement, one technological leap, or one regulation away from its elimination, targeted ransomware is here to stay. As with other forms of crime, the government can expect better outcomes by planning how to manage the issue over time rather than searching for quick and complete solutions.

Adapted from: https://www.atlanticcouncil.org/wpcontent/uploads/2022/08/Behind_the_rise_of_ransomware.pdf

The word "Regardless" in "Regardless, between 2016 and 2019, established cybercriminal gangs entered the targeted ransomware business en masse" is similar in meaning to

- (A) Soon.
- (B) Anyway.
- (C) Scarcely.
- (D) Although.
- (E) Conversely.

Leia o texto a seguir para responder as questões 10, 11 e 12

10. Quadrix - 2023

1 Nowadays, occupational therapists have access to many technological features that aid patients in overcoming their physical limitations.⁴ While many traditional OT methods are still highly effective, using technology can help with patient engagement, especially in the case of young children. ⁷For example, a child whose treatment includes drawing or coloring can use an iPad, instead of crayons, messy markers and coloring books to practice these skills. ¹⁰Elderly patients can use virtual assistants, like Alexa or Siri, to control their environment without having to get up or ask others for help. While teaching patients ¹³how to use a virtual assistant may sound unconventional, keep in mind the goal of occupational therapy is to help someone become more independent, which is something ¹⁶a virtual assistant does.

Internet: (with adaptations).

The modal verb in “can use an iPad” (line 8) indicates

- (A) ability.
- (B) possibility.
- (C) permission.
- (D) request.
- (E) obligation.

11. Quadrix - 2023

Choose the opposite adjective to “Elderly” (line 10).

- (A) ancient
- (B) aged
- (C) old
- (D) mature
- (E) young

12. Quadrix - 2023

The verb “does” (line 16) in “which is something a virtual assistant does” (lines 15 and 16) is conjugated in the 3rd person singular to agree with the subject

- (A) virtual assistant (line 13).
- (B) someone (line 15).
- (C) patients (line 12).
- (D) something (line 15).
- (E) independent (line 15).

Leia o texto a seguir para responder as questões 13, 14 e 15

The Bizarre Story of the Swedish Warship “Vasa”

01 Vasa was the world’s most high-tech warship when it set sail. Today, it’s a resource for
02 naval historians and archaeologists – and a tale that haunts those who seek to design new
03 technology. Despite being one of the Swedish navy’s biggest achievements, Vasa sank within
04 twenty minutes of setting sail, on August 10, 1628. When it left Stockholm Harbor, the warship
05 survived the first blast of wind it encountered, but not the second. The sinking took place nowhere
06 near an enemy. In fact, it sank in full view of a horrified public, gathered to see off their navy’s –
07 and Europe’s – most ambitious warship to date.

08 Vasa was covered in wooden carvings that told stories about the Swedish royal family, and
09 most importantly the king, Gustav II Adolf. It was the king who ordered the ship, which carried
10 an unprecedented 64 bronze cannons. Soon after, an investigation concluded that the ship had
11 been unstable, but the reasons behind the instability have remained a point of debate over the
12 centuries. Archaeologists think it sank because the gun deck was far too heavy – the result of a
13 design made by someone with no experience building such a well-armed ship. It didn’t help that
14 the king rushed the building process.

15 Although Vasa ____ (not work) out well for Gustav II Adolf, it's a paradise for archaeologists:
 16 the cold, oxygen-poor water of the Baltic Sea ____ (protect) Vasa from the bacteria and worms
 17 that usually digest wooden wrecks, and perhaps 95 percent of Vasa's wood ____ (be) intact when
 18 Sweden finally ____ (raise) the wreck in 1961. Now that the ship is stable, investigators have
 19 worked to uncover why it sank. The events of 1628 had such a big impact that the sinking is a
 20 case study business experts still read about. The management world has a name for human
 21 problems of communication and management that cause projects to founder and fail – Vasa
 22 syndrome. There was an overemphasis on the ship's elegance and firepower and reduced
 23 importance on its seaworthiness and stability.
 24 The remains of the ship can be found in Stockholm's Vasa Museum. According to the
 25 museum, it is the only preserved 17th-century ship in the world, and the museum is a place for
 26 historical and anthropological study as well as for visitors from around the globe.

(Available at: <https://www.smithsonianmag.com/smart-news/bizarre-story-vasa-ship-keeps-giving-180964328/> – text especially adapted for this test).

13. FUNDATEC - 2023

To rewrite the sentence "It is the only preserved 17th-century ship in the world" from the text in the interrogative simple present structure, the correct word order is:

- (A) Does it be the only preserved 17th-century ship in the world?
- (B) Is it the only preserved 17th-century ship in the world?
- (C) Do it is the only preserved 17th-century ship in the world?
- (D) Was it the only preserved 17th-century ship in the world?
- (E) Has it been the only preserved 17th-century ship in the world?

14. FUNDATEC - 2023

The underlined structure in the excerpt "the reasons behind the instability have remained a point of debate over the centuries" (l. 11-12) is in the present perfect tense. Considering this verb tense uses and the context in the article, we can say the action is/was:

- (A) Incomplete – people still do not know for sure what caused the instability.
- (B) Complete – archeologists concluded it was caused by the overweigh.
- (C) About to be completed – scientists are close to an exact answer.
- (D) Incomplete and will never be completed – specialists do not think they will find an answer.
- (E) Recently completed – it was possible to investigate when the ship was taken out of the sea.

15. FUNDATEC - 2023

Mark the alternative that best fills out the blanks in the text in order, using the simple past form of the verbs in the braces.

- (A) doesn't work – did protect – had been – raised
- (B) worked not – protected – was been – rose
- (C) did not work – did protect – was – have raised
- (D) worked not – had protected – was – had rose
- (E) didn't work – protected – was – raised

16. Exército - 2022

Social Media: a Gold Mine for Scammers in 2021

Social media permeates the lives of many people – we use it to (1) _____ in touch, (2) _____ new friends, shop, and (3) _____ fun. But reports to the FTC (Federal Trade Commission) show that social media is also increasingly where scammers go to trick us. More than one in four people who reported losing money to fraud in 2021 said it started on social media with an ad, a post, or a message. More than 95,000 people reported about \$770 million in losses to fraud initiated on social media platforms in 2021.

For scammers, there's a lot to like about social media. It's a low-cost way to reach billions of people from anywhere in the world. It's easy to manufacture a fake persona, or scammers can hack into an existing profile to get "friends" to trick. There's the ability to study the personal details people share on social media and target people with false ads based on details such as their age, interests, or past purchases.

Reports make clear that social media is a tool for scammers in investment scams, particularly cryptocurrency investments. After investment scams, FTC data point to romance scams as the second most profitable fraud on social media. Losses to romance scams have climbed to record highs in recent years. While investment and romance scams top the list on dollars lost, the largest number of reports came from people who said they were scammed trying to buy something they saw marketed on social media. Some reports even described ads that impersonated real online retailers that drove people to lookalike websites.

There are many other frauds on social media and new ones are popping up all the time. To minimize your risk, decline friend requests from people you don't know, limit who can see your posts and personal information, be thoughtful about what you share online, and take care with suspect links.

Adapted from <https://www.ftc.gov/news-events/blogs/data-spotlight/2022/01/social-media-gold-mine-scammers-2021>.

Choose the alternative with verbs that respectively complete gaps (1), (2) and (3) in the correct way.

- (A) have, go, do
- (B) keep, do, make
- (C) make, keep, have
- (D) do, make, go
- (E) keep, make, have

17. INSTITUTO AOCP - 2022

What is the Difference Between Checking and Savings Accounts?

The main difference between checking and savings accounts is that checking accounts are primarily for accessing your money for daily use while savings accounts are primarily for saving money. Checking accounts are considered "transactional," meaning that they allow you to access your money when and where you need it. While both allow you to access your money, you may consider it easier to do so with checking accounts. Since these accounts are designed to give you easy access to your cash, they often come with debit cards, checks, and even offer digital payment options. In contrast, savings accounts have a limit on the number of withdrawals you can make each month.

While checking accounts are convenient for daily cash needs, it's important to remember that they may be age restricted. Most banks won't allow people under the age of 18 to open a checking account without a parent or legal guardian as a co-owner of the account. Before opening a checking account, make sure that its terms fit your financial needs and your lifestyle.

When it comes to setting aside money for a longterm need or goal, you should consider a savings account. Savings accounts are designed to hold money over a long period of time to help you save for larger goals (rather than everyday purchases). As your money stays in the account, it will accrue interest and grow over time. This means that you will need to visit your bank, set up a transfer online, or make an ATM withdrawal to access your money.

Keeping some of your money in a savings account is a great way to set it aside for emergencies or large purchases – its limited access will keep you from spending it on day-to-day necessities. There are also dedicated savings accounts for kids, though a parent or guardian is usually required as a joint owner.

(Adapted from: <https://www.santanderbank.com/personal/resources/checkingsavings/difference-between-checkingsavings#:~:text=The%20main%20difference%20between%20checking,and%20where%20you%20need%20it>)

Pay close attention to the terms/idioms that are underlined in the five following sentences:

- I. While both allow you to access your money, you may consider it easier to do so with checking accounts (1st paragraph).
- II. In contrast, savings accounts have a limit on the number of withdrawals you can make each month (1st paragraph).
- III. Most

banks won't allow people under the age of 18 to open a checking account without a parent or legal guardian as a co-owner of the account (2nd paragraph). IV. When it comes to setting aside money for a long-term need or goal, you should consider a savings account (3rd paragraph). V. There are also dedicated savings accounts for kids, though a parent or guardian is usually required as a joint owner (4th paragraph).

Now, choose the alternative that classifies these terms correctly and matches them with an appropriate synonym.

(A) In sentence I, the term "while" is used as a conjunction to connect two contrasting ideas and it could be replaced by "rather than" with no loss in meaning.

(B) In sentence II, the idiom "in contrast" is being used to say that the following idea is very different from the previous one, and it could be replaced by "notwithstanding" with no loss in meaning.

(C) In sentence III, the term "without" is used as a preposition and it could be replaced by "alongside" with no loss in meaning.

(D) In sentence IV, the idiom "when it comes to" is being used to identify the topic that is being talked about, and it could be replaced by "regarding" with no loss in meaning.

(E) In sentence V, the term "though" is used as a conjunction, and it could be replaced by "furthermore" with no loss in meaning.

18. Quadrix - 2022

In case you have a frozen screen, you should restart the computer. Doing so gives your system a chance to reset and start fresh. The best way to restart a frozen computer is to hold the power button down for five to 10 seconds.

Internet: <<https://www.asurion.com/>>.

In the text above, the modal verb "should" expresses

- (A) permission/request.
- (B) ability.
- (C) prohibition.
- (D) suggestion/advice.
- (E) obligation/necessity.

19. UEG - 2021

Water on the Moon could sustain a lunar base

Having dropped tantalizing hints days ago about an "exciting new discovery about the Moon", the US space agency has revealed conclusive evidence of water on our only natural satellite. And this "unambiguous detection of molecular water" will boost Nasa's hopes of establishing a lunar base.

The aim is to sustain that base by tapping into the Moon's natural resources. The findings have been published as two papers in the journal Nature Astronomy. Unlike previous detections of water in permanently shadowed parts of lunar craters, scientists have now detected the molecule in sunlit regions of the Moon's surface.

Speaking during a virtual teleconference, co-author Casey Honniball, postdoctoral fellow at Nasa's Goddard Space Flight Center in Maryland, said: "The amount of water is roughly equivalent to a 12-ounce bottle of water in a cubic metre of lunar soil." Her Nasa colleague Jacob Bleacher, from the agency's human exploration directorate, said researchers still needed to

understand the nature of the watery deposits. This would help them determine how accessible they would be for future lunar explorers to use.

And while there have previously been signs of water on the lunar surface, these new discoveries suggest it is more abundant than previously thought. "It gives us more options for potential water sources on the Moon," said Hannah Sargeant, a planetary scientist from the Open University in Milton Keynes, on BBC News.

The first of these new discoveries was made from an airborne infrared telescope known as Sofia. This observatory, on board a modified Boeing 747, flies above much of Earth's atmosphere, giving a largely unobstructed view of the Solar System.

Using this infrared telescope, researchers picked up the "signature" colour of water molecules. The researchers think it is stored in bubbles of lunar glass or between grains on the surface that protect it from the harsh environment. In the other study, scientists looked for permanently shadowed areas - known as cold traps - where water could be captured and remain permanently. They found these cold traps at both poles and concluded that approximately 40,000 kilometres squared of the lunar surface has the capacity to trap water.

What does this discovery mean? According to Dr Sargeant this discovery mean that this could broaden the list of places where we might want to build a lunar base. There are quite a few one-off missions to the Moon's polar regions coming up in the next few years. In the longer term, there are plans to build a permanent habitation on the lunar surface.

"We were going to go to the Moon anyway", said the Open University researcher. This study gives Nasa some time to do some investigation, but it doesn't give it much time because and the US space agency is already working on Moon base ideas and where they are going to go and it is promising.

Experts say that water-ice could form the basis of a future lunar economy, once we've figured out how to extract it. Definitely, it would be much cheaper to make rocket fuel on the Moon than send it from Earth. So when future lunar explorers want to return to Earth, or travel on to other destinations, they could turn the water into the hydrogen and oxygen commonly used to power space vehicles.

Re-fuelling at the Moon could therefore bring down the cost of space travel and make a lunar base more affordable and a potential lunar settlement is on the way to become into a reality.

Disponível em: <https://www.bbc.com/news/science-environment-54666328>. Acesso em: 27 out. 2020.

Analisando-se os aspectos linguísticos da língua inglesa presentes no texto, constata-se que

(A) a sentença scientists looked for permanently shadowed area, em sua forma negativa, seria "scientists didn't looked for permanently shadowed area."

(B) a sentença there are plans to build a permanent habitation, na forma interrogativa, seria "there aren't any plans to build a permanent habitation"

(C) em the list of places where we might want to build a lunar base, o termo "might" pode ser substituído por "must", sem alteração de sentido.

(D) em said researchers still needed to understand, o termo still pode ser substituído por "also", sem provocar alteração de sentido.

(E) a sentença They found these cold traps at both poles, na voz passiva, seria "these cold traps were found at both poles"

20. UFSM - 2021

Daniel Ferreira, 24, is a guy who had to learn to overcome expectations from the day he was born, without his arms, due to a treatment with thalidomycin that his mother had to do during pregnancy. "Some relatives did not bet a chip on me; they saw me as a poor thing," he says. It turns out that he did not put any brakes on any ambition, he did very well in life and, painting with his feet and mouth, he became a fine artist.

About the International Day of People with Disabilities, celebrated last Wednesday (3), he says: "Unfortunately, we still need special days to remember minorities, such as blacks, homosexuals and the disabled. Brazil is not prepared in any way to meet the needs of people with disabilities. There is no accessibility. Neither public nor private schools have a structure. We still have a lot to fight for".

The boy speaks properly on the subject, since he had to fight hard to be able to study in a regular public school, from the age of seven. The principal argued that the state institution was not supported to receive a student with a disability. His father, Francisco, was the one who had to build a special desk, without State aid, so that Daniel could write with his feet.

(Fonte: Texto Adaptado. Disponível em: <<https://www.vidamaislivre.com.br/2014/12/04/conheca-daniel-ferreira-o-artista-que-pinta-com-os-pes-e-aboca/>>.

Acesso em: 15 dez. 2020).

Considerando o terceiro parágrafo do texto, assinale a alternativa que indica corretamente o tempo verbal predominante nas frases destacadas.

"(...) Since he had to fight hard to be able to study in a regular public school, from the age of seven. The principal argued that the state institution was not supported to receive a student with a disability. His father, Francisco, was the one who had to build a special desk, without State aid, so that Daniel could write with his feet".

(A) Simple Past Tense.

(B) Simple Present Tense.

(C) Simple Future Tense.

(D) Past Perfect Tense.

(E) Present Perfect Tense.

GABARITO

1	E
2	C
3	E
4	B
5	B
6	B
7	B
8	B
9	B
10	B
11	E
12	A
13	B
14	A
15	E
16	E
17	D
18	D
19	E
20	A

ANOTAÇÕES

LÍNGUA INGLESA - ESPECIALIDADES

GRAMÁTICA: SUBSTANTIVOS: GÊNERO, SINGULAR E PLURAL, COMPOSTO, CONTÁVEL E INCONTÁVEL E FORMA POSSESSIVA

O estudo da gramática inglesa é essencial para a compreensão e o uso correto da língua em diferentes contextos. Entre os elementos fundamentais estão os substantivos (nouns), que nomeiam pessoas, lugares, objetos e ideias. Os substantivos apresentam diferentes categorias, incluindo variações de gênero, formas compostas e flexões específicas. Além disso, a construção do vocabulário é enriquecida pelo conhecimento de sinônimos e antônimos, que ajudam a diversificar a comunicação e evitar repetições desnecessárias.

Outro aspecto importante da gramática inglesa são as question tags, estruturas utilizadas para confirmar informações em uma conversa. Além disso, o entendimento de prefixos e sufixos é crucial para expandir o vocabulário e compreender a formação das palavras, permitindo a construção de termos mais complexos a partir de radicais já conhecidos.

Neste estudo, abordaremos detalhadamente cada um desses tópicos, analisando suas características, usos e particularidades na língua inglesa.

Substantivos na Língua Inglesa

Os substantivos (nouns) desempenham um papel central na estrutura das frases, pois são responsáveis por nomear elementos essenciais da comunicação. Eles podem ser classificados de diversas maneiras, como em contáveis e incontáveis, próprios e comuns, concretos e abstratos. Neste estudo, focaremos nas variações de gênero e na formação de substantivos compostos.

Gênero dos Substantivos

Diferentemente do português, em que os substantivos podem ter flexão de gênero marcada por terminações específicas (-o e -a, por exemplo), o inglês não apresenta um sistema de gêneros gramaticais tão explícito. A maioria dos substantivos é neutra, sem distinção de forma para masculino e feminino. No entanto, há algumas formas que indicam gênero, especialmente em palavras relacionadas a profissões, relações familiares e seres vivos.

Substantivos com formas distintas para cada gênero:

Man → Woman (Homem → Mulher)

Father → Mother (Pai → Mãe)

King → Queen (Rei → Rainha)

Actor → Actress (Ator → Atriz – menos usado no inglês moderno, que prefere “actor” para ambos os gêneros.)

Substantivos com o mesmo termo para ambos os gêneros:

Teacher (Professor[a])

Doctor (Médico[a])

Artist (Artista)

Uso de palavras que indicam gênero de forma opcional:

Waiter (garçom) → Waitress (garçonete) (Embora “server” seja mais neutro.)

Steward (comissário de bordo) → Stewardess (comissária de bordo) (Atualmente, usa-se “flight attendant” como termo neutro.)

O inglês moderno tem se afastado da marcação de gênero em muitas profissões e papéis sociais, optando por formas neutras para promover maior inclusão e evitar estereótipos.

Substantivos Compostos (Compound Nouns)

Os substantivos compostos são aqueles formados por duas ou mais palavras combinadas para criar um novo significado. Eles podem ser escritos de três maneiras diferentes:

Palavras separadas: post office (correios), high school (ensino médio), full moon (lua cheia)

Palavras hifenizadas: mother-in-law (sogra), self-esteem (autoestima), check-in (registro de entrada)

Palavras unidas: notebook (caderno), airport (aeroporto), blackboard (quadro-negro)

O significado dos substantivos compostos nem sempre é dedutível a partir das palavras que os formam. Por exemplo, hotdog não significa literalmente “cachorro quente”, mas sim “cachorro-quente” no sentido de um tipo de lanche.

Os substantivos compostos também podem sofrer variação no plural. Quando o segundo elemento é o núcleo do significado, ele recebe a marcação de plural:

Toothbrush → Toothbrushes (Escova de dente → Escovas de dente)

Brother-in-law → Brothers-in-law (Cunhado → Cunhados)

O estudo dos substantivos compostos facilita a expansão do vocabulário e a compreensão de novas palavras sem a necessidade de memorização excessiva.

Existem várias maneiras de classificar os substantivos. Uma delas é se eles são substantivos contáveis (também conhecidos como countable) ou incontáveis (também conhecidos como uncountable). Substantivos contáveis, como o termo sugere, referem-se a itens que podem ser contados.

Observe nos exemplos a seguir as formas singulares e plurais:

- table, tables; (mesa, mesas)
- month, months; (mês, meses)
- pen, pens. (caneta, canetas)

Em geral, um substantivo contável se torna plural adicionando -s no final da palavra. Mas há exceções, como as dos exemplos a seguir:

- man, men; (homem, homens)
- child, children; (criança, crianças)
- goose, geese. (ganso, gansos)

Em contraste, substantivos incontáveis não podem ser contados. Eles têm uma forma singular e não têm plural, ou seja, você não pode adicionar um -s à palavra para torná-la plural, pois geralmente já fala de um conjunto que não se pode contar numericamente. Por exemplo:

- dirt; (sujeira)
- rice; (arroz)
- information; (informação)
- hair. (cabelo)

Alguns substantivos incontáveis são abstratos, como advice (conselho) e knowledge (conhecimento).

- Her jewellery is designed by a well-known celebrity. (Suas joias são desenhadas por uma famosa celebridade.)
- I needed some advice, so I went to see the counsellor. (Eu precisava de alguns conselhos, então fui ver o conselheiro)

Alguns substantivos podem ser contáveis ou incontáveis, dependendo do contexto ou da situação.

- We'll have two coffees. (Nós vamos querer dois cafés) - contável
- I don't like coffee (Eu não gosto de café) – incontável

Você não pode se referir a um substantivo contável singular sozinho. Geralmente é usado precedido por um artigo. Artigos referem-se a artigos indefinidos a, an (um, uma) e o artigo definido the (o, a).

Quando o substantivo contável é mencionado pela primeira vez, você usa um artigo indefinido a (um, uma) para palavras que começam com som de consoante ou an (um, uma) se o substantivo começa com som de vogal. No entanto, quando um substantivo contável é mencionado pela segunda vez, geralmente é precedido pelo artigo definido the.

▪ I saw a (artigo indefinido) cat yesterday. The (artigo definido) cat was grey with black stripes. (Eu vi um gato ontem. O gato era cinza com listras brancas)

Às vezes, quando substantivos incontáveis são tratados como substantivos contáveis, você pode usar o artigo indefinido.

- Please select a wine that you like. (Por favor, selecione um vinho que você gosta.)

O artigo indefinido não é usado com substantivos incontáveis. Em vez disso, o artigo definido the pode ser usado com substantivos incontáveis ao se referir a itens específicos.

▪ I found the luggage that I had lost. I appreciated the honesty of the salesman. (Encontrei a bagagem que havia perdido. Apreciei a honestidade do vendedor.)

Você pode usar the com substantivos contáveis quando existe apenas uma coisa ou pessoa na oração.

- The baby stared at the moon in fascination. (O bebê olhou fascinado para a lua.)
- Please take me to the doctor near the market. I'm not feeling well. (Por favor, leve-me ao médico perto do mercado. Eu não estou me sentindo bem.)

Countable				Uncountable			
							
bun	sandwich	apple	orange	bread	fruit	juice	meat
							
burguer	fries	eggs	salad	rice	cereal	jam	milk
							
vegetables	cookies	potatoes		coffee	sugar	flour	olive oil
							
tomato	carrot	hot dog	candies	salt	soup	tea	cottage cheese
							
olives	peanuts	pancakes	onion	pasta	honey	water	cheese
							
watermelon	peas	cherries	grapes	butter	seafood	mustard	

— Possessive case

O caso possessivo mostra propriedade. Com a adição de 's (ou às vezes apenas o apóstrofo), um substantivo pode mudar de uma simples pessoa, lugar ou coisa para uma pessoa, lugar ou coisa que possui algo. Existem algumas maneiras diferentes de formar o possessivo de um substantivo. Discutiremos essas maneiras abaixo.

Se o substantivo não terminar com s, adicione 's ao final do substantivo. Veja os seguintes exemplos:

- This is John and his cat. The cat is John's pet. (Este é John e seu gato. O gato é o animal de estimação de John.)
- This is Anna and her black purse. This is Anna's black purse. (Esta é Anna e sua bolsa preta. Esta é a bolsa preta de Anna.)
- This restroom is for men. This is the men's room. (Este banheiro é para homens. Este é o banheiro masculino.)
- This hospital aisle is for children. This is the children's aisle (Esta ala do hospital é para crianças. Esta é a ala das crianças.)

Adicionamos outro 's para a forma possessiva de um nome que termina com s? O que está correto, Chris's chair ou Chris' chair? James's car ou James' car? Na verdade, as duas formas estão corretas. Se um nome próprio termina com um s, você pode adicionar apenas o apóstrofo ou um apóstrofo e um s. Veja os exemplos abaixo para uma ilustração desse tipo de substantivo possessivo.

- You're sitting in Chris' chair. / You're sitting in Chris's chair.
(Você está sentado na cadeira do Chris)
- Have you seen James' car? / Have you seen James's car?
(Você viu o carro de James?)
- Where is Jess' book bag? / Where is Jess's book bag?
(Onde está a mochila de livros da Jess?)
- I'm in Ms. Jones' class this year. / I'm in Ms. Jones's class this year.
(Estou na turma da Sra. Jones este ano.)

Mas quando você tem um substantivo plural que termina em s, adicione apenas o apóstrofo. Isso também é verdade quando você tem um nome próprio que é plural.

– This is the boys' bedroom. (Este é o quarto dos meninos.)

– My parents' house is a lovely old one. (A casa dos meus pais é linda e antiga.)

– The scissors' handles just snapped off. (Os cabos da tesoura acabaram de se soltar.)

– The Jeffersons' yard is always beautifully landscaped. (O quintal dos Jeffersons sempre tem um belo paisagismo.)

ADJETIVOS: POSIÇÃO, GRAU DE COMPARAÇÃO, SINÔNIMOS E ANTÔNIMOS

Os adjetivos são palavras que caracterizam os substantivos com o objetivo de expressar o estado, a condição, a qualidade ou o defeito deles. Eles podem possuir diferentes usos dependendo do grau, podendo estabelecer relações comparativas ou superlativas. Curiosamente, em inglês não há variação quanto ao gênero (masculino e feminino) e número (singular e plural), como ocorre na língua portuguesa. Sendo assim, a grande maioria dos adjetivos são usados para qualquer substantivo, seja ele no masculino ou no feminino, no singular ou no plural. Os adjetivos sempre são apresentados antes do substantivo em inglês. Veja a seguir alguns exemplos:

- Those lazy boys don't help at home.
(Aqueles meninos preguiçosos não ajudam em casa)
- Mary and John adopted three black dogs.
(Mary e John adotaram três cachorros pretos)
- Which brownie do you prefer: the small chocolate-chip ones or the big chocolate ones?
(Quais brownies você prefere: os pequenos de pepitas de chocolate ou os grandes de chocolate?)

Conjunção	Exemplo	Tradução
And	She went to the store and bought some fruits.	Ela foi ao mercado e comprou algumas frutas
But	He loved talking but he felt shy.	Ele amava conversar, mas ele se sentiu tímido.

So	Mark was thirsty, so he stopped to drink some water before running.	Mark estava com sede, então ele parou para beber um pouco de água antes de correr.
Although	Although she was tired, she went for a walk	Embora ela estivesse cansada, ela foi caminhar.
Or	Would you rather stay home or go to the mall?	Você prefere ficar em casa ou ir para o shopping?
However	They were willing to start, the rain, however , poured outside.	Eles estavam dispostos a começar, a chuva, porém , caía lá fora.
Therefore	Our class is over, therefore we can discuss it on Monday.	Nossa aula acabou, sendo assim podemos discutir isso na segunda-feira.
Because	He didn't text me because his phone was broken.	Ele não me mandou mensagem porque seu celular estava quebrado.
If	I'll only go if you come with me.	Eu só vou se você for comigo.
Since	Since you're going to the kitchen, could you fetch me some water?	Já que você está indo à cozinha, você poderia me arranjar um pouco de água?

Na língua inglesa, existem duas diferentes classes de adjetivos, cada qual possui sua correta posição diante do substantivo que acompanha segundo seu propósito. São eles os adjetivos formados pelo gerúndio, os quais são palavras terminadas em -ING, e os adjetivos formados pelo particípio, terminadas em -ED.

Os adjetivos formados pelo gerúndio possuem um sentido ativo, o qual indica uma característica ou atributo do substantivo em questão, enquanto os adjetivos formados pelo particípio são marcados por um sentido passivo, o qual indica o sentimento do substantivo diante de algo. Confira alguns exemplos a seguir:

Gerúndio	She was an interesting woman.	Ela era uma mulher interessante
Particípio	She was interested in politics and science	Ela era interessada em política e ciência

Gerúndio	<i>The play is fascinating.</i>	A peça de teatro é fascinante
Particípio	<i>He got fascinated by the actors performance.</i>	Ele ficou fascinado com a atuação dos atores
Gerúndio	<i>Joe's classes are so boring</i>	As aulas do Joe são tão entediantes.
Particípio	<i>I get completely bored during his classes.</i>	Eu fico completamente entediado durante as aulas dele.
Gerúndio	<i>My sister's ticks are annoying.</i>	Os tiques da minha irmã são irritantes.
Particípio	<i>My dad was always annoyed at the noise.</i>	Meu pai estava sempre irritado com o barulho.

Outro uso dos adjetivos em inglês, além do básico objetivo de qualificar substantivos, é fazer comparações. Observe o uso do grau comparativo por meio de adjetivos:

Com o sentido de igualdade ou semelhança na comparação, usa-se as... as na afirmativa, com o adjetivo em questão posto ao meio de ambas as palavras, e na negativa usa-se not as... as ou not so... as. Observe:

- She is as tall as her sister. (Ela é tão alta quanto a sua mãe)
- Singing is as hard as dancing. (Cantar é tão difícil quanto dançar)
- Robert was not as happy as I thought he would be (Robert não estava tão feliz quanto achei que estaria)
- They can not paint as well as him. (Eles não sabem pintar tão bem quanto ele).

Os adjetivos no grau comparativo podem também estabelecer relações de diferença, com palavras como more (mais) ou less (menos), seguidos da preposição than (do que). Observe alguns exemplos.

- Kelly is more impatient than Kim. (Kelly é mais impaciente do que Kim)
- My last job was more interesting than this one. (Meu antigo trabalho era mais interessante que esse)
- This comedian is less funny than my brother. (Esse comediante é menos engraçado que meu irmão)
- We felt less tired than the kids. (Nós nos sentíamos menos cansados do que as crianças)

Quanto às relações de diferença no grau comparativo, no entanto, estabelecem-se regras sobre o uso do intensificador more, seu uso limita-se à adjetivos que possuam mais de duas sílabas, enquanto adjetivos com menos de duas sílabas sofrem alterações em seus sufixos, os quais podem ser terminados em -er ou -ier. Observe:

+ de duas sílabas	<i>intelligent</i>	<i>more intelligent</i>	mais inteligente

+ de duas sílabas	<i>complicated</i>	<i>more complicated</i>	mais complicado
+ de duas sílabas	<i>Beautiful</i>	<i>more beautiful</i>	mais bonito
- de duas sílabas	<i>smart</i>	<i>smarter</i>	mais esperto
- de duas sílabas	<i>fast</i>	<i>faster</i>	mais rápido
- de duas sílabas	<i>easy</i>	<i>easier</i>	mais fácil

Existem também os comparativos irregulares, ou seja, adjetivos que são exceções à regra, como:

- good (bom) — She is better than me in Math (Ela é melhor que eu em matemática)
- bad (ruim) — This dress is worse than the Other. (Esse vestido é pior que o outro)
- far (longe) — Ellen lives farther than I thought. (Ellen mora mais longe do que pensei)
- little (pouco) — We have less money than you. (Nós temos menos dinheiro que vocês)

SINÔNIMOS E ANTÔNIMOS

O inglês, assim como o português, possui uma vasta gama de sinônimos e antônimos, que enriquecem a comunicação e evitam repetições desnecessárias.

Sinônimos (Synonyms): São palavras com significados semelhantes, mas que podem ter nuances diferentes dependendo do contexto.

Happy → Joyful, Glad, Pleased (Feliz → Alegre, Contente, Satisfeito)

Fast → Quick, Rapid (Rápido → Veloz, Ágil)

Smart → Intelligent, Clever (Esperto → Inteligente, Sagaz)

Antônimos (Antonyms): São palavras com significados opostos.

Hot → Cold (Quente → Frio)

Light → Dark (Claro → Escuro)

Good → Bad (Bom → Ruim)

A compreensão de sinônimos e antônimos ajuda a diversificar o vocabulário e aprimorar a expressividade tanto na fala quanto na escrita.

PRONOMES: PESSOAL DO CASO RETO E DO OBLÍQUO, INDEFINIDOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), RELATIVOS, DEMONSTRATIVOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), POSSESSIVOS (PRONOMES SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS), REFLEXIVOS E RELATIVOS; PRONOMES E ADVÉRBIOS INTERROGATIVOS

Os pronomes substituem os substantivos. Um pronome diferente é necessário dependendo de dois elementos: o substantivo que está sendo substituído e a função que o substantivo tem na frase. Em inglês, os pronomes assumem apenas o gênero do substantivo que substituem na 3ª pessoa do singular. Os pronomes de 2ª pessoa do plural são idênticos aos pronomes de 2ª pessoa do singular, exceto pelo pronome reflexivo.

	Pronome sujeito	Pronomes objeto	Adjetivos possessivos (determinantes)	Pronomes possessivos	Pronomes Reflexivos e Intensivos
1st person singular	I	me	my	mine	myself
2nd person singular	you	you	your	yours	yourself
3rd person singular, male	he	him	his	his	himself
3rd person singular, female	she	her	her	hers	herself
3rd person singular, neutral	it	it	its		itself
1st person plural	we	us	our	ours	ourselves
2nd person plural	you	you	your	yours	yourselves
3rd person plural	they	them	their	theirs	themselves

— Pronome sujeito

Os pronomes sujeitos substituem os substantivos que são o sujeito de sua oração. Na 3ª pessoa, os pronomes do sujeito são frequentemente usados para evitar a repetição do nome do sujeito.

— Exemplos:

- I am 22 years old (Eu tenho 22 anos de idade)
- You look tired. (Você parece cansado)
- Pam is upset, and she wants Johnny to apologize. (Pam está chateada e quer que Johnny a peça desculpas)
- This desk is old. It needs to be restored. (Esta escrivaninha é velha. Ela precisa ser restaurada)
- We aren't ready. (Nós não estamos prontos)
- They don't eat hot (Eles não comem cachorro-quente)

— Pronomes objeto

Os pronomes objeto são usados para substituir substantivos que são o objeto direto ou indireto de uma oração.

— Exemplos:

- Pass me the salt. (Passe-me o sal)
- Mom need to talk to you (Mamãe precisa falar com você)
- Jessica is crying because Anna lied to her. (Jessica está chorando porque Anna mentiu para ela)
- Rachel told him yesterday. (Rachel contou para ele ontem)
- Where is my bookmark? I can't find it! (Onde está meu marca-páginas? Não consigo encontra-lo)
- She can't come with us. (Ela não pode vir conosco)

- My kids study here. Have you seen them? (Meus filhos estudam aqui. Você os viu?)

— Adjetivos possessivos (determinantes)

Adjetivos possessivos não são pronomes, mas sim determinantes. É útil aprendê-los ao mesmo tempo que os pronomes, no entanto, porque eles são semelhantes em forma aos pronomes possessivos. Adjetivos possessivos funcionam como adjetivos, então eles aparecem antes do substantivo que eles modificam. Eles não substituem um substantivo como os pronomes.

— Exemplos:

- I love my new dress (Eu amo meu novo vestido)
- We are going to your house (Nós vamos para a sua casa)
- He never shares his ideas. (Ele nunca compartilha suas ideias)
- Her new bike is broken (A nova bicicleta dela está quebrada)
- The cat is White, but its paws are brown. (O gato é branco, mas suas patas são marrons)
- Dad likes to listen to our stories. (Papai gosta de ouvir nossas histórias)
- Did you see their new car? (Você viu o carro novo deles?)

— Pronomes possessivos

Os pronomes possessivos substituem os substantivos possessivos como sujeito ou objeto de uma oração. Como o substantivo que está sendo substituído não aparece na frase, ele deve estar claro no contexto.

- This shirt is mine. (Esta camisa é minha)
- The backpack is not yours. (A mochila não é sua)
- My shoes look like his. (Meus sapatos parecem com os dele)
- The school papers are not hers. (Os papéis da escola não são dela)
- That house is ours. (Aquela casa é nossa)
- Are those boxes theirs? (Essas caixas são deles?)

— Pronomes Reflexivos e Intensivos

Os pronomes reflexivos e intensivos são o mesmo conjunto de palavras, mas têm funções diferentes em uma frase. Os pronomes reflexivos referem-se ao sujeito da oração porque o sujeito da ação também é o objeto direto ou indireto. Apenas certos tipos de verbos podem ser reflexivos. Você não pode remover um pronome reflexivo de uma frase porque a frase restante seria gramaticalmente incorreta.

— Exemplos:

I asked myself if I really wanted to go. (Eu me perguntei se realmente queria ir)
 Did you hurt yourself while playing? (Você se machucou enquanto brincava?)
 He got himself in trouble (Ele se colocou em apuros)
 She saw herself in the mirror. (Ela se viu no espelho)
 The dog loves to lick itself. (O cão ama se lamber)
 We stopped ourselves from fighting (Nós nos impedimos de brigar)
 Annie and Louise can take care of themselves. (Annie e Louise podem tomar conta de si mesmas).

Demonstrative Pronouns

Os pronomes demonstrativos são utilizados para demonstrar alguém ou alguma coisa que está perto ou longe da pessoa que fala ou de quem se fala, ou seja, indica posição em relação às pessoas do discurso.

Veja quais são em inglês:

SINGULAR	PLURAL	SINGULAR	PLURAL
THIS	THESE	THAT	THOSE
Este/esta/isto	Estes/estas	Aquele/aquela/aquilo	Aqueles/aquelas

Usa-se o demonstrativo THIS/THESE para indicar seres que estão perto de quem fala. Observe o emprego dos pronomes demonstrativos nas frases abaixo:

This method will work.

These methods will work.

O pronome demonstrativo THAT/THOSE é usado para indicar seres que estão distantes da pessoa que fala. Observe:

That computer technology is one of the most fundamental disciplines of engineering.

Those computers technology are the most fundamental disciplines of engineering.

PRONOMES INDEFINIDOS (SUBSTANTIVOS E ADJETIVOS)

Os pronomes indefinidos (indefinite pronouns) são palavras que se referem a pessoas, objetos ou quantidades de maneira vaga ou imprecisa, sem especificar exatamente a quem ou a que se referem. Eles podem desempenhar a função de substantivo (substituindo um nome) ou de adjetivo (acompanhando um substantivo e modificando-o).

No inglês, os pronomes indefinidos são divididos em diferentes grupos de acordo com seu significado e uso. Entre os principais grupos, temos:

- Pronomes indefinidos substantivos (quando funcionam como o núcleo da oração).
- Pronomes indefinidos adjetivos (quando acompanham um substantivo, dando-lhe uma característica indefinida).

Compreender esses pronomes é essencial para a fluência no inglês, pois eles aparecem frequentemente em frases afirmativas, negativas e interrogativas. Vamos analisar cada um em detalhes.

► Pronomes Indefinidos Substantivos

Os pronomes indefinidos substantivos substituem um substantivo, sem especificar a identidade exata da pessoa, objeto ou quantidade mencionada.

Exemplos de Uso:

Pessoas:

- Someone is waiting for you. (Alguém está esperando por você.)
- Does anyone know the answer? (Alguém sabe a resposta?)
- Nobody came to the meeting. (Ninguém veio à reunião.)
- Everybody enjoyed the concert. (Todos gostaram do show.)

Coisas:

- I have something to tell you. (Eu tenho algo para te contar.)
- Do you need anything? (Você precisa de alguma coisa?)
- Nothing is impossible. (Nada é impossível.)
- Everything is ready for the trip. (Tudo está pronto para a viagem.)

Pronome	Tradução	Uso
Someone / Somebody	Alguém	Referência indefinida a uma pessoa em frases afirmativas
Anyone / Anybody	Alguém / Ninguém / Qualquer um	Pode ser usado em frases afirmativas, negativas e interrogativas
No one / Nobody	Ninguém	Forma negativa para indicar ausência de pessoas
Everyone / Everybody	Todos	Refere-se a todas as pessoas de um grupo
Something	Algo / Alguma coisa	Referência indefinida a um objeto ou fato em frases afirmativas
Anything	Algo / Nada / Qualquer coisa	Uso variável conforme o contexto
Nothing	Nada	Forma negativa absoluta para indicar ausência de objetos ou fatos
Everything	Tudo	Refere-se a todas as coisas de um grupo

Observações Importantes:

Os pronomes indefinidos no negativo ("nobody", "nothing", "no one") já carregam uma ideia negativa, então não usamos "not" na frase.

- Errado: I don't know nothing.
- Correto: I don't know anything. / I know nothing.

"Some-" é geralmente usado em frases afirmativas.

"Any-" aparece em perguntas e frases negativas.

"No-" indica ausência total, sem precisar do "not".

► Pronomes Indefinidos Adjetivos

Os pronomes indefinidos adjetivos acompanham um substantivo e modificam-no, dando-lhe uma característica indefinida.

Tabela de Pronomes Indefinidos Adjetivos:

Pronome	Tradução	Uso
Some	Algum / Alguns / Algumas	Usado em frases afirmativas
Any	Algum / Nenhum / Qualquer	Usado em frases negativas e interrogativas
No	Nenhum	Forma negativa absoluta
Every	Todo / Cada	Indica totalidade

Exemplos de Uso:

Some (em frases afirmativas):

- I bought some apples. (Comprei algumas maçãs.)
- She needs some help. (Ela precisa de alguma ajuda.)

Any (em frases negativas e interrogativas):

- Do you have any questions? (Você tem alguma dúvida?)
- I do not have any money. (Eu não tenho nenhum dinheiro.)

No (em frases afirmativas com sentido negativo):

- There is no water in the bottle. (Não há água na garrafa.)
- No student failed the exam. (Nenhum aluno reprovou no exame.)

Every (para indicar totalidade):

- Every child needs love. (Toda criança precisa de amor.)
- I go to the gym every day. (Eu vou à academia todos os dias.)

Observações Importantes:

“Some” é normalmente usado em frases afirmativas, mas pode aparecer em perguntas quando oferecemos ou pedimos algo de maneira educada.

- Would you like some coffee? (Você gostaria de um pouco de café?)
- Can I have some sugar? (Posso pegar um pouco de açúcar?)

“Any” aparece em perguntas e negativas, mas também pode significar “qualquer” em frases afirmativas.

- You can take any book you want. (Você pode pegar qualquer livro que quiser.)

“No” já carrega um significado negativo, então a frase não precisa de “not”.

- Errado: I don't have no time.
- Correto: I don't have any time. / I have no time.

Diferença entre Pronomes Substantivos e Adjetivos:

Tipo	Exemplo	Explicação
Substantivo	Somebody called you.	"Somebody" substitui um substantivo (alguém).
Adjetivo	Some people called you.	"Some" modifica "people" (algumas pessoas).
Substantivo	I have nothing to do.	"Nothing" substitui um substantivo (nada).
Adjetivo	I have no idea.	"No" modifica "idea" (nenhuma ideia).

Os pronomes indefinidos são essenciais para expressar quantidades e referências indefinidas em inglês. Eles podem ser usados como substantivos ou como adjetivos, dependendo da estrutura da frase.

Para usá-los corretamente, lembre-se:

- Some é mais comum em afirmações e pedidos educados.
- Any aparece em perguntas e negativas.
- No forma negativas absolutas sem precisar do “not”.
- Every indica totalidade e universalidade.

O uso adequado dos pronomes indefinidos facilita a comunicação e ajuda a expressar ideias de forma clara e objetiva.

PRONOMES RELATIVOS

Os pronomes relativos (relative pronouns) são usados para conectar uma oração principal a uma oração subordinada adjetiva, fornecendo mais informações sobre um substantivo sem a necessidade de iniciar uma nova frase.

Esses pronomes ajudam a criar sentenças mais fluidas e coesas, evitando repetições desnecessárias.

Os principais pronomes relativos em inglês são:

- Who: Refere-se a pessoas (sujeito).
- Whom: Refere-se a pessoas (objeto, formal).
- Which: Refere-se a coisas e animais.
- That: Refere-se a pessoas, coisas e animais.
- Whose: Indica posse.
- Where, When e Why: São considerados pronomes relativos em alguns contextos.

Compreender o uso correto desses pronomes é fundamental para a construção de frases mais elaboradas e precisas no inglês.

► Pronomes Relativos Principais

Who e Whom (Pessoas):

Who – Sujeito da oração relativa:

O pronome who substitui pessoas e tem a função de sujeito na oração subordinada.

Exemplos:

The teacher who explained the lesson is very patient.
(O professor que explicou a lição é muito paciente.)

She is the woman who won the competition.
(Ela é a mulher que venceu a competição.)

Whom – Objeto da oração relativa (uso formal):

O pronome whom também se refere a pessoas, mas é usado como objeto direto ou indireto, sendo mais comum em contextos formais.

Exemplos:

The man whom you met yesterday is my uncle.
(O homem que você conheceu ontem é meu tio.)
This is the doctor whom I recommend.
(Este é o médico que eu recomendo.)

Observação: Uso moderno de “whom”:

No inglês falado e informal, whom é frequentemente substituído por who. Assim, muitas vezes ouvimos:

The man who you met yesterday is my uncle.
This is the doctor who I recommend.

O uso de whom ainda é comum após preposições em construções formais:

To whom it may concern. (A quem possa interessar.)

The person with whom I traveled was very kind. (A pessoa com quem eu viajei foi muito gentil.)

► Which (Coisas e Animais)

O pronome which refere-se a coisas e animais e pode ser usado como sujeito ou objeto da oração relativa.

Exemplos:

The book which I borrowed is very interesting. (O livro que eu peguei emprestado é muito interessante.)
This is the house which was built in 1900. (Esta é a casa que foi construída em 1900.)

That (Pessoas, Coisas e Animais):

O pronome that pode substituir who, whom ou which em muitas frases, tornando-se uma opção mais informal e comum no inglês falado.

Exemplos:

The man that called you is my brother. (O homem que te ligou é meu irmão.)
The movie that we watched was amazing. (O filme que assistimos foi incrível.)
The dog that lives next door is very friendly. (O cachorro que mora ao lado é muito amigável.)

Quando usar “that” em vez de “which” ou “who”?:

▪ “That” é mais comum em frases defining relative clauses (orações essenciais para o significado da frase).

▪ “Which” é preferível em non-defining relative clauses (orações que adicionam informações extras, separadas por vírgulas).

Exemplo de diferença:

▪ The book that I borrowed is very interesting. (O livro que eu peguei emprestado é muito interessante.) → Essencial para entender qual livro.

▪ This book, which I borrowed from the library, is very interesting. (Este livro, que eu peguei emprestado da biblioteca, é muito interessante.) → Informação extra, com vírgulas.

► Whose (Indica posse)

O pronome whose equivale a “cujo / cuja” em português e indica posse.

Exemplos:

▪ She is the girl whose mother is a doctor. (Ela é a garota cuja mãe é médica.)

▪ I have a friend whose car is red. (Eu tenho um amigo cujo carro é vermelho.)

▪ This is the house whose windows are broken. (Esta é a casa cujas janelas estão quebradas.)

► Pronomes Relativos em Questões Específicas

Além dos pronomes tradicionais, alguns advérbios interrogativos também podem ser usados como pronomes relativos para indicar lugar, tempo e motivo.

Where (Lugar):

Refere-se a um lugar e pode substituir “in which” ou “at which”.

Exemplos:

This is the city where I was born. (Esta é a cidade onde eu nasci.)

The hotel where we stayed was very expensive. (O hotel onde ficamos era muito caro.)

When (Tempo):

Refere-se a um momento no tempo e pode substituir “in which”.

Exemplos:

I remember the day when we met. (Eu me lembro do dia em que nos conhecemos.)

This was the year when everything changed. (Este foi o ano em que tudo mudou.)

Why (Razão, Motivo):

Refere-se a um motivo e pode substituir “for which”.

Exemplos:

This is the reason why I left. (Esta é a razão pela qual eu fui embora.)

I don't understand the reason why he is so angry. (Eu não entendo a razão pela qual ele está tão bravo.)

► Resumo do Uso dos Pronomes Relativos

PRONOME	REFERE-SE A	FUNÇÃO	EXEMPLO
WHO	Pessoas	Sujeito	The teacher who helped me is kind.
WHOM	Pessoas	Objeto	The man whom you met is my uncle.
WHICH	Coisas e animais	Sujeito ou objeto	The car which I bought is red.
THAT	Pessoas, coisas e animais	Sujeito ou objeto	The book that you lent me is great.
WHOSE	Pessoas, coisas (posse)	Posse	The boy whose father is a doctor is my friend.
WHERE	Lugares	Localização	The city where I live is beautiful.
WHEN	Tempo	Momento específico	I remember the day when we met.
WHY	Razões, motivos	Justificativa	This is the reason why I left.

Os pronomes relativos são fundamentais para conectar orações e tornar a comunicação mais fluida e clara. Eles ajudam a evitar repetições desnecessárias e contribuem para a precisão da informação transmitida.

Para usá-los corretamente, lembre-se:

- Who e whom referem-se a pessoas.
 - Which refere-se a objetos e animais.
 - That pode substituir “who” e “which” em contextos específicos.
 - Whose indica posse.
 - Where, when e why são usados para indicar lugar, tempo e motivo.
- O domínio desses pronomes permitirá a construção de frases mais elaboradas e naturais no inglês.

PRONOMES E ADVÉRBIOS INTERROGATIVOS

Os pronomes e advérbios interrogativos são palavras utilizadas para fazer perguntas diretas ou indiretas no inglês. Eles desempenham um papel fundamental na formulação de questões e na obtenção de informações específicas.

Os pronomes interrogativos (interrogative pronouns) substituem um substantivo em uma pergunta, enquanto os advérbios interrogativos (interrogative adverbs) modificam o verbo, adicionando informações sobre tempo, lugar, motivo ou maneira.

- Principais pronomes e advérbios interrogativos
- Pronomes interrogativos: Who, Whom, What, Which, Whose
- Advérbios interrogativos: Where, When, Why, How

Cada um deles possui um uso específico, que veremos detalhadamente a seguir.

► Pronomes Interrogativos (Interrogative Pronouns)

Os pronomes interrogativos substituem um substantivo dentro de uma pergunta e são utilizados para perguntar sobre pessoas, coisas ou posse.

Tabela de Pronomes Interrogativos

PRONOME	TRADUÇÃO	USO	EXEMPLO
WHO	Quem	Sujeito da oração	Who is calling?(Quem está ligando?)
WHOM	Quem	Objeto (uso formal)	Whom did you see?(Quem você viu?)
WHAT	O que / Qual	Perguntas gerais sobre coisas	What is your name?(Qual é o seu nome?)
WHICH	Qual	Escolha entre opções limitadas	Which book do you prefer?(Qual livro você prefere?)
WHOSE	De quem	Indica posse	Whose jacket is this?(De quem é essa jaqueta?)

Explicação e Exemplos:

Who – Para perguntar sobre pessoas (Sujeito da oração):

O pronome **who** é usado quando a pergunta refere-se ao sujeito da frase.

Exemplos:

- **Who is knocking at the door?** (Quem está batendo na porta?)
- **Who wants to go to the beach?** (Quem quer ir à praia?)

Whom – Para perguntar sobre pessoas (Objeto da oração, formal):

O pronome **whom** é usado quando a pergunta refere-se ao objeto da frase, ou seja, a pessoa que recebe a ação.

Exemplos:

- **Whom did you invite?** (Quem você convidou?)
- **To whom should I address this letter?** (Para quem devo endereçar esta carta?)
- Nota: No inglês falado, “**whom**” é frequentemente substituído por “**who**”:
- **Who did you invite?** (Quem você convidou?)

What – Para perguntar sobre coisas (Uso geral):

Usamos **what** para perguntar sobre coisas de forma geral, sem opções limitadas.

Exemplos:

- **What is your favorite color?** (Qual é a sua cor favorita?)
- **What happened?** (O que aconteceu?)

Which – Para perguntar sobre coisas (Escolha entre opções limitadas):

O pronome **which** é usado quando há um número limitado de opções.

Exemplos:

- **Which dress should I wear?** (Qual vestido eu devo usar?)
- **Which team do you support?** (Qual time você torce?)

Whose – Para perguntar sobre posse:

Usamos **whose** para perguntar de quem algo pertence.

Exemplos:

- **Whose car is this?** (De quem é este carro?)
- **Whose book is on the table?** (De quem é o livro que está na mesa?)

► **Advérbios Interrogativos (Interrogative Adverbs)**

Os advérbios interrogativos modificam o verbo da oração e são usados para perguntar sobre lugar, tempo, motivo e maneira.

Tabela de Advérbios Interrogativos:

ADVÉRBIO	TRADUÇÃO	USO	EXEMPLO
WHERE	Onde	Perguntas sobre lugar	Where do you live? (Onde você mora?)
WHEN	Quando	Perguntas sobre tempo	When is your birthday? (Quando é seu aniversário?)
WHY	Por que	Perguntas sobre motivo	Why are you late? (Por que você está atrasado?)
HOW	Como	Perguntas sobre modo	How do you study English? (Como você estuda inglês?)

Explicação e Exemplos:

Where – Para perguntar sobre lugar:

Usamos where para perguntar sobre localização ou direção.

Exemplos:

- Where do you work? (Onde você trabalha?)
- Where is the nearest hospital? (Onde fica o hospital mais próximo?)

When – Para perguntar sobre tempo:

Usamos when para perguntar sobre tempo, datas ou períodos específicos.

Exemplos:

- When is the meeting? (Quando é a reunião?)
- When did you arrive? (Quando você chegou?)

Why – Para perguntar sobre motivo ou razão:

Usamos why para perguntar a razão ou o motivo de algo.

Exemplos:

- Why are you crying? (Por que você está chorando?)
- Why did you leave early? (Por que você saiu cedo?)

Resposta comum a perguntas com “why”:

- Because... (Porque...)
- Why are you late? → Because I missed the bus.

How – Para perguntar sobre maneira ou estado:

O advérbio how é usado para perguntar como algo é feito ou o estado de algo/alguém.

Exemplos:

- How do you cook pasta? (Como você cozinha macarrão?)
- How are you? (Como você está?)

Expressões com “How”

EXPRESSÃO	TRADUÇÃO	EXEMPLO
HOW MUCH	Quanto (incontáveis)	How much money do you have?(Quanto dinheiro você tem?)
HOW MANY	Quantos (contáveis)	How many books do you have?(Quantos livros você tem?)
HOW FAR	Quão longe	How far is your house?(Quão longe é sua casa?)
HOW OLD	Qual idade	How old are you?(Quantos anos você tem?)
HOW LONG	Por quanto tempo	How long does it take?(Quanto tempo leva?)
HOW OFTEN	Com que frequência	How often do you exercise?(Com que frequência você se exercita?)

► Resumo dos Pronomes e Advérbios Interrogativos

TIPO	PALAVRA	USO	EXEMPLO
Pronome	Who	Pessoas (sujeito)	Who is calling?
Pronome	Whom	Pessoas (objeto, formal)	Whom did you meet?
Pronome	What	Coisas (uso geral)	What is your name?
Pronome	Which	Escolha entre opções	Which dress do you prefer?

Pronome	Whose	Indica posse	Whose phone is this?
Advérbio	Where	Lugar	Where do you live?
Advérbio	When	Tempo	When is your birthday?
Advérbio	Why	Motivo	Why are you sad?
Advérbio	How	Modo	How do you study?

Os pronomes e advérbios interrogativos são essenciais para a formulação de perguntas em inglês. Cada um possui uma função específica, ajudando a obter informações sobre pessoas, coisas, posse, lugar, tempo, motivo e maneira.

A prática contínua desses elementos facilita a compreensão e a comunicação, tornando as interações em inglês mais naturais e precisas.

ADVÉRBIOS: FORMAÇÃO, TIPOS E USO

Na língua inglesa, os advérbios possuem o mesmo propósito dos adjetivos, qualificar um objeto, mas diferem-se deles pois confere qualidade a um verbo em vez a um substantivo. As características que os advérbios podem conferir aos verbos podem ser de modo, tempo, lugar, frequência ou intensidade. Em uma oração, os advérbios vêm logo depois do verbo principal da frase, geralmente costumam aparecer na frase logo após os verbos principais. Confira a seguir os diferentes tipos de advérbio e sua formação:

— Advérbio de modo

Formados a partir de adjetivos acrescidos do sufixo -ly, em português são as palavras terminadas em -mente. Veja os exemplos:

- The doctor carefully examined the patient. (O médico examinou o paciente cuidadosamente)
- He walked slowly to the door. (Ele andou varagoramente até a porta)
- Gaby was getting nervous quickly. (Gaby estava ficando nervosa rapidamente)
- I did that intentionally. (Eu o fiz intencionalmente)

— Advérbio de tempo

Os advérbios de tempo são palavras que indicam o momento em que a ação ocorre, palavras como today (hoje), tonight (hoje à noite), yesterday (ontem), Early (cedo), late (tarde), after (depois), before (antes), now (agora), lately (ultimamente), entre outros. Veja a seguir:

- She soon began to worry (Ela rapidamente começou a se preocupar)
- We went to the movies after dinner (Nós fomos ao cinema depois do jantar)
- He already knows the big news. (Ele já sabe da grande notícia)
- Walter is not coming to the party tomorrow. (Walter não vai à festa amanhã)

— Advérbio de lugar

Os advérbios de lugar são palavras que indicam o local em que a ação ocorre, palavras como here (aqui), there (lá), somewhere (em algum lugar), near (perto), far (longe), right (direita), left (esquerda), above (acima), below (abaixo), entre outras. Confira alguns exemplos:

- She left the book under her desk. (Ela deixou seu livro debaixo da mesa)
- The Johnsons live close to the mall. (Os Johnsons moram perto do shopping)
- Brad found the keys on the counter. (Brad encontrou as chaves no balcão)
- We'll be there in half an hour. (Nós estaremos lá em meia hora)

— Advérbio de frequência

Os advérbios de frequência são palavras que indicam a frequência em que a ação ocorre, palavras como regularly (regularmente), often (frequentemente), hardly ever (raramente), never (nunca), sometimes (às vezes), every other day (dia sim, dia não), usually (geralmente), once (uma vez), twice (duas vezes), entre outras. Confira:

- Tom and I rarely speak to each other. (Tom e eu raramente nos falamos)
- I usually work out in the morning. (Eu geralmente me exercito de manhã)
- They have never eaten frozen food. (Eles nunca comeram comida congelada)

▪ Hannah sometimes gives me a ride. (Hannah às vezes me dá uma carona)

— Advérbio de intensidade

Os advérbios de intensidade são palavras que indicam a intensidade em que a ação ocorre, palavras como very (muito), a few (um pouco), so (muito), kind of (mais ou menos), almost (quase), completely (completamente), nearly (quase) etc. Veja a seguir.

▪ Your mom was so worried about you. (Sua mãe estava tão preocupada contigo)

▪ She almost got fired. (Ela quase foi demitida)

▪ My dad nearly had a heart attack. (Meu pai quase teve um infarto)

▪ Veronica was sort of quiet yesterday. (Veronica estava um pouco quieta ontem)

Os advérbios de quantidade, por sua vez, são formados pelos próprios numerais, cardinais e ordinais, da língua inglesa, mas também por outras palavras quantificadoras, como many (muitos), much (muito), few (pouco, poucos), a ton (um monte de), a lot of (muitos), one (um), two (dois), three (três), first (primeiro), second (segundo), third (terceiro), both (ambos), etc. Observe os exemplos:

▪ She had two beautiful dogs. (Ela tinha dois lindos cachorros)

▪ This recipe requires many potatoes. (Essa receita requer muitas batatas)

▪ We don't have much time to talk now. (Nós não temos muito tempo para conversar agora)

▪ Kevin came in third in the competition. (Kevin ganhou em primeiro lugar na competição.)

Veja alguns dos principais advérbios da língua inglesa e seus exemplos:

Shortly	<i>We'll be with you shortly.</i>	Estaremos com vocês brevemente.
Immediately	<i>Put your coat on immediately.</i>	Coloque seu casaco imediatamente.
Soon	<i>The doctor will be here soon.</i>	O médico estará aqui em breve.
Lately	<i>Why is she so upset lately?</i>	Por que ela está tão chateada ultimamente?
Now	<i>Let's go now.</i>	Vamos agora.
Slowly	<i>He kissed me slowly</i>	Ele me beijou vagorosamente.
Carefully	<i>You need to lift it carefully</i>	Você precisa levá-lo cuidadosamente.
Gladly	<i>They gladly received our gift.</i>	Eles alegremente receberam nosso presente.

Beautifully	<i>He plays the cello beautifully</i>	Ele toca o violoncelo lindamente.
Quickly	<i>I'll try to finish it quickly.</i>	Tentarei terminar rapidamente.
There	<i>Did you see them there?</i>	Você os viu lá?
Wherever	<i>We can go wherever you want</i>	Nós podemos ir a qualquer lugar que você quiser.
Behind	<i>The shoes were behind the door.</i>	Os sapatos estavam atrás da porta
Further	<i>He can't be further from the truth.</i>	Ele não podia estar mais longe da verdade.
Near	<i>There's an excellent pizza place near here.</i>	Há uma ótima pizzaria perto daqui.
Surely	<i>She surely knows how to dance.</i>	Ela certamente sabe dançar.
Indeed	<i>They indeed hate you.</i>	Eles de fato te odeiam.
Certainly	<i>John certainly didn't mean no harm.</i>	John certamente não quis fazer mal algum.
Evidently	<i>The kids evidently love their parents.</i>	As crianças evidentemente amam seus pais.
Obviously	<i>He obviously loves you.</i>	Ele obviamente te ama.
No	<i>No, we can't.</i>	Não, nós não podemos.
Not	<i>He is not the guy for you.</i>	Ele não é cara para você.
First	<i>You said it first!</i>	Você disse primeiro!
Secondly	<i>And, secondly, I'm really bad at making friends.</i>	E, em segundo lugar, eu sou ruim em fazer amigos.
Thirdly	<i>Thirdly, they didn't even understand what I said.</i>	Em terceiro lugar, eles nem mesmo entenderam o que eu disse.
Lastly	<i>Lastly, they played my favorite song.</i>	Por último, eles tocaram minha música favorita.
Maybe	<i>Maybe she doesn't like cats.</i>	Talvez ela não goste de gatos.
Possibly	<i>Anna possibly speaks Chinese.</i>	Anna possivelmente fala chinês.

Perhaps	<i>Perhaps I should be studying math.</i>	Talvez eu deva estudar matemática.
Probably	<i>They probably had too much to drink.</i>	Eles provavelmente beberam demais.
Strongly	<i>She strongly agrees with them.</i>	Ela concorda veementemente com eles.
Barely	<i>They barely talked to me.</i>	Eles mal falaram comigo.
Exactly	<i>He knew exactly what I wanted.</i>	Ele sabia exatamente o que eu queria.
Nearly	<i>My parents gave me nearly enough money to travel.</i>	Meus pais me deram dinheiro quase o suficiente para eu viajar.
Quite	<i>I'm not quite sure.</i>	Eu não tenho completa certeza.
Rarely	<i>He rarely calls.</i>	Ele raramente liga.
Never	<i>Mom never says how much she cares.</i>	Mamãe nunca diz o quanto ela se importa.
Usually	<i>I usually wake up at 7.</i>	Eu geralmente me levanto às 7.
Often	<i>Ian often visits his grandparents.</i>	Ian frequentemente visita seus avós.
Always	<i>She's always so clever</i>	Ela é sempre tão esperta.
When	<i>When is she coming</i>	Quando ela vem?
Where	<i>Did you see where she went?</i>	Você viu onde ela foi?
How	<i>How much do you feed your dog?</i>	Quanto você alimenta o seu cachorro?
Why	<i>Why didn't they come?</i>	Por que eles não vieram?

PREPOSIÇÕES

Bem como na língua portuguesa, as preposições na língua inglesa são elementos linguísticos que agem como conectivos entre frases, de modo a conectá-las de modo lógico e provido de sentido, baseado na relação que se pretende estabelecer entre uma oração e outra. Confira abaixo as preposições mais comuns da língua inglesa:

In	Dentro de; em; de; no; na. <i>She was born in July.</i> (Ela nasceu em julho) <i>Oliver lives in Romania.</i> (Oliver mora na Romênia) <i>Her pencils are in her pencil case.</i> (Os lápis dela estão em seu estojo) <i>Lucas is working in his bedroom.</i> (Lucas está trabalhando em seu quarto)
At	À; às; em; na; no <i>Is this meeting at 5 pm?</i> (Esta reunião é às 17h?) <i>They live at 97 Broadway Street, California.</i> (Eles moram na Rua Broadway, número 97, na Califórnia) <i>He works at the National Bank.</i> (Ele trabalha no Banco Nacional) <i>Will you be waiting for us at the airport?</i> (Você esperará por nós no aeroporto?)
On	Sobre a; em cima de; acima de; em; no; na. <i>She was born on July 17th, 1992.</i> (Ela nasceu em 17 de julho de 1992) <i>We have to work on the weekend.</i> (Nós temos que trabalhar no fim de semana) <i>Ron never goes jogging on Sundays.</i> (Ron nunca faz cooper aos domingos.) <i>Her pencils are on her desk.</i> (Os lápis dela estão em sua escrivaninha) <i>Joseph is dancing on the stage.</i> (Joseph está dançando no palco) <i>The office is on Maple Avenue.</i> (O escritório é na avenida Maple) <i>We watch the Oprah Winfrey show on TV.</i> (Nós assistimos ao show da Oprah Winfrey na TV) <i>You can purchase our products on our website.</i> (Você pode adquirir nossos produtos em nosso site)

For	para; durante; por; há.
	<i>My wife uses our porch area for painting.</i> (Minha esposa usa nossa área da sacada para pintar)
	<i>This store is for women only.</i> (Esta loja é apenas para mulheres)
	<i>He has been working in that company for eleven years.</i> (Ele trabalha naquela empresa há onze anos)
	<i>You've been in the bathroom for half an hour.</i> (Você está no banheiro há uma hora)

To	Para; a.
	<i>His family is moving to Australia in a month.</i> (A família dele vai se mudar para a Austrália em um mês)
	<i>Grandma is going to the store.</i> (A vovó está indo à loja)
	<i>We studied together from 2011 to 2016.</i> (Nós estudamos juntos de 2011 a 2016)
	<i>We prefer drinking juice to drinking soda.</i> (Nós preferimos beber suco do que refrigerante.)

Além destas preposições, existem diversas outras que indicam lugar e lugar. Confira a seguir uma lista com mais exemplos:

Preposições	Significado
Before	Antes
After	Depois
During	Durante
Since	Desde
For	Por
Until/till	Até
From	Desde, da, das
Up to	Até agora
By	Até
At	Às
Ago	Atrás
Past	Antes (hora)
On	Sobre
Under	Debaixo
In	Em
Above	Acima
In front	Em frente à
Across	Do outro lado

Below	Abaixo
Along	Ao longo de
Behind	Atrás
Beside	Ao lado
Between	Entre
Among	Entre
By	Ao lado de
Far from	Longe de
Near	Perto
Inside	Dentro
Outside	Fora
Next to	Próximo a/ao
Through	Através
Toward	Em direção a

CONJUNÇÕES

Os marcadores discursivos são uma classe de palavras responsáveis por conectar orações de modo que elas sejam coesas e coerentes, estas palavras podem ser conjunções, locuções ou expressões idiomáticas, e são de extrema importância para a compreensão e interpretação da mensagem presente em uma oração.

Confira abaixo uma lista de alguns dos principais tipos de conjunções, o seu sentido e um exemplo prático.

— Com sentido de adição:

And – e	She watched movies and series. (Ela assiste filmes e séries)
In addition to – além de	In addition to playing soccer, he also plays volleyball. (Além de jogar futebol, ele também joga vôlei)
Futhermore, moreover, besides – além disso	He despises that movie, besides , he can't go to the movies with us. (Ele odeia aquele filme, além disso ele não pode ir ao cinema conosco)
As well as, Both... and – bem como, tanto... quanto	They love sushi as well as me. (Eles amam sushi tanto quanto eu)
Too, also – também	We also lived in Bulgaria. (Nós também moramos na Bulgária)
Not only – não apenas	Not only she went alone, she had fun by herself! Ela não apenas foi sozinha, ela se divertiu sozinha!

By the way – à proposto	By the way , she called last night. (À propósito, ela ligou ontem à noite)

— Com sentido de contraste

But – mas	Walter was sad but he didn't cry. (Walter estava triste, mas ele não chorou).
However - porém	We could go, however , we have to be back by 9. (Nós poderíamos ir, porém, temos que voltar às 9)
Nevertheless – no entanto	Mandy chose that job, nevertheless , she is unhappy. (Mandy escolheu aquele emprego, no entanto, ela está infeliz)
Although, though – embora	Although the movie is great, the book is far better. (Embora o filme seja ótimo, o livro é bem melhor)
Despite, in spite of – apesar de	In spite of all I did, I'm still a good father. (Apesar de tudo que fiz, eu ainda sou um bom pai)
On the other hand – por outro lado	He's a great cook, on the other hand , a terrible person. (Ele é um ótimo cozinheiro, por outro lado, é péssima pessoa)
Still	It was a good idea, still they shouldn't have done it without permission. (Foi uma ótima ideia, ainda assim, eles não deveriam tê-la feito sem permissão)

— Com sentido de causa e consequência

So – então, sendo assim	She had a headache so she decided to take a pill. (Ela tinha dor de cabeça, então decidiu tomar um remédio)
Therefore – sendo assim, portanto	He's faster than I am, therefore he can win the race. (Ele é mais rápido que eu, portanto ele pode ganhar a corrida)
As a result – como resultado	We had no time to study, as a result we failed the exam. (Nós não tivemos tempo para estudar, como resultado nós reprovamos na prova)
Since – desde, já que	Since you're going there, can you get me a bottle of water? (Já que você está indo lá, você pegar uma garrafa de água para mim?)

Because – porque	Grandma can't come because her car broke down. Vovó não pode vir porque seu carro quebrou.
So that – afim de (que)	Can you give us his number so that we can solve this? (Você poderia nos passar o número dele para que resolvamos isso?)
Thus – logo	She will move far away, thus she won't see us very often. (Ela vai se mudar para longe, logo ela não nos verá com tanta frequência)
Consequently – consequentemente	They consequently stopped smoking. (Eles consequentemente pararam de fumar.)

— Com sentido de tempo

First of all – primeiro de tudo	First of all , I'd like to thank my parents. (Primeiro de tudo, gostaria de agradecer meus pais.)
Eventually – eventualmente	He eventually stopped talking to me. (Ele eventualmente parou de falar comigo.)
Finally – finalmente	Tristan finally decided to tell her. (Tristan finalmente decidiu contá-la)
Next – após, depois disso, em seguida	What shall we do next ? (O que devemos fazer em seguida?)
Formerly – anteriormente	Formerly , she had graduated from college. Anteriormente, ela tinha se formado na faculdade
Previously – anteriormente	This doesn't match what she told me previously . (Isso não combina com o que ela me disse anteriormente)
Afterwards – posteriormente	He told me he got nervous afterwards . Ele me disse que havia ficado nervoso posteriormente.
Until – até	We will wait for you until you come. (Nós esperamos por você até que você venha)

— Que expressam ênfase

Indeed – de fato, de verdade	He indeed loved carrot cake. (Ele de fato amava bolo de cenoura)
As a matter of fact – de fato	As a matter of fact , that was the best book I read. (De fato, aquele era o melhor livro que li)

Actually – na verdade	Actually , I look more like my grandma. (Na verdade, eu me pareço mais com minha avó)

VERBOS: REGULARES, IRREGULARES E AUXILIARES; TEMPOS VERBAIS: SIMPLE PRESENT, PRESENT PROGRESSIVE, SIMPLE PAST, PAST PROGRESSIVE, PRESENT PERFECT E FUTURE; INFINITIVO E GERÚNDIO; MODOS IMPERATIVO E SUBJUNTIVO

VERBOS REGULARES E IRREGULARES

Os verbos são a base da comunicação em qualquer idioma, e no inglês não é diferente. Para compreender bem a conjugação e o uso dos tempos verbais, é fundamental conhecer a diferença entre verbos regulares e verbos irregulares.

► Definição e diferenças entre verbos regulares e irregulares

A principal diferença entre verbos regulares e verbos irregulares está na forma como eles conjugam o passado simples (Simple Past) e o particípio passado (Past Participle).

▪ Verbos regulares: seguem um padrão fixo de conjugação ao formar o passado e o particípio passado, geralmente adicionando -ed ao final.

▪ Verbos irregulares: não seguem um padrão específico de conjugação, exigindo que suas formas no passado e particípio passado sejam memorizadas individualmente.

A escolha entre um verbo regular e um irregular depende do próprio vocabulário da língua inglesa, sem uma regra fixa para prever qual verbo será de cada tipo.

► Formação do passado simples e particípio passado

Verbos regulares:

Os verbos regulares formam o passado simples e o particípio passado seguindo um padrão simples:

- Adiciona-se -ed ao final do verbo no infinitivo (sem "to").
- Se o verbo terminar em e, adiciona-se apenas -d.
- Se terminar em consoante + y, troca-se o y por i antes de adicionar -ed.
- Se for um verbo curto terminando em CVC (consoante-vogal-consoante), dobra-se a última consoante antes de adicionar -ed.

Infinitivo	Passado simples	Particípio passado
play	played	played
love	loved	loved
study	studied	studied
stop	stopped	stopped

Verbos irregulares

Os verbos irregulares não seguem uma regra fixa e exigem memorização. Alguns mantêm a mesma forma no presente, passado e particípio, enquanto outros mudam completamente.

Infinitivo	Passado simples	Particípio passado
go	went	gone
eat	ate	eaten
take	took	taken
cut	cut	cut

► Estratégias para memorizar os verbos irregulares

Como os verbos irregulares não seguem um padrão, é necessário memorizá-los. Algumas estratégias eficazes incluem:

Agrupar verbos semelhantes:

- Alguns verbos irregulares seguem padrões parecidos.

Exemplo:

- drink – drank – drunk
- sing – sang – sung

Criar frases e associações:

- Fazer frases simples ajuda a lembrar das formas verbais:
- "I go to school every day, but yesterday I went to the park."

Usar listas e tabelas:

- Revisar listas frequentes ajuda a reforçar a memorização.

Praticar com exercícios:

- Flashcards, quizzes e repetição ativa são técnicas eficazes.

Os verbos regulares são fáceis de aprender por seguirem um padrão fixo, mas os irregulares exigem prática constante. Aprender a diferença entre eles é essencial para formar frases corretas e comunicar-se com fluência no inglês.

VERBOS AUXILIARES

Os verbos auxiliares são fundamentais na estrutura da língua inglesa, pois ajudam a formar tempos verbais, construir perguntas, negar frases e indicar modos e possibilidades. Diferentemente dos verbos principais, que carregam o significado da ação, os auxiliares atuam como suporte gramatical.

► O que são verbos auxiliares?

Os verbos auxiliares são aqueles que não possuem um significado próprio, mas auxiliam o verbo principal na construção de tempos verbais compostos, na formação da voz passiva e na estruturação de frases interrogativas e negativas.

Os verbos auxiliares se dividem em dois grupos principais:

- Verbos auxiliares primários: be, have, do.
- Verbos modais: can, could, may, might, shall, should, will, would, must.

A seguir, veremos como cada um desses grupos funciona.

► Verbos auxiliares primários

Os verbos *be*, *have* e *do* podem ser usados como verbos principais, mas também como auxiliares em diferentes contextos.

Verbo “*be*” (ser/estar):

O verbo “*be*” é usado como auxiliar na formação de tempos contínuos (progressivos) e na voz passiva.

Tempos contínuos (Progressive Tenses):

- I am studying for my exam. (Estou estudando para minha prova.)
- She was reading a book. (Ela estava lendo um livro.)

Voz passiva (Passive Voice)

- The cake was made by my grandmother. (O bolo foi feito pela minha avó.)
- The letters are sent every Monday. (As cartas são enviadas todas as segundas-feiras.)

Verbo “*have*” (ter):

O verbo “*have*” é usado como auxiliar para formar tempos verbais perfeitos (Present Perfect, Past Perfect, etc.).

- Tempos perfeitos (Perfect Tenses)
- I have finished my homework. (Eu terminei meu dever de casa.)
- She had already left when I arrived. (Ela já tinha saído quando eu cheguei.)

Verbo “*do*” (fazer):

O verbo “*do*” é usado como auxiliar em perguntas, frases negativas e para enfatizar ações no presente e no passado simples.

Perguntas (Questions):

- Do you like pizza? (Você gosta de pizza?)
- Did she call you? (Ela te ligou?)

Negação (Negatives):

- I do not understand. (Eu não entendo.)
- He did not go to the party. (Ele não foi à festa.)

Ênfase (Emphasis):

- I do love my family. (Eu realmente amo minha família.)
- She does want to help. (Ela realmente quer ajudar.)

Os verbos auxiliares desempenham um papel essencial na estrutura do inglês, permitindo a formação de tempos verbais, a construção de perguntas e negativas, e a expressão de diferentes significados através dos modais. Para dominar seu uso, é fundamental praticar com frases e exercícios variados.

TEMPOS E MODOS VERBAIS

Os tempos e modos verbais são elementos fundamentais da gramática inglesa, pois permitem estruturar frases de maneira lógica e coerente, possibilitando a comunicação eficiente tanto

na oralidade quanto na escrita. O domínio dessas estruturas é essencial para qualquer aprendiz da língua, uma vez que permite expressar diferentes momentos no tempo – passado, presente e futuro – e diferentes intenções, como afirmações, hipóteses, ordens e desejos.

A gramática da língua inglesa, assim como em qualquer idioma, organiza-se em torno de regras que estabelecem como os verbos são flexionados e empregados em contextos distintos. No entanto, diferentemente do português, o inglês apresenta uma estrutura verbal relativamente simplificada, sem tantas variações morfológicas, mas que exige compreensão sobre o uso correto de auxiliares e formas compostas. Essa característica faz com que, por um lado, a conjugação verbal em inglês pareça mais acessível do que em outras línguas, mas, por outro, seu uso adequado dependa do entendimento das funções comunicativas de cada tempo e modo verbal.

Neste estudo, abordaremos de forma detalhada todos os tempos verbais da língua inglesa, explicando suas formas, usos e particularidades, além de discutir os diferentes modos verbais e suas aplicações na comunicação cotidiana. Exploraremos também as principais dificuldades encontradas pelos estudantes e estratégias eficazes para aprender e fixar esses conceitos. O objetivo é oferecer um panorama completo para aqueles que desejam aprimorar sua proficiência no inglês, compreendendo a lógica por trás dos tempos e modos verbais e aplicando esse conhecimento em situações reais de uso da língua.

O GERÚNDIO

O gerúndio é a forma do verbo que termina em *-ing* e que pode funcionar como um substantivo. Isso significa que ele pode ser o sujeito ou o objeto de uma frase.

Usos do Gerúndio:

Como sujeito de uma frase:

- “Swimming is fun.” (Nadar é divertido.)
- “Reading helps you learn.” (Ler ajuda você a aprender.)

Como objeto de uma frase:

- “I enjoy reading.” (Eu gosto de ler.)
- “She suggested going downtown.” (Ela sugeriu ir ao centro.)

Após preposições:

- “She is interested in learning French.” (Ela está interessada em aprender francês.)
- “He left without saying goodbye.” (Ele saiu sem dizer adeus.)

Após certos verbos:

- “They avoid eating late.” (Eles evitam comer tarde.)
- “She enjoys dancing.” (Ela gosta de dançar.)

O INFINITIVO

O infinitivo é a forma básica de um verbo precedido por “*to*”. Ele pode servir como substantivo, adjetivo ou advérbio em uma frase.

Usos do Infinitivo:

Como sujeito de uma frase:

- “To read is to learn.” (Ler é aprender.)
- “To err is human.” (Errar é humano.)

Como objeto de uma frase:

- “I want to travel.” (Eu quero viajar.)
- “He needs to work.” (Ele precisa trabalhar.)

Como complemento de um adjetivo:

- “She is happy to help.” (Ela está feliz em ajudar.)
- “It is important to be honest.” (É importante ser honesto.)

Após certos verbos:

- “They decided to leave.” (Eles decidiram sair.)
- “She hopes to win.” (Ela espera ganhar.)

Diferenças no Uso

Alguns verbos em inglês podem ser seguidos tanto pelo gerúndio quanto pelo infinitivo, com uma mudança de significado:

“Stop doing something” (Parar de fazer algo) versus “Stop to do something” (Parar para fazer algo).

- “He stopped smoking.” (Ele parou de fumar.)
- “He stopped to smoke.” (Ele parou para fumar.)

O gerúndio e o infinitivo são formas verbais essenciais no inglês que aumentam a riqueza e a precisão da expressão. Cada forma tem seus usos específicos e pode mudar significativamente o significado de uma frase, dependendo de como é usada. O entendimento profundo do gerúndio e do infinitivo permite uma comunicação mais eficaz e um melhor domínio da língua inglesa. A prática constante e a atenção aos detalhes gramaticais ajudarão a solidificar esse conhecimento.

TEMPOS VERBAIS NO PRESENTE

Os tempos verbais no presente em inglês são fundamentais para descrever rotinas, estados permanentes, ações em andamento e eventos que possuem alguma relação com o presente. Diferente do português, que possui diversas flexões verbais para indicar variações no tempo presente, o inglês usa estruturas fixas que combinam verbos principais com auxiliares para expressar diferentes significados. No total, existem quatro formas principais de tempos verbais no presente: Simple Present, Present Continuous, Present Perfect e Present Perfect Continuous.

Simple Present (Presente Simples)

O Simple Present é utilizado para expressar verdades universais, fatos imutáveis, hábitos e rotinas. Ele também pode ser empregado para descrever sentimentos, preferências e estados permanentes. Em inglês, sua estrutura é relativamente simples, sendo formada pelo verbo no infinitivo sem “to” para todos os sujeitos, exceto na terceira pessoa do singular (he, she, it), onde se adiciona “-s” ou “-es” ao final do verbo.

Exemplos:

The sun rises in the east. (O sol nasce no leste.)

She studies English every day. (Ela estuda inglês todos os dias.)

I work at a bank. (Eu trabalho em um banco.)

Nas formas negativa e interrogativa, é utilizado o auxiliar do/does. O verbo principal permanece na forma base.

She does not (doesn't) like coffee. (Ela não gosta de café.)

Do you play soccer? (Você joga futebol?)

Esse tempo verbal também é frequentemente usado para expressar horários fixos ou eventos programados, como compromissos, partidas de avião ou programas de TV.

The train leaves at 6 p.m. (O trem parte às 18h.)

Present Continuous (Presente Contínuo ou Progressivo)

O Present Continuous é utilizado para descrever ações que estão ocorrendo no momento da fala ou para eventos temporários. Também pode indicar mudanças progressivas ou planos futuros já estabelecidos. Sua estrutura é composta pelo verbo to be no presente seguido pelo verbo principal no gerúndio (-ing).

Exemplos:

She is reading a book now. (Ela está lendo um livro agora.)

They are working on a new project. (Eles estão trabalhando em um novo projeto.)

I am traveling to Spain next week. (Eu estou viajando para a Espanha na próxima semana.)

Para a forma negativa, basta adicionar “not” após o verbo to be. Na interrogativa, inverte-se a posição do to be com o sujeito.

She is not (isn't) watching TV. (Ela não está assistindo TV.)

Are you studying for the exam? (Você está estudando para o exame?)

O Present Continuous não é normalmente usado com verbos que indicam estados ou sentimentos, como know, like, want, believe, understand, pois esses verbos não expressam ações contínuas.

Present Perfect (Presente Perfeito)

O Present Perfect é um dos tempos verbais mais desafiadores para falantes de português, pois não possui um equivalente exato na nossa língua. Ele é utilizado para descrever ações que ocorreram em um passado não especificado, ações que começaram no passado e continuam no presente ou experiências de vida. Sua estrutura é formada pelo verbo auxiliar have/has seguido pelo particípio passado do verbo principal.

Exemplos:

She has visited Paris three times. (Ela visitou Paris três vezes.)

We have lived here since 2010. (Nós moramos aqui desde 2010.)

I have just finished my homework. (Eu acabei de terminar minha lição de casa.)

Na forma negativa, adicionamos “not” ao auxiliar have/has. Na interrogativa, o auxiliar vem antes do sujeito.

He has not (hasn't) seen this movie yet. (Ele ainda não viu este filme.)

Have you ever been to Japan? (Você já esteve no Japão?)

O Present Perfect também é comumente usado com advérbios como *ever, never, just, already, yet, since* e *for*, indicando tempo indefinido ou continuidade.

Present Perfect Continuous (Presente Perfeito Contínuo)

O Present Perfect Continuous é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que começou no passado e ainda está acontecendo no presente. Ele também pode expressar ações repetidas que ocorreram recentemente. Sua estrutura é formada pelo auxiliar *have/has + been + o verbo principal no gerúndio (-ing)*.

Exemplos:

She has been working at this company for five years. (Ela tem trabalhado nesta empresa há cinco anos.)

We have been waiting for you since morning. (Estamos esperando por você desde a manhã.)

He has been studying a lot recently. (Ele tem estudado muito ultimamente.)

A forma negativa é construída com “not” após *have/has*, e a interrogativa segue a estrutura tradicional da inversão do auxiliar com o sujeito.

She has not (hasn't) been feeling well. (Ela não tem se sentido bem.)

Have you been practicing your English? (Você tem praticado seu inglês?)

Diferente do Present Perfect, que enfatiza o resultado de uma ação, o Present Perfect Continuous destaca a continuidade e a duração dessa ação.

Os tempos verbais no presente em inglês possuem funções bem definidas, e seu uso correto garante que a comunicação seja clara e precisa. Enquanto o Simple Present é ideal para expressar fatos e rotinas, o Present Continuous descreve ações em andamento ou planejamentos futuros. Já o Present Perfect estabelece uma ligação entre passado e presente, e o Present Perfect Continuous enfatiza a duração das ações.

A escolha entre esses tempos depende do contexto da comunicação e do significado que o falante deseja transmitir. Para aprendizes do inglês, compreender essas diferenças é essencial para evitar erros comuns e melhorar a fluência na escrita e na fala. À medida que se avança no estudo da língua, a prática e a exposição frequente ao idioma ajudam a consolidar esses conceitos, tornando seu uso mais natural e intuitivo.

TEMPOS VERBAIS NO PASSADO

Os tempos verbais no passado em inglês são essenciais para narrar eventos que já ocorreram, estabelecer relações entre ações passadas e indicar a duração de eventos anteriores. Assim como no presente, os tempos verbais do passado se dividem em quatro aspectos principais: Simple Past (Passado Simples), Past Continuous (Passado Contínuo), Past Perfect (Passado Perfeito) e Past Perfect Continuous (Passado Perfeito Contínuo). Cada um deles possui usos específicos que auxiliam na organização das informações temporais em uma conversa ou texto.

Diferentemente do português, em que os verbos podem sofrer múltiplas flexões no passado, no inglês a conjugação dos verbos no passado geralmente envolve a adição de “-ed” aos verbos regulares ou a memorização de formas irregulares. Além disso, os tempos compostos utilizam auxiliares como *was, were, had* e *been* para estruturar corretamente as sentenças. A seguir, exploramos cada um desses tempos em detalhes.

Simple Past (Passado Simples)

O Simple Past é utilizado para descrever ações ou eventos que ocorreram em um momento específico do passado e que já foram concluídos. Esse tempo verbal é geralmente acompanhado de marcadores temporais, como *yesterday, last week, in 2005, an hour ago* e outros que indicam um tempo definido.

A estrutura do Simple Past é simples:

Para verbos regulares, basta adicionar “-ed” ao final da forma base do verbo:

work → worked (trabalhar → trabalhou)

play → played (jogar → jogou)

Para verbos irregulares, a forma do passado deve ser memorizada:

go → went (ir → foi)

eat → ate (comer → comeu)

Exemplos:

She traveled to Paris last summer. (Ela viajou para Paris no verão passado.)

They watched a movie yesterday. (Eles assistiram a um filme ontem.)

We met our new teacher two days ago. (Nós conhecemos nosso novo professor há dois dias.)

Na forma negativa e interrogativa, utiliza-se o auxiliar *did*, e o verbo principal retorna à forma base:

She did not (didn't) study for the test. (Ela não estudou para a prova.)

Did you visit your grandparents last weekend? (Você visitou seus avós no fim de semana passado?)

O Simple Past é usado exclusivamente para eventos finalizados, sem qualquer relação com o presente.

<i>Afirmativa</i>	<i>I studied at a public school!</i>	Eu estudei em uma escola pública.
<i>Negativa</i>	<i>I didn't study at a public school!</i>	Eu não estudei em uma escola pública.
<i>Interrogativa</i>	<i>Did I study at a public school?</i>	Você estudou em uma escola pública?
<i>Afirmativa</i>	<i>We started a new business course.</i>	Nós começamos um novo curso de negócios.

<i>Negativa</i>	<i>We didn't start a new business course.</i>	Nós não começamos um novo curso de negócios.
<i>Interrogativa</i>	<i>Did we start a new business course?</i>	Nós começamos um novo curso de negócios?

Já os verbos irregulares do passado não possuem regras específicas, mas podemos memorizá-los a fim de expandir o vocabulário. Confira a tabela a seguir:

Verbo no infinitivo	Verbo irregular no passado	Tradução
To eat	Ate	Comer
To come	Came	Vir
To leave	Left	Partir, sair, deixar
To understand	Understood	Entender
To say	Said	Dizer
To send	Sent	Enviar
To write	Wrote	Escrever
To read	Read	Ler
To run	Ran	Correr
To lend	Lent	Emprestar
To put	Put	Colocar, pôr
To drive	Drove	Dirigir
To take	Took	Levar
To keep	Kept	Manter, guardar
To wake up	Woke up	Acordar
To get	Got	Pegar, conseguir
To bring	Brought	Trazer
To buy	Bought	Comprar
To sell	Sold	Vender

Past Continuous (Passado Contínuo ou Progressivo)

O Past Continuous é utilizado para expressar ações que estavam em andamento em um determinado momento do passado. Esse tempo verbal pode ser usado para descrever cenários passados, indicar interrupções em uma ação ou relatar eventos simultâneos.

A estrutura do Past Continuous consiste no uso do verbo *to be* no passado (*was/were*) seguido do verbo principal no gerúndio (*-ing*).

Exemplos:

She was reading a book when I arrived. (Ela estava lendo um livro quando eu cheguei.)

They were playing soccer at 4 p.m. (Eles estavam jogando futebol às 16h.)

I was watching TV while my brother was studying. (Eu estava assistindo TV enquanto meu irmão estudava.)

Para formar a negativa, adiciona-se “not” ao verbo auxiliar:

He was not (wasn't) listening to music. (Ele não estava ouvindo música.)

Na interrogativa, inverte-se a posição do verbo *to be* e do sujeito:

Were they sleeping when you called? (Eles estavam dormindo quando você ligou?)

O Past Continuous enfatiza a continuidade de uma ação no passado, diferindo do Simple Past, que indica ações concluídas.

Past Perfect (Passado Perfeito)

O Past Perfect é utilizado para expressar ações que ocorreram antes de outra ação no passado. Ele estabelece uma sequência cronológica entre eventos passados e é frequentemente usado com *before*, *after*, *by the time* e *when* para indicar essa relação temporal.

A estrutura do Past Perfect é formada pelo auxiliar *had* seguido do particípio passado do verbo principal:

Exemplos:

When she arrived, they had already left. (Quando ela chegou, eles já tinham saído.)

I had never seen that movie before last night. (Eu nunca tinha visto esse filme antes da noite passada.)

By the time we got to the station, the train had departed. (Quando chegamos à estação, o trem já tinha partido.)

Na forma negativa, basta adicionar “not” após *had*:

He had not (hadn't) finished his homework before dinner. (Ele não tinha terminado sua lição de casa antes do jantar.)

Na interrogativa, o auxiliar *had* vem antes do sujeito:

Had you ever been to London before 2010? (Você já tinha estado em Londres antes de 2010?)

O Past Perfect ajuda a organizar eventos no passado de maneira clara, evitando ambiguidades na sequência das ações.

Past Perfect Continuous (Passado Perfeito Contínuo)

O Past Perfect Continuous é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que ocorreu antes de outra ação no passado. Ele indica que uma atividade esteve acontecendo por um certo período antes de um evento específico.

A estrutura do Past Perfect Continuous é formada por *had been* seguido do verbo principal no gerúndio (*-ing*).

Exemplos:

She had been studying for hours before she took the test. (Ela tinha estudado por horas antes de fazer a prova.)

They had been working together for ten years before the company closed. (Eles tinham trabalhado juntos por dez anos antes da empresa fechar.)

We had been waiting for 30 minutes when the bus finally arrived. (Estávamos esperando por 30 minutos quando o ônibus finalmente chegou.)

Na forma negativa, adiciona-se “not” após had:

He had not (hadn't) been feeling well for days before going to the doctor. (Ele não estava se sentindo bem há dias antes de ir ao médico.)

Na interrogativa, a inversão ocorre com had:

Had she been working there long before she got promoted? (Ela já estava trabalhando lá há muito tempo antes de ser promovida?)

O Past Perfect Continuous diferencia-se do Past Perfect por enfatizar a duração da ação, enquanto o Past Perfect apenas indica que um evento ocorreu antes de outro.

Os tempos verbais no passado em inglês oferecem uma variedade de maneiras de descrever eventos e estabelecer relações entre ações anteriores. O Simple Past é usado para ações finalizadas, enquanto o Past Continuous enfatiza atividades em andamento em um determinado momento. O Past Perfect indica ações que ocorreram antes de outra ação no passado, e o Past Perfect Continuous destaca a duração dessas ações.

A compreensão clara desses tempos verbais é essencial para a comunicação precisa e eficaz em inglês, especialmente ao contar histórias, relatar experiências ou descrever eventos passados. Com prática e exposição à língua, torna-se mais fácil diferenciar esses tempos e utilizá-los corretamente no dia a dia.

TEMPOS VERBAIS NO FUTURO

Os tempos verbais no futuro na língua inglesa desempenham um papel fundamental na comunicação, permitindo expressar previsões, intenções, promessas e planos. Diferentemente do português, em que os verbos podem ser flexionados no futuro, o inglês utiliza auxiliares como will e going to, além de estruturas com verbos modais e expressões que indicam ações futuras.

Assim como nos tempos presente e passado, o futuro em inglês é dividido em quatro aspectos principais: Simple Future (Futuro Simples), Future Continuous (Futuro Contínuo), Future Perfect (Futuro Perfeito) e Future Perfect Continuous (Futuro Perfeito Contínuo). Cada um desses tempos tem uma função específica e deve ser utilizado conforme o contexto da comunicação.

Simple Future (Futuro Simples)

O Simple Future é a forma mais básica de expressar eventos futuros. Ele pode indicar previsões, decisões tomadas no momento da fala, promessas, ofertas e possibilidades futuras. O auxiliar will é usado para formar esse tempo verbal, seguido do verbo principal na forma base.

Exemplos:

She will travel to London next year. (Ela viajará para Londres no próximo ano.)

I will help you with your homework. (Eu ajudarei você com sua lição de casa.)

It will rain tomorrow. (Vai chover amanhã.)

Outra maneira de expressar o futuro é com a estrutura going to, que indica intenções e previsões baseadas em evidências.

They are going to move to a new house. (Eles vão se mudar para uma nova casa.)

Look at the sky! It is going to rain. (Olhe para o céu! Vai chover.)

A forma negativa do Simple Future é construída com will not (won't):

He won't accept the job offer. (Ele não aceitará a oferta de emprego.)

Na interrogativa, will vem antes do sujeito:

Will you attend the meeting tomorrow? (Você participará da reunião amanhã?)

Future Continuous (Futuro Contínuo ou Progressivo)

O Future Continuous é utilizado para descrever ações que estarão em andamento em um momento específico no futuro. Ele é formado por will be seguido do verbo principal no gerúndio (-ing). Esse tempo verbal também pode ser usado para indicar eventos programados ou para expressar suposições sobre o que alguém pode estar fazendo em um determinado momento no futuro.

Exemplos:

This time tomorrow, we will be flying to Paris. (A esta hora amanhã, estaremos voando para Paris.)

She will be studying all night for the exam. (Ela estará estudando a noite toda para o exame.)

Don't call him now. He will be working. (Não ligue para ele agora. Ele estará trabalhando.)

Na forma negativa, basta adicionar not após will:

They will not (won't) be coming to the party. (Eles não estarão vindo para a festa.)

Na interrogativa, inverte-se a posição do will com o sujeito:

Will you be waiting for me at the airport? (Você estará me esperando no aeroporto?)

O Future Continuous enfatiza a continuidade de uma ação no futuro, diferente do Simple Future, que apenas indica que algo acontecerá.

Future Perfect (Futuro Perfeito)

O Future Perfect é usado para expressar ações que terão sido concluídas antes de um determinado momento no futuro. Ele é formado pelo auxiliar will have seguido do particípio passado do verbo principal.

Exemplos:

By next week, I will have finished my project. (Até a próxima semana, eu terei terminado meu projeto.)

They will have graduated by the end of the year. (Eles terão se formado até o final do ano.)

By 10 p.m., she will have completed her assignment. (Até às 22h, ela terá concluído sua tarefa.)

A forma negativa é construída com will not (won't) have:

She won't have arrived by lunchtime. (Ela não terá chegado até a hora do almoço.)

Na forma interrogativa, *will* precede o sujeito:

Will you have finished your work by tomorrow? (Você terá terminado seu trabalho até amanhã?)

O *Future Perfect* é frequentemente usado com expressões como *by the time*, *before*, *until* e *by* + data específica. Esse tempo verbal diferencia-se do *Simple Future* por indicar que uma ação será concluída antes de um evento futuro.

Future Perfect Continuous (Futuro Perfeito Contínuo)

O *Future Perfect Continuous* é utilizado para enfatizar a duração de uma ação que estará acontecendo até um certo ponto no futuro. Ele é formado por *will have been* seguido do verbo principal no gerúndio (-ing). Esse tempo verbal é usado para indicar processos em andamento que terão se estendido por um período de tempo antes de outro evento futuro.

Exemplos:

By next year, she will have been working at the company for ten years. (Até o próximo ano, ela terá estado trabalhando na empresa por dez anos.)

By midnight, we will have been driving for eight hours. (Até a meia-noite, teremos estado dirigindo por oito horas.)

In 2025, they will have been living in New York for a decade. (Em 2025, eles terão estado morando em Nova York por uma década.)

Na forma negativa, basta incluir *not* após *will*:

He won't have been studying for long before taking the test. (Ele não terá estado estudando por muito tempo antes de fazer a prova.)

Na interrogativa, *will* aparece antes do sujeito:

Will she have been waiting for long when we arrive? (Ela terá estado esperando por muito tempo quando chegarmos?)

O *Future Perfect Continuous* diferencia-se do *Future Perfect* por destacar a duração da ação, enquanto o *Future Perfect* foca apenas na conclusão.

Os tempos verbais no futuro na língua inglesa oferecem uma ampla gama de possibilidades para descrever eventos vindouros com precisão. O *Simple Future* é usado para previsões e promessas, enquanto o *Future Continuous* destaca ações em progresso em um momento futuro. Já o *Future Perfect* foca na conclusão de uma ação antes de um evento futuro, e o *Future Perfect Continuous* enfatiza a duração dessa ação até um ponto específico no futuro.

A escolha do tempo verbal adequado depende do contexto da comunicação e do significado que o falante deseja transmitir. Dominar essas estruturas é essencial para expressar intenções, fazer planos e discutir eventos futuros com clareza e precisão. Como acontece com outros tempos verbais, a prática constante e a exposição ao idioma ajudam a consolidar esse conhecimento, tornando seu uso mais intuitivo e natural.

MODOS VERBAIS NA LÍNGUA INGLESA

Os modos verbais na língua inglesa desempenham um papel crucial na comunicação, pois indicam a atitude do falante em relação à ação expressa pelo verbo. Diferentemente dos tempos verbais, que situam uma ação no tempo (passado, presente ou futuro), os modos verbais estabelecem se a ação é uma afirmação, uma hipótese, uma ordem ou um desejo.

Na gramática do inglês, os modos verbais principais são três: *Indicative* (Indicativo), *Imperative* (Imperativo) e *Subjunctive* (Subjuntivo). Além disso, os verbos modais (*can*, *could*, *may*, *might*, *shall*, *should*, *will*, *would*, *must*) desempenham um papel fundamental na modificação do sentido dos verbos principais, permitindo expressar possibilidade, obrigação, permissão e outras nuances de significado.

O correto uso dos modos verbais é essencial para a clareza da comunicação, pois influencia diretamente a forma como uma frase é interpretada. Enquanto o modo indicativo é predominante na fala e na escrita cotidiana, os modos imperativo e subjuntivo são empregados em situações mais específicas, como instruções e desejos hipotéticos.

Modo Imperativo (Imperative Mood)

O modo imperativo é utilizado para dar ordens, instruções, sugestões, pedidos e conselhos. Ele se caracteriza pela ausência de sujeito explícito, pois presume-se que a ordem ou sugestão é direcionada ao interlocutor. O verbo aparece sempre na forma base, sem o uso de auxiliares.

Exemplos de frases no modo imperativo incluem:

Close the door, please. (Feche a porta, por favor.)

Listen carefully. (Ouça com atenção.)

Don't touch that! (Não toque nisso!)

Let's go to the park. (Vamos ao parque.)

Na forma negativa do imperativo, adiciona-se o *not* (*don't*) antes do verbo:

Don't forget your keys. (Não esqueça suas chaves.)

Do not speak during the presentation. (Não fale durante a apresentação.)

O imperativo pode ser usado para enfatizar urgência, expressar incentivos ou sugerir ações de maneira gentil, dependendo do tom e do contexto.

Modo Subjuntivo (Subjunctive Mood)

O modo subjuntivo é utilizado para expressar desejos, hipóteses, recomendações, condições irreais e situações contrárias à realidade. Diferente do português, em que o subjuntivo é amplamente utilizado, no inglês ele aparece de maneira mais restrita e formal.

O subjuntivo presente é frequentemente usado após verbos que indicam recomendações, exigências ou sugestões, como *suggest*, *demand*, *insist*, *request*, *recommend* e expressões como *it is necessary that*, *it is important that*. A principal característica dessa estrutura é que o verbo permanece na forma base, sem flexão para terceira pessoa do singular.

Exemplos:

I suggest that she be more careful. (Eu sugiro que ela seja mais cuidadosa.)

It is important that he arrive on time. (É importante que ele chegue no horário.)

The teacher insists that the students do their homework. (O professor insiste que os alunos façam suas lições de casa.)

O subjuntivo passado, por sua vez, é usado em orações condicionais irreais e em expressões de desejo com wish e if only. Nesse caso, o verbo to be assume a forma were para todas as pessoas, independentemente do sujeito.

Exemplos:

If I were you, I would accept the job. (Se eu fosse você, aceitaria o trabalho.)

I wish he were here. (Eu queria que ele estivesse aqui.)

If only she were more patient. (Se ao menos ela fosse mais paciente.)

O subjuntivo também aparece em construções fixas e formais, como:

God save the Queen. (Deus salve a Rainha.)

Long live the King. (Vida longa ao Rei.)

Embora seu uso seja mais limitado no inglês contemporâneo, o modo subjuntivo ainda é essencial para demonstrar formalidade e expressar ideias hipotéticas e recomendações.

Os modos verbais na língua inglesa desempenham um papel essencial na construção de significados e na organização das intenções comunicativas. O modo indicativo é predominante e usado para afirmações e descrições objetivas. O modo imperativo serve para comandos, pedidos e sugestões, sendo direto e conciso. Já o modo subjuntivo, embora menos frequente no inglês moderno, ainda é necessário para expressar desejos, hipóteses e recomendações formais.

A compreensão desses modos verbais permite que falantes e aprendizes do inglês utilizem a linguagem com maior precisão e coerência, adaptando-se a diferentes contextos de comunicação. O domínio dessas estruturas, aliado à prática contínua, contribui significativamente para a fluência e a clareza na expressão oral e escrita.

MODAL VERBS

Os verbos modais da língua inglesa, também conhecidos como modal verbs, mostram possibilidade, intenção, habilidade ou necessidade. Por serem um tipo de verbo auxiliar são usados junto com o verbo principal da frase. Eles podem ser complicados, especialmente quando se trata de usá-los em uma frase. A boa notícia é que eles são simples quando você aprende como eles funcionam. Abaixo, explicamos tudo o que você precisa saber para usar verbos modais com facilidade.

Os verbos modais são usados para expressar certas condições hipotéticas, como conselhos, capacidade ou solicitações. Eles são usados ao lado de um verbo principal para mudar um pouco seu significado. Por serem verbos auxiliares, não podem

necessariamente ser usados sozinhos. (Um verbo modal só deve aparecer sozinho se estiver claro no contexto qual é o verbo principal.)

Considere a diferença entre esses dois exemplos:

– I dance every Saturday. (Eu danço todo sábado)

– I can dance every Saturday. (Eu posso dançar todo sábado)

O primeiro exemplo é uma simples declaração factual. O interlocutor participa de uma atividade de dança todas as semanas aos sábados. O segundo exemplo usa o verbo modal can. Observe como o significado muda um pouco. O orador não dança todos os sábados; ele está dizendo que é capaz de dançar ou que pode dançar todos os sábados, se precisarem. É hipotético.

Os verbos modais são bastante comuns em inglês, e você provavelmente já os viu centenas de vezes sem realmente saber seu nome. Os mais utilizados são:

- can
- may
- might
- could
- should
- would
- will
- must

Confira a seguir o significado, contexto e uso de cada um deles.

— Can

O verb modal can significa poder e conseguir (ou sabe - habilidade), expressando tanto uma possibilidade quanto uma habilidade, mas pode assumir o significado de permissão também. Confira os exemplos de seu uso na afirmativa, na negativa e na interrogativa.

– Afirmativa: She can play the piano (Ela sabe tocar piano) - habilidade

– Negativa: We can not/can't go with you (Nós não podemos ir com você) - possibilidade

– Interrogativa: Can I visit grandma this weekend? (Eu posso visitar a vovó esse fim de semana?) - permissão

Observe que na negativa acrescenta-se o not (não) após o verbo modal ou implanta-o no próprio verbo através de uma modificação contraída. Essa regra se aplica a outros verbos modais como veremos a seguir.

— May

O verbo modal may pode ser considerado a versão formal do can, mas que, por sua vez, expressa apenas possibilidade, pedido ou permissão.

– Afirmativa: He may get it wrong. (Ele pode entender errado) - possibilidade

– Negativa: My family may not like it (Minha família pode não gostar disso) - possibilidade

– Interrogativa: May I be excused? (Você pode me dar licença?) - permissão

— Could

O **could** significa poderia, ou conseguiria, indica uma possibilidade ou habilidade e também pode indicar uma sugestão, pedido ou permissão, mas também pode significar podia ou conseguia (ou sabia - habilidade), o passado do verbo modal **can**. Observe seus usos:

- Afirmativa: She could play the piano (Ela sabia tocar piano) – habilidade, age como passado de **can**
- Negativa: We could not/couldn't tell her that (Nós não podíamos contar isso a ela) – permissão ou possibilidade
- Interrogativa: Could you pass me the salt? (Você poderia me passar o sal?) – possibilidade ou pedido

— Might

O verbo modal **might** pode ser considerado a versão formal do **could**, mas, assim como o **may**, expressa apenas possibilidade ou pedido. Ele também pode assumir um papel de dedução.

- Afirmativa: She might be a little sad get it wrong. (Ela pode estar um pouco triste) – possibilidade/dedução
- Negativa: Our cousins might not come to the party. (Meus primos podem não vir à festa) – possibilidade
- Interrogativa: Might I help you? (Eu posso te ajudar?) – pedido

— Should

O verbo modal **should** significa dever ou deveria com sentido de sugestão, conselho ou aviso. Confira seu uso:

- Afirmativa: You should wash your hands (Você deveria lavar suas mãos)
- Negativa: Anna should not/shouldn't be upset (Anna não deveria estar chateada)
- Interrogativa: Should I try and talk to him? (Eu devo tentar falar com ele?)

— Must

O verbo modal **must** significa dever com sentido de obrigatoriedade, proibição, regra, em outros casos pode indicar uma dedução, presumindo a ação ou o sentimento do sujeito da oração. Confira seu uso:

- Afirmativa: Monica must be so happy with the pregnancy (A Monica deve estar tão feliz com a gravidez) - dedução
- Negativa: You must not swear (Você não deve falar palavrões) - proibição
- Interrogativa: Must we visit him? (Nós devemos visitá-lo?) - obrigação

— Would

Diferentemente dos demais verbos modais, o **would** por si só não se traduz na língua inglesa, mas age como modificador do verbo que o segue, transformando-o em um verbo no futuro do pretérito indicativo, ou seja, verbos terminados em **-ria**, os quais representam uma situação que possivelmente teria ocorrido em algum momento antes de determinada situação no passado. O

modal **would** também pode conferir sentido de possibilidade, desejo ou pedido (ou sugestão no sentido de oferta). Confira a seguir:

- Afirmativa: We would love to go. (Nós amaríamos ir) - desejo
- Interrogativa: Dad wouldn't understand this situation? (Papai não entenderia essa situação.) – possibilidade
- Interrogativa: Would you like some water? (Você gostaria de um pouco de água?) – pedido/sugestão

— Will

O verbo modal **will** age diferente dos demais verbos modais, pois modifica o tempo verbal do verbo que o segue, transformando a oração em um futuro simples, não possuindo significado em si próprio.

- Afirmativa: I will visit my friends abroad. (Eu visitarei meus amigos no exterior)
- Negativa: They will not/won't believe me. (Eles não acreditarão em mim)
- Interrogativa: Will you be there? (Você estará lá?)

ORAÇÕES CONDICIONAIS (0, 1 E 2)

As orações condicionais, conhecidas em inglês como “conditionals”, são estruturas gramaticais fundamentais para expressar ideias hipotéticas ou condicionais. Essas orações são formadas por duas partes principais: a cláusula condicional, geralmente introduzida pela conjunção “if” (se), e a cláusula principal, que expressa o resultado ou consequência.

Essas condições e resultados podem ser reais ou imaginários, podem estar no presente, futuro ou até mesmo passado. Dependendo da relação temporal e do grau de realidade da condição, diferentes estruturas de orações condicionais são utilizadas. Cada tipo tem seu próprio conjunto de regras para formação e uso, refletindo diferentes significados e graus de possibilidade ou especulação.

Existem quatro tipos principais de orações condicionais em inglês:

- Zero Conditional: usado para expressar verdades gerais ou situações que são sempre verdadeiras se uma determinada condição é atendida.
- First Conditional: usado para situações futuras que são vistas como reais ou possíveis.
- Second Conditional: usado para situações hipotéticas no presente ou futuro, onde a realização é vista como pouco provável.
- Third Conditional: usado para especular sobre situações passadas que não aconteceram.
- Mixed Conditionals: combinam estruturas de diferentes conditionals para expressar ideias que abrangem diferentes tempos.

Cada tipo de oração condicional tem sua própria estrutura e uso, permitindo aos falantes explorar uma ampla gama de cenários hipotéticos e suas possíveis consequências. Essa flexibilidade torna as orações condicionais uma ferramenta expressiva vital na comunicação em inglês.

Zero Conditional (Condicional Zero)

O Zero Conditional é uma estrutura usada para expressar verdades gerais ou situações que são sempre verdadeiras sob certas condições. É frequentemente utilizado para falar sobre fatos científicos, leis da natureza, ou regras que são invariavelmente verdadeiras.

A estrutura básica do Zero Conditional é bastante simples:
If + presente simples, presente simples.

Nesta estrutura, tanto a cláusula condicional ("if") quanto a cláusula principal estão no presente simples. Isso indica que a ação na cláusula principal é uma consequência automática e regular da condição expressa na cláusula "if".

Exemplos:

– If you heat ice, it melts. (Se você aquece gelo, ele derrete.)

Aqui, estamos expressando uma verdade geral: sempre que o gelo é aquecido, ele derrete.

– If you touch a flame, you get burned. (Se você toca numa chama, você se queima.)

Este exemplo expressa uma consequência natural e invariável de tocar uma chama.

O Zero Conditional não é usado para falar sobre algo que pode acontecer no futuro, mas sim sobre algo que sempre acontece da mesma maneira. É uma maneira de expressar a relação de causa e efeito que é sempre verdadeira.

Compreender e utilizar corretamente esse Conditional é essencial para expressar leis científicas, regras habituais e verdades universais em inglês. Ele é fundamental em contextos acadêmicos, científicos e em situações do dia a dia quando se deseja falar sobre fatos incontestáveis.

First Conditional (Primeiro Condicional)

O First Conditional é usado para falar sobre situações futuras que são vistas como reais ou possíveis. Diferentemente do Zero Conditional, que trata de verdades gerais, o Primeiro Condicional é utilizado para expressar condições que podem realmente acontecer no futuro e suas consequências prováveis.

Estrutura:

If + presente simples, will + verbo (forma base)

A cláusula condicional ("if") está no presente simples, enquanto a cláusula principal utiliza o "will" seguido do verbo na forma base. Esta estrutura indica que se a condição for atendida, a ação na cláusula principal é provável de acontecer no futuro.

xemplos:

– If it rains, we will cancel the picnic. (Se chover, nós cancelaremos o piquenique.)

Este exemplo mostra uma ação futura (cancelar o piquenique) que depende de uma condição (se chover).

– If you study hard, you will pass the exam. (Se você estudar bastante, você passará no exame.)

Aqui, a realização de uma ação futura (passar no exame) é apresentada como dependente de uma condição presente (estudar bastante).

O Primeiro Condicional é amplamente utilizado para fazer previsões realistas, dar avisos, ou planejar com base em condições possíveis. É uma maneira de conectar o presente com o futuro em termos de causa e efeito.

Entender e usar o First Conditional é crucial para falar sobre planos futuros, expectativas e possibilidades em inglês. Ele é essencial para uma comunicação eficaz em situações cotidianas, bem como em contextos mais formais, como no planejamento de negócios ou na formulação de estratégias.

Second Conditional (Segundo Condicional)

O Second Conditional é utilizado para falar sobre situações hipotéticas, geralmente no presente ou futuro, e suas consequências possíveis. Este tipo de condicional é empregado para expressar ações ou eventos que são considerados improváveis ou imaginários.

Estrutura:

If + passado simples, would + verbo (forma base).

Aqui, a cláusula condicional ("if") usa o passado simples, enquanto a cláusula principal utiliza "would" seguido do verbo na forma base. Esta estrutura é usada para indicar que a condição é hipotética e que o resultado, embora possível, é visto como pouco provável.

Exemplos:

– If I won the lottery, I would travel around the world. (Se eu ganhasse na loteria, eu viajaria ao redor do mundo.)

Este exemplo expressa um desejo ou sonho (viajar ao redor do mundo) que depende de uma condição muito improvável (ganhar na loteria).

– If he were here, he would help us. (Se ele estivesse aqui, ele nos ajudaria.)

Aqui, estamos falando sobre uma situação hipotética (ele estar aqui) e sua consequência possível (ele nos ajudaria).

O Segundo Condicional é frequentemente utilizado para falar sobre sonhos, desejos, ou cenários hipotéticos. Ele é útil para discutir as possíveis consequências de situações que são imaginadas ou consideradas pouco prováveis na realidade.

Compreender e aplicá-lo é vital para a expressão de ideias hipotéticas, sonhos, e desejos em inglês. Ele permite aos falantes explorar cenários "e se" (what if) e discutir possíveis resultados de situações imaginárias, oferecendo uma rica ferramenta para a comunicação criativa e especulativa.

VOZ PASSIVA E PHRASAL VERBS

— Passive voice

Uma frase na voz ativa, por exemplo, diria “I took my backpack to school” (Eu levei minha mochila para a escola), ela tem o sujeito primeiro (a pessoa ou coisa que faz o verbo), seguido pelo verbo, e finalmente o objeto (a pessoa ou coisa que a ação acontece). Então, neste exemplo, o sujeito é eu (I), o verbo é levei (took) e o objeto é a mochila (backpack).

Mas nem sempre precisamos fazer frases dessa maneira. Podemos querer colocar o objeto em primeiro lugar, ou talvez não queiramos dizer quem fez alguma coisa. Isso pode acontecer por vários motivos. Nesse caso, podemos usar uma voz passiva, que coloca o objeto em primeiro lugar.

A voz passiva é usada para mostrar interesse na pessoa ou objeto que experimenta uma ação em vez da pessoa ou objeto que realiza a ação. Em outras palavras, a coisa ou pessoa mais importante torna-se o sujeito da frase.

Tornamos uma oração passiva colocando o verbo ‘to be’ em qualquer tempo que precisamos e depois adicionando o particípio passado. Para verbos regulares, fazemos o particípio passado adicionando ‘ed’ ao infinitivo. Confira os exemplos disso em cada tempo verbal.

Tempo Verbal	Voz ATIVA	Voz Passiva
Present simple	I make a cake.	A cake is made (by me).
Present continuous	I am making a cake.	A cake is being made (by me).
Past simple	I made a cake.	A cake was made (by me).
Past continuous	I was making a cake.	A cake was being made (by me).
Present perfect	I have made a cake.	A cake has been made (by me).
Pres. Perf. Continuous	I have been making a cake.	A cake has been being made (by me).
Past perfect	I had made a cake.	A cake had been made (by me).
Future simple	I will make a cake.	A cake will be made (by me).
Future perfect	I will have made a cake.	A cake will have been made (by me).

A língua inglesa é rica em expressões idiomáticas e estruturas verbais que desafiam aprendizes em todos os níveis. Dois dos aspectos mais característicos e essenciais para a fluência são os phrasal verbs e as expressões de tempo (time expressions).

Os phrasal verbs são combinações de um verbo com uma partícula (preposição ou advérbio) que adquirem significados muitas vezes imprevisíveis, não podendo ser interpretados

de maneira literal. Dominar os phrasal verbs é essencial para a comunicação fluente e natural, pois eles são amplamente utilizados tanto na fala quanto na escrita informal.

Phrasal Verbs: Estrutura e Uso

Os phrasal verbs são formados pela combinação de um verbo principal com uma ou mais partículas (preposição ou advérbio). Essa combinação altera o significado original do verbo, tornando-o muitas vezes imprevisível.

Por exemplo, o verbo “look” significa “olhar”, mas ao ser combinado com diferentes partículas, assume significados variados:

Look up → pesquisar algo (ex.: Look up this word in the dictionary.)

Look after → cuidar de alguém (ex.: She looks after her younger brother.)

Look forward to → aguardar ansiosamente (ex.: I look forward to meeting you.)

Os phrasal verbs podem ser classificados em dois tipos principais: separáveis e inseparáveis.

Phrasal Verbs Separáveis

Nos phrasal verbs separáveis, o objeto pode ser inserido entre o verbo e a partícula.

Turn off → desligar

She turned off the lights. (Ela desligou as luzes.)

She turned the lights off. (Ela desligou as luzes.)

Caso o objeto seja um pronome, ele obrigatoriamente deve ser colocado no meio:

She turned it off. (Ela desligou isso.)

Phrasal Verbs Inseparáveis

Nos phrasal verbs inseparáveis, a partícula não pode ser separada do verbo. O objeto sempre vem depois da partícula.

Run into → encontrar alguém por acaso

I ran into an old friend yesterday. (Eu encontrei um velho amigo ontem.)

Get over → superar

She got over the flu quickly. (Ela superou a gripe rapidamente.)

Phrasal Verbs de Três Palavras

Alguns phrasal verbs contêm duas partículas, formando expressões idiomáticas fixas.

Put up with → tolerar

I can't put up with his attitude. (Eu não consigo tolerar a atitude dele.)

Come up with → sugerir, propor uma ideia

She came up with a brilliant plan. (Ela teve uma ideia brilhante.)

Importância dos Phrasal Verbs na Comunicação

Os phrasal verbs são fundamentais para a fluência, pois são amplamente usados por falantes nativos em situações cotidianas. O aprendizado desses verbos exige prática constante e exposição ao idioma, já que muitos deles possuem significados idiomáticos que não podem ser deduzidos diretamente.

A melhor forma de aprender phrasal verbs é em contexto, observando seu uso em textos, filmes, músicas e conversas reais. Além disso, a prática por meio de exercícios e a memorização de expressões comuns ajudam a incorporá-los naturalmente ao vocabulário.

- Como os Phrasal Verbs se comportam na voz passiva

Nem todos os Phrasal Verbs podem ser usados na voz passiva. Apenas aqueles que são transitivos, ou seja, que possuem um objeto, podem ser convertidos.

Estrutura básica da voz passiva com Phrasal Verbs:

A estrutura segue o mesmo padrão da voz passiva comum, mas a partícula do Phrasal Verb precisa ser mantida na construção:

Sujeito + verbo “be” + particípio passado do Phrasal Verb + partícula.

Veja alguns exemplos:

Frase Ativa	Frase Passiva
They called off the meeting. (Eles cancelaram a reunião.)	The meeting was called off. (A reunião foi cancelada.)
The teacher gave out the assignments. (O professor distribuiu as tarefas.)	The assignments were given out by the teacher. (As tarefas foram distribuídas pelo professor.)
The manager put off the meeting. (O gerente adiou a reunião.)	The meeting was put off by the manager. (A reunião foi adiada pelo gerente.)

- Casos Especiais na Voz Passiva com Phrasal Verbs

Phrasal Verbs separáveis e inseparáveis:

Os Phrasal Verbs separáveis permitem que o objeto apareça entre o verbo e a partícula. Na voz passiva, a partícula permanece com o verbo.

- Ativa: They turned down the offer. (Eles recusaram a oferta.)
- Passiva: The offer was turned down. (A oferta foi recusada.)

Já os Phrasal Verbs inseparáveis não permitem que o objeto entre entre o verbo e a partícula, e a construção passiva os mantém inalterados.

- Ativa: They looked into the problem. (Eles investigaram o problema.)
- Passiva: The problem was looked into. (O problema foi investigado.)

Phrasal Verbs com dois objetos:

Alguns Phrasal Verbs aceitam dois objetos, permitindo mais de uma construção na voz passiva.

- Ativa: They handed in the report to the manager. (Eles entregaram o relatório ao gerente.)
- Passiva 1: The report was handed in to the manager. (O relatório foi entregue ao gerente.)

- Passiva 2: The manager was handed in the report. (O gerente recebeu o relatório.)

- Exemplos práticos da voz passiva nos Phrasal Verbs

Exemplo 1: “Write down” (Anotar)

- Ativa: She wrote down the notes. (Ela anotou as notas.)
- Passiva: The notes were written down. (As notas foram anotadas.)

Exemplo 2: “Carry out” (Realizar, executar)

- Ativa: The scientists carried out the experiment. (Os cientistas realizaram o experimento.)
- Passiva: The experiment was carried out. (O experimento foi realizado.)

Exemplo 3: “Bring up” (Mencionar, criar assunto)

- Ativa: He brought up an interesting point. (Ele mencionou um ponto interessante.)
- Passiva: An interesting point was brought up. (Um ponto interessante foi mencionado.)

QUESTION TAGS E QUANTIFICADORES

Question tags

As question tags são pequenas perguntas adicionadas ao final de uma frase para confirmar informações ou solicitar concordância do interlocutor. Elas seguem a estrutura do verbo auxiliar presente na oração principal.

You like coffee, don't you? (Você gosta de café, não gosta?)

She is coming, isn't she? (Ela está vindo, não está?)

They haven't arrived, have they? (Eles não chegaram, chegaram?)

O uso correto das question tags exige atenção ao tempo verbal e à forma afirmativa ou negativa da sentença principal. Se a oração principal for afirmativa, a question tag será negativa, e vice-versa.

Quantificadores

Quantificadores são palavras ou expressões que precedem os substantivos para indicar a quantidade ou proporção de um nome. Eles são fundamentais para fornecer contexto quantitativo, que pode afetar diretamente o sentido de uma frase. Esses modificadores são particularmente importantes em inglês porque ajudam a especificar se um substantivo é contável ou incontável.

Os quantificadores podem ser agrupados em várias categorias, cada uma adequada para diferentes tipos de substantivos (contáveis e incontáveis) e diferentes quantidades.

Quantificadores de Quantidade Exata

Estes são usados quando a quantidade exata de um item é conhecida e relevante para a comunicação.

– Números (one, two, three, etc.)

– “She has three cats.” (Ela tem três gatos.)

Quantificadores de Quantidade Inexata

Estes são usados quando a quantidade exata não é conhecida ou não é relevante, ou quando se quer expressar uma quantidade aproximada.

Para substantivos contáveis:

- “Few,” “a few,” “several,” “many”
- “Few people have that kind of opportunity.” (Poucas pessoas têm esse tipo de oportunidade.)
- “I’ve read several books this month.” (Eu li vários livros este mês.)

Para substantivos incontáveis:

- “Little,” “a little,” “much”
- “There is little hope of success.” (Há pouca esperança de sucesso.)
- “She has much wisdom to share.” (Ela tem muita sabedoria para compartilhar.)

Quantificadores Universais

Estes expressam a totalidade ou a ausência completa de um item.

- “All,” “none,” “every,” “no”
- “All the cookies were eaten.” (Todos os cookies foram comidos.)
- “No decision has been made yet.” (Nenhuma decisão foi tomada ainda.)

Quantificadores Proporcionais

Estes indicam uma parte de um grupo ou quantidade.

- “Some,” “most,” “enough,” “plenty”
- “Some students prefer to study at night.” (Alguns alunos preferem estudar à noite.)
- “She has enough money to buy a new car.” (Ela tem dinheiro suficiente para comprar um carro novo.)

Regras de Uso dos Quantificadores

Concordância com Substantivos Contáveis e Incontáveis:

- Quantificadores como “few” e “many” são usados com substantivos contáveis, enquanto “little” e “much” são usados com incontáveis.
- “Several” pode ser usado apenas com substantivos contáveis para indicar um número maior que dois e menor que muitos, enquanto “some” e “any” podem ser usados com ambos os tipos.

Posicionamento na Frase

Os quantificadores geralmente precedem o substantivo ou a frase nominal que eles modificam. No entanto, quando usados para ênfase ou em respostas curtas, podem aparecer no final da frase.

- “There is some.” (Há um pouco.)

Os quantificadores são elementos cruciais na língua inglesa, proporcionando nuances essenciais na expressão de quantidades. Dominar seu uso não apenas enriquece a comunicação, mas também aumenta a precisão e a clareza ao transmitir

informações quantitativas. A prática contínua e a familiarização com essas regras e tipos ajudarão qualquer estudante de inglês a usar quantificadores de maneira eficaz e confiante.

PREFIXOS E SUFIXOS

Os prefixos e sufixos são elementos que modificam o significado das palavras, auxiliando na formação de novos termos.

Prefixos (Prefix): São adicionados no início da palavra e geralmente alteram seu significado original.

Un- (negação): Unhappy (infeliz)

Re- (repetição): Redo (refazer)

Pre- (anterioridade): Preview (prévia)

Sufixos (Suffix): São adicionados ao final da palavra, podendo indicar categorias gramaticais ou mudar o sentido da palavra base.

-er (profissão): Teacher (professor)

-ness (estado/condição): Happiness (felicidade)

-ly (advérbio): Quickly (rapidamente)

O conhecimento de prefixos e sufixos auxilia no entendimento de palavras novas e na ampliação do vocabulário sem a necessidade de tradução literal.

Com prática constante e exposição ao idioma, esses elementos gramaticais tornam-se ferramentas valiosas para uma comunicação mais rica, clara e eficaz.

ARTIGOS DEFINIDOS E INDEFINIDOS

Os artigos na língua inglesa são palavras usadas para acompanhar o substantivo na oração e, assim como na língua portuguesa, podem ser classificados como definidos e indefinidos, mas não recebem variações como na gramática da língua portuguesa, de modo a não possuir artigos compostos, contáveis ou incontáveis, nem mesmo variação de gênero de acordo com o substantivo que segue. Os artigos da língua inglesa podem ser classificados como definidos ou indefinidos segundo seu significado e propósito. Observe a seguir os artigos da língua inglesa:

The	O, a, os, as
A	Um, uma
An	Um, uma

Artigo indefinido

Esse tipo de artigo faz referência a um substantivo cujo significado implica não-especificidade, ou seja, não há uma identificação de um objeto de maneira singular ou exclusiva. Em inglês, está presente no uso de a e na, palavras que possuem suas próprias regras gramaticais. Usa-se a quando o substantivo que segue o artigo inicia-se em uma consoante: a table (uma mesa);

COMPREENSÃO DE TEXTOS: TEXTOS DE ASSUNTOS TÉCNICOS E GERAIS

usa-se na quando o substantivo que segue o artigo inicia-se em uma vogal ou com som de vogal: an elephant (um elefante), an hour (uma hora) — nesse último caso, o som da letra h é mudo. Confira a seguir exemplos de artigo indefinido:

- He bought a shirt. (Ele comprou uma camisa)
- Lisa is a dentist. (Lisa é uma dentista)
- I ate an Orange for breakfast. (Eu comi uma laranja no café-da-manhã)
- We have an importante meeting. (Nós temos uma importante reunião)

Artigo definido

Esse artigo, marcado pelo uso de the é usado para referir-se exclusivamente ao substantivo na oração, ou seja, especifica-se no discurso o objeto dela. Em inglês, é marcado pelo uso de the, que pode acompanhar tanto um substantivo no singular quanto no plural. Observe:

- The table is broken. (A mesa está quebrada)
- The children are happy. (As crianças estão felizes)
- He loved the book. (Ele amou o livro)
- The classes start at 9 am. (As aulas começam às 9 da manhã)

Algumas regras devem ser levadas em consideração quanto ao uso do artigo the.

Não se deve usá-lo antes de substantivos que possuam sentido de expressão de senso-comum ou gerais, salvo se é a intenção do interlocutor especificá-los. Exemplo:

- The cats like milk (Os gatos gostam de leite) — gatos específicos
 - Cats like milk (Gatos gostam de leite) — gatos em geral
- Não se deve usar the antes de nomes próprios, salvo se o nome especificar um conjunto. Exemplo:
- São Paulo is a big city. (São Paulo é uma cidade grande)
 - The United Kingdom is in lockdown. (O Reino Unido está em lockdown)

Não se usa the antes de nomes próprios antes de nomes de idiomas, mas pode ser usado em nacionalidades

- French is a difficult language (Francês é uma língua difícil)
- The French invented the croissant. (Os franceses inventaram o croissant)

Também não se deve usar the quando há a presença da forma possessiva na oração, diferentemente do português.

- Our English book is here (O nosso livro de inglês está aqui)
- John is Lucy's brother. (John é o irmão da Lucy)

A compreensão de textos é uma das habilidades fundamentais para qualquer estudante ou profissional que deseja aprimorar sua proficiência na língua inglesa. A leitura eficiente não se limita apenas à tradução de palavras ou frases isoladas, mas envolve a interpretação do significado global do texto, a identificação de informações explícitas e implícitas e a análise de sua estrutura e contexto.

No ambiente acadêmico e profissional, os textos podem ser classificados em duas grandes categorias: textos técnicos e textos gerais. Enquanto os textos gerais abrangem notícias, artigos, ensaios e outras formas de escrita cotidiana, os textos técnicos são mais específicos e voltados para áreas do conhecimento como engenharia, direito, medicina, informática, administração e muitas outras. Cada um desses tipos de texto apresenta desafios próprios e requer estratégias diferenciadas para uma leitura eficiente.

Este estudo abordará as principais características dos textos técnicos e gerais, discutindo as dificuldades que os leitores podem encontrar e apresentando estratégias eficazes para melhorar a compreensão textual.

TEXTOS TÉCNICOS

Os textos técnicos são aqueles que utilizam uma linguagem especializada e objetiva, voltados para um público específico dentro de uma área do conhecimento. Eles costumam ser encontrados em manuais, relatórios, artigos científicos, especificações de produtos, normas regulatórias, entre outros documentos.

Características dos Textos Técnicos

Os textos técnicos possuem algumas características marcantes:

- **Uso de terminologia específica:** Muitas palavras e expressões são utilizadas apenas dentro de determinado campo do conhecimento, exigindo familiaridade com a área para uma compreensão completa.

Exemplo: Em um texto de informática, encontramos termos como algorithm, database, encryption.

- **Linguagem objetiva e impessoal:** A escrita tende a ser formal, direta e livre de opiniões pessoais.

Exemplo: The experiment was conducted following the standard procedures. (O experimento foi conduzido seguindo os procedimentos padrão.)

- **Uso de voz passiva:** Para enfatizar os processos em vez dos agentes da ação.

Exemplo: The system was updated to improve performance. (O sistema foi atualizado para melhorar o desempenho.)

▪ **Estrutura lógica e sequencial:** Os textos técnicos costumam seguir um formato organizado, com introdução, desenvolvimento e conclusão bem definidos.

Desafios da Compreensão de Textos Técnicos

Ler textos técnicos em inglês pode ser um desafio, especialmente para aqueles que não estão familiarizados com a terminologia da área. Os principais obstáculos incluem:

▪ **Vocabulário altamente especializado:** Muitos termos não fazem parte do inglês cotidiano e precisam ser aprendidos separadamente.

▪ **Uso frequente de abreviações e siglas:** Em áreas como tecnologia e medicina, é comum o uso de siglas que podem dificultar a leitura.

Exemplo: CPU (Central Processing Unit), ECG (Electrocardiogram).

▪ **Estruturas gramaticais complexas:** Frases longas e repletas de informações técnicas podem dificultar a identificação da ideia principal.

Estratégias para a Compreensão de Textos Técnicos

Para melhorar a leitura de textos técnicos em inglês, algumas estratégias podem ser adotadas:

▪ **Identificar palavras-chave:** Focar nos termos mais importantes da frase pode ajudar a compreender a ideia geral sem precisar traduzir palavra por palavra.

▪ **Usar o contexto para deduzir significados:** Muitas palavras técnicas podem ser compreendidas pelo contexto em que aparecem.

▪ **Consultar glossários especializados:** Muitas áreas do conhecimento possuem glossários que explicam os termos técnicos de forma clara.

▪ **Familiarizar-se com estruturas comuns:** Conhecer a estrutura de textos técnicos pode facilitar a leitura. Por exemplo, artigos científicos geralmente apresentam seções como Abstract, Introduction, Methods, Results, Conclusion.

TEXTOS GERAIS

Os textos gerais são aqueles que abordam temas diversos e são direcionados ao público em geral. Eles podem incluir notícias, artigos de opinião, ensaios, entrevistas, blogs, literatura e outros gêneros textuais amplamente acessíveis.

Características dos Textos Gerais

Os textos gerais apresentam características distintas dos textos técnicos, como:

▪ **Linguagem mais acessível e menos formal:** Dependendo do tipo de texto, a escrita pode ser mais coloquial e envolvente.

Exemplo: People around the world are concerned about climate change. (Pessoas ao redor do mundo estão preocupadas com a mudança climática.)

▪ **Uso de expressões idiomáticas e metáforas:** Textos gerais frequentemente incluem expressões figuradas que podem ser difíceis de traduzir literalmente.

Exemplo: It's raining cats and dogs! (Está chovendo muito!)

Maior presença de opinião e argumentação: Diferente dos textos técnicos, que são objetivos, os textos gerais podem conter análises e argumentos pessoais do autor.

Desafios da Compreensão de Textos Gerais

Mesmo sendo mais acessíveis, os textos gerais podem apresentar desafios para leitores de inglês como segunda língua. Entre os principais desafios, destacam-se:

▪ **Uso de linguagem figurada e expressões idiomáticas:** Muitas expressões não possuem tradução direta e precisam ser aprendidas no contexto.

▪ **Variedade de estilos de escrita:** Diferentes gêneros textuais exigem diferentes formas de interpretação. Um artigo jornalístico, por exemplo, difere de uma história fictícia.

▪ **Presença de tempos verbais complexos:** Dependendo do texto, pode haver grande variação entre tempos verbais, como o Present Perfect ou o Past Perfect, que podem ser difíceis para aprendizes.

Estratégias para a Compreensão de Textos Gerais

A leitura eficiente de textos gerais pode ser aprimorada com algumas estratégias:

▪ **Leitura global antes da leitura detalhada:** Fazer uma leitura rápida do texto antes de tentar compreender cada detalhe ajuda a captar a ideia principal.

▪ **Reconhecer a estrutura do texto:** Entender se o texto é uma notícia, um artigo de opinião ou um ensaio pode orientar a interpretação.

▪ **Identificar conectores lógicos:** Palavras como however, therefore, on the other hand ajudam a compreender a relação entre as ideias.

▪ **Praticar a leitura extensiva:** Ler diferentes tipos de textos regularmente ajuda a expandir o vocabulário e a melhorar a fluência na leitura.

Comparação Entre Textos Técnicos e Gerais

Embora os textos técnicos e gerais tenham diferenças significativas, ambos exigem habilidades de leitura atenta e interpretação de contexto. A tabela abaixo resume as principais diferenças entre os dois tipos de texto:

Característica	Textos Técnicos	Textos Gerais
Objetivo	Informar de forma objetiva e especializada	Informar, entreter ou persuadir
Vocabulário	Técnico e específico	Mais variado e acessível
Estilo	Formal e impessoal	Pode ser formal ou informal
Estrutura	Sequencial e lógica	Pode ter estrutura flexível
Uso de opinião	Raramente	Frequentemente

A compreensão de textos em inglês, sejam eles técnicos ou gerais, é uma habilidade essencial que pode ser desenvolvida com prática e estratégias eficazes. Textos técnicos exigem conhecimento de terminologia específica e uma leitura mais analítica, enquanto textos gerais podem apresentar desafios relacionados a linguagem figurada e variação de estilos.

A exposição constante à leitura e o desenvolvimento de estratégias como a identificação de palavras-chave, a análise do contexto e o uso de recursos complementares são fundamentais para aprimorar essa competência. Com dedicação e prática, é possível melhorar a compreensão textual e utilizar o inglês de maneira mais eficaz em diferentes situações, seja no ambiente acadêmico, profissional ou cotidiano.

QUESTÕES

1. FGV - 2024

Experts say the rise of artificial intelligence will make most people better off over the next decade, but many have concerns about how advances in AI will affect what it means to be human, to be productive and to exercise free will

By Janna Anderson and Lee Rainie

Digital life is augmenting human capacities and disrupting eons-old human activities. Code-driven systems have spread to more than half of the world's inhabitants in ambient information and connectivity, offering previously unimagined opportunities and unprecedented threats. As emerging algorithm-driven artificial intelligence (AI) continues to spread, will people be better off than they are today?

The experts predicted networked artificial intelligence will amplify human effectiveness but also threaten human autonomy, agency and capabilities. They spoke of the wide-ranging possibilities; that computers might match or even exceed human intelligence and capabilities on tasks such as complex decision-making, reasoning and learning, sophisticated analytics and pattern recognition, visual acuity, speech recognition and language translation. They said "smart" systems in communities, in vehicles, in buildings and utilities, on farms and in business processes will save time, money and lives and offer opportunities for individuals to enjoy a more customized future.

Many focused their optimistic remarks on health care and the many possible applications of AI in diagnosing and treating patients or helping senior citizens live fuller and healthier lives. They were also enthusiastic about AI's role in contributing to broad public-health programs built around massive amounts of data that may be captured in the coming years about everything from personal genomes to nutrition. Additionally, a number of these experts predicted that AI would abet long-anticipated changes in formal and informal education systems.

Yet, most experts, regardless of whether they are optimistic or not, expressed concerns about the long-term impact of these new tools on the essential elements of being human. All respondents in this non-scientific canvassing were asked to elaborate on why they felt AI would leave people better off or not.

Many shared deep worries, and many also suggested pathways toward solutions. The main themes they sounded about threats and remedies are outlined in future reports.

<https://www.pewresearch.org/internet/2018/12/10/artificial-intelligence-and-the-future-of-humans/>

"They spoke of the wide-ranging possibilities; that computers might match or even exceed human intelligence and capabilities on tasks such as complex decision-making, reasoning and learning".

The use of "might" in this excerpt taken from TEXT can be understood as

- (A) an obligation.
- (B) an absence of obligation.
- (C) an advice.
- (D) a prohibition.
- (E) a possibility.

2. CESGRANRIO - 2024

McDonald's and Wendy's investors group demands fixes to franchisee child labor issues

1 A group of shareholders in fast food chains McDonald's and Wendy's wrote fiery letters to the companies, saying child labor violations at franchises are hurting the brand. In separate letters to the boards at the two restaurant chains, the investors reference The Washington Post reporting on child labor at McDonald's and Wendy's franchises as the reason for leadership to take urgent action. In essence, the investors argue that news coverage and increased public scrutiny of possible labor violations threaten the companies' bottom lines. Both letters were coordinated by the SOC Investment Group, an organization that manages union pensions.

2 The McDonald's investors say they represent over \$2.2 trillion in assets. Their letter highlights that McDonald's has had more than 2,300 child labor violations at more than 13,000 restaurants since 2013, according to the Post's reporting. And though these took place at franchised restaurants rather than corporate-owned ones, they say the board is responsible for a "lack of oversight" that "exposes shareholders to reputational and legal risks associated with repeated violations of child labor law." The letter demands the board institute a zero-tolerance policy with regard to child labor at franchises, that it empower an internal committee to oversee human rights issues, and that an independent human rights review of franchisees be released in December.

- 3 The letter sent to Wendy's is very similar. The group of investors claim to represent \$429.5 million in assets, and their letter also cites the Washington Post investigation, which found that Wendy's franchises have had some of the most child labor violations per restaurant in the fast food industry since 2020. Citing Labor Department data, the Post found that Wendy's franchises averaged nine violations per 100 restaurants, placing it among the top ten fast-food chains. The Wendy's investors' demands are nearly identical to those in the McDonald's letter, including the release of an independent report, but with the addition of annual progress reports thereafter.
- 4 Both letters cite an Alabama lawsuit, which names Wendy's and McDonald's restaurants among hundreds of employers allegedly relying on prison labor, to express concern that the respective boards are failing to "mitigate risks to the Company's reputation."
- 5 Neither company immediately responded to MSNBC's request for comment. The Washington Post notes that in response to similar letters sent last year: "In a previous statement to The Post, the company said the child-labor violations don't reflect the experience of most teenagers working in 'age-appropriate roles and looking for meaningful jobs in their local communities.'"
- 6 At least the companies' investors are showing some self-awareness: They understand that press coverage of the problems they mention in their letters is bad for business. Indeed, child labor has come into focus because of harrowing stories like those covered in the Post, but this issue is also in the news because conservative officials nationwide have been rolling back child labor regulations. So it's smart business, morally just and politically prudent to want to disassociate one's company from the exploitative practices laid out in these letters.

Available at: <https://www.msnbc.com/the-reidout/reidout-blog/mcdonalds-wendys-investors-child-labor-rcna151722>. Retrieved on: May 14, 2024. Adapted.

In the fragment of paragraph 4 of the text "Both letters cite an Alabama lawsuit", the word "both" could be replaced, with no change in meaning, by

- (A) some
- (B) about
- (C) the two
- (D) part of
- (E) only

3. CESGRANRIO - 2024

The new cost of living in New Mexico

- 1 ALBUQUERQUE, N.M. — Prices are going up in New Mexico, especially at the grocery store. A recent study found the average New Mexican family is spending up to \$286 on groceries per week – and even more when children are involved.
- 2 According to the U.S. Bureau of Labor Statistics, the average price for a pound of ground beef was \$5.56 last month. That's about 20 cents cheaper than back in July, but almost a full dollar more expensive than in January 2020 – right before the pandemic hit. It's a similar trend for milk, but a gallon is only about 50 cents more expensive than four years ago.
- 3 Eggs are half the price of what they were last winter, but that's because there was an avian flu outbreak. Most produce items, like tomatoes and bananas, have stayed around the same price for several years now. That's probably a good thing, because snacks are getting more expensive. Data shows the average bag of potato chips is almost \$2 more expensive than four years ago. The price of chocolate chip cookies is also up almost 40%. All of those small increments add up.
- 4 While it's not likely there will be a major drop in grocery prices soon, there is some potentially good news when it comes to your housing budget. Officials with the Apartment Association of New Mexico say there are at least 40 housing projects under construction in the Albuquerque area. That is expected to bring at least 5,000 rental units to the market in the coming months. State leaders are pitching in too, with several new bills opening up millions of dollars in funding for even more housing projects. The average rent in Albuquerque is sitting at \$1,340 a month – about \$400 higher than in January 2020. Economists suggest an increased housing supply could reduce prices for everyone.
- 5 There is also evidence that wage growth is happening. Data from the U.S. Bureau of Labor Statistics showed average hourly earnings increased by 1.4% since last January. It's worth noting wage growth rates have surpassed inflation rates since last February.

Available at: <https://www.kob.com/new-mexico/the-new-cost-of-living-in-new-mexico/>. Retrieved on: Mar 1, 2024. Adapted.

In the fragment of paragraph 4 "The average rent in Albuquerque is [...] about \$400 higher than in January 2020", the word "higher" can be replaced, with no change in meaning, by

- (A) cheaper
- (B) better
- (C) taller

- (D) more manageable
(E) more expensive

4. CESGRANRIO - 2024

Bob Dylan and the "Hot Hand"

For decades, there's been a running academic debate about the question of "the hot hand"—the notion, in basketball, say, that a player has a statistically better chance of scoring from downtown if he's been shooting that night with unusual accuracy. Put it this way: Stephen Curry, the point guard genius for the Golden State Warriors, who normally hits forty-four per cent of his threes, will raise his odds to fifty per cent or better if he's already on a tear. He's got a "hot hand." If you watch enough N.B.A. ball, it appears to happen all the time. But does it? Thirty years ago, Thomas Gilovich, Amos Tversky, and Robert Vallone seemed to squelch the hot-hand theory with a stats-laden paper in the journal *Cognitive Psychology*, but, just last year, along came Joshua Miller and Adam Sanjurjo, marshalling no less evidence, to insist that an "atypical clustering of successes" in three-point shooting was not a "wide spread cognitive illusion" at all, but rather that it "occurs regularly."

Steph Curry fans, who have been loyal witnesses to his improbable streaks from beyond the arc, surely agree with Professors Miller and Sanjurjo. But let's assume that the debate, in basketball or at the blackjack table, remains open. What's clear is that when it comes to the life of the imagination, the hot hand is a matter of historical fact. Novelists, composers, painters, and poets are apt to experience stretches of intense creativity that might derive from any number of factors—surrounding historical events, artistic rivalries, or, most mysteriously, inspiration—but the streak is undeniably there.

For Dylan, the greatest and most abundant songwriter who has ever lived, the most intense period of wild inspiration and creativity ran from the beginning of 1965 to the summer of 1966.

Before that fifteen-month period, Bob Dylan, who was twenty-three, had already transformed folk music, building on Woody Guthrie and Hank Williams. Now he was scribbling lyrics on pads and envelopes all night and listening to the Stones and the Beatles and feverishly reading the Surrealists and the Beats. In short order, he recorded the music for "Bringing It All Back Home" (the crossover to rock that ranges from "Mr. Tambourine Man" to "Subterranean Homesick Blues"); "Highway 61 Revisited" (the best rock album ever made; again, send your rebuttal to); and "Blonde on Blonde" (a double album recorded in New York and Nashville that includes "Visions of Johanna" and "Just Like a Woman").

Full text available on <https://www.newyorker.com/culture/cultural-comment/bob-dylanand-the-hot-hand>

In the sentence "Steph Curry fans, who have been loyal witnesses to his improbable streaks from beyond the arc", the word witnesses can be replaced, with no change in meaning, by

- (A) Naysayers.
(B) Spectators.
(C) Jurors.
(D) Deponents.
(E) Snitches.

5. CESPE / CEBRASPE - 2024

The roar of a waterfall suggests the power of water. Rampaging floodwaters can uproot strong trees and twist railroad tracks. When the power of water is harnessed, however, it can do useful work for humans.

Since ancient times, people have put the energy in the flow of water to work. They first made water work for them with the waterwheel, a wheel with paddles around its rim. Flowing water rotated the waterwheel, which in turn ran machinery that was linked to it. Today, new kinds of waterwheels—turbines—spin generators that produce electricity. Electricity from water-turned generators is known as hydroelectricity.

By building a dam across a river, the natural upstream water level is elevated and a difference in head is created that can be used to drive turbines and generate electricity. A large upstream reservoir may balance seasonal water flow; rain or melted snow can be stored in the reservoir during the wet season to provide electricity during dry seasons.

Waterpower is distributed unevenly among the continents and nations of the world. Europe and North America have developed much of their waterpower. Asia, South America, and Africa have abundant waterpower potential, but while countries such as China and Brazil have become leading hydroelectric producers, much of the waterpower resource on those continents remains undeveloped.

Elizabeth Lachner. Hydroelectricity. Rosen Publishing Group, 2018 (adapted).

In the third sentence of the second paragraph of text 18A3-I, the pronouns "which" and "it" are both replacing

- (A) "rim" (second sentence of the second paragraph).
(B) "the waterwheel" (third sentence of the second paragraph).
(C) "machinery" (third sentence of the second paragraph).
(D) "Flowing water" (third sentence of the second paragraph).
(E) "paddles" (second sentence of the second paragraph).

Leia o texto abaixo para responder as questões 6 e 7

Forthcoming innovation & trends in shipping industry

1 The shipping trends play a vital role in global trade, transporting goods worth trillions of dollars yearly. Population growth and continued urbanization will also lead to an increase in demand for maritime shipping services. The maritime shipping industry must continue to innovate and adopt new technologies to meet this increased demand. The following are some of the most promising trends and innovations currently taking place in the maritime shipping industry:

2 1. Green Technology - One of the most critical trends in maritime shipping is the move toward green technology. With increasing public awareness of the need to protect the environment, it is becoming increasingly crucial for maritime companies to adopt green practices. Maritime companies invest in cleaner-burning fuels such as LNG (liquefied natural gas). LNG produces significantly lower emissions than traditional marine fuels such as heavy fuel oil (HFO) and diesel. Some maritime companies are also experimenting with battery-powered ships

to reduce emissions further. While battery-powered ships are not yet commercially viable on long voyages, they show great promise for use on shorter routes.

3 2. Electric Ships - Global maritime transport emits around 900 million tons of carbon dioxide annually, accounting for 2-3% of the world's total emissions. As the push for decarbonization gathers momentum, it is only a matter of time before electric ships become the norm.

4 3. Autonomous Ships - Another exciting trend in maritime shipping is the development of autonomous ships. Autonomous ships have the potential to revolutionize the industry. They offer many advantages over traditional vessels, including reduced operating costs, increased efficiency, and improved safety by reducing the need for manual labor onboard ships. In addition, automated systems are less susceptible to human error than their manual counterparts. While there are many regulatory hurdles to overcome before autonomous vessels can be deployed commercially, they are expected to eventually become a common sight in the world's oceans.

5 4. Blockchain - Blockchain technology is also beginning to make its way into the maritime shipping industry. Blockchain offers several potential benefits for maritime companies, including improved tracking of shipments and real-time visibility of their location- this would minimize delays caused by lost or misplaced cargo, reduce paperwork, and increase transparency throughout the supply chain. Moreover, blockchain-based smart contracts could automate many administrative tasks related to shipping, such as documentation and billing.

6 5. Big data and predictive analytics - Another major trend transforming maritime shipping is the increasing use of big data and predictive analytics. The shipping industry generates vast amounts of data that can be extremely valuable if analyzed correctly. Big data analytics can improve everything from route planning to fuel consumption. By harnessing the power of data, shipping companies can optimize their operations, reduce costs, and enhance safety and security. Predictive analytics is particularly valuable for identifying potential problems before they occur, such as equipment failures or weather hazards.

7 6. Cybersecurity - Cybersecurity is a growing concern for maritime companies due to the increased reliance on digital systems and networks. As the shipping industry becomes increasingly digitized, companies must implement robust cybersecurity measures to protect their vessels and cargo from attack. Ships are now equipped with everything from satellite communications to remote monitoring capabilities, all of which create potential cyber vulnerabilities.

8 Conclusion - The maritime shipping news is undergoing a period of significant change, with new technologies and trends emerging that have the potential to revolutionize the way that we ship goods around the world.

Available at: <https://maritimefairtrade.org/6-forthcoming-innovation-trends-in-the-shipping-industry/> Retrieved on April 22, 2023.

Adapted.

6. CESGRANRIO - 2023

The word or expression in parenthesis, adequately related to the highlighted expressions in the excerpts below is:

- (A) "Natural fiber lines are biodegradable, but are susceptible to rot..." (to grow)
- (B) "Wire ropes are preferred for larger vessels in harsh environments. Applications consist of towing and anchoring operations" (hauling)
- (C) "Double braided lines are made of a core of high - strength fibers,..." (border)
- (D) "Seafarers and docking personnel use kevlar lines in demanding applications, such as offshore mooring and towing operations..." (in the continent)
- (E) "Synthetic lines are strong, durable... have a high strength-to-weight ratio and can handle loads up to 50 times their weight..." (addition of strength and weight)

7. CESGRANRIO - 2023

In the text fragment in the sixth paragraph of the text "Predictive analytics is particularly valuable for identifying potential problems before they occur, such as equipment failures or weather hazards" the words in bold can be replaced, without change in meaning, by

- (A) errors – curses
- (B) flaws – dangers
- (C) feats – menaces
- (D) faults – blessings
- (E) deeds – chances

8. FGV - 2023

READ THE TEXT AND ANSWER THE QUESTION:

Chatbots could be used to steal data, says cybersecurity agency

The UK's cybersecurity agency has warned that there is an increasing risk that chatbots could be manipulated by hackers.

The National Cyber Security Centre (NCSC) has said that individuals could manipulate the prompts of chatbots, which run on artificial intelligence by creating a language model and give answers to questions by users, through "prompt injection" attacks that would make them behave in an unintended manner.

The point of a chatbot is to mimic human-like conversations, which it has been trained to do through scraping large amounts of data. Commonly used in online banking or online shopping, chatbots are generally designed to handle simple requests.

Large language models, such as OpenAI's ChatGPT and Google's AI chatbot Bard, are trained using data that generates human-like responses to user prompts. Since chatbots are used to pass data to third-party applications and services, the NCSC has said that risks from malicious "prompt injection" will grow.

For instance, if a user inputs a statement or question that a language model is not familiar with, or if they find a combination of words to override the model's original script or prompts, the user can cause the model to perform unintended actions.

Such inputs could cause a chatbot to generate offensive content or reveal confidential information in a system that accepts unchecked input.

According to the NCSC, prompt injection attacks can also cause real world consequences, if systems are not designed with security. The vulnerability of chatbots and the ease with which prompts can be manipulated could cause attacks, scams and data theft. The large language models are increasingly used to pass data to third-party applications and services, meaning the risks from malicious prompt injection will grow.

The NCSC said: "Prompt injection and data poisoning attacks can be extremely difficult to detect and mitigate. However, no model exists in isolation, so what we can do is design the whole system with security in mind."

The NCSC said that cyber-attacks caused by artificial intelligence and machine learning that leaves systems vulnerable can be mitigated through designing for security and understanding the attack techniques that exploit "inherent vulnerabilities" in machine learning algorithm.

Adapted from: The Guardian, Wednesday 30 August 2023, page 4.

"If" in "if they find a combination of words" (5th paragraph) signals a:

- (A) contrast;
- (B) condition;
- (C) conclusion;
- (D) comparison;
- (E) consequence.

9. FGV - 2022

Behind the rise of ransomware

The story of the ransomware surge is the story of the discovery, professionalization, and growth of the targeted attack extortion model. Prior to 2016, most ransomware campaigns targeted a large and effectively random pool of end users. This "spray-and-pray" business model privileged quantity over quality, meaning ransomware actors spent less time focusing on how to apply pressure on a given victim and more time trying to reach as many victims as possible. Until the tail end of this period, ransomware did not generate enormous profits. Being a second-tier avenue of cybercrime, it failed to attract as much talent or activity as it would in the years to come.

Ransomware experienced its first period of significant growth between 2013 and 2016, when refinements to ransomware payloads, the emergence of virtual currencies, and enhanced anti-fraud measures from banks and cybersecurity vendors increased the profitability of digital extortion relative to other common avenues of cybercrime. What happened next remains unclear, but with more activity concentrating on ransomware, criminals appear to have learned how easy it was to extort organizations before piecing together how lucrative these attacks could be. Regardless, between 2016 and 2019, established cybercriminal gangs entered the targeted ransomware business en masse.

From that point until the summer of 2021, cybercriminals invested growing time and resources to improve the targeted extortion model. During this period, digital extortion became more profitable because cybercriminal gangs and cybercrime markets reoriented around a near limitless demand for targeted ransomware. Moreover, as criminals learned how to best extract revenue from victims, they launched increasingly disruptive ransomware attacks.

[...]

Even though it is tempting to hope that we are just one diplomatic agreement, one technological leap, or one regulation away from its elimination, targeted ransomware is here to stay. As with other forms of crime, the government can expect better outcomes by planning how to manage the issue over time rather than searching for quick and complete solutions.

Adapted from: https://www.atlanticcouncil.org/wpcontent/uploads/2022/08/Behind_the_rise_of_ransomware.pdf

The word "Regardless" in "Regardless, between 2016 and 2019, established cybercriminal gangs entered the targeted ransomware business en masse" is similar in meaning to

- (A) Soon.
- (B) Anyway.
- (C) Scarcely.
- (D) Although.
- (E) Conversely.

Leia o texto a seguir para responder as questões 10, 11 e 12

10. Quadrix - 2023

1 Nowadays, occupational therapists have access to many technological features that aid patients in overcoming their physical limitations.⁴ While many traditional OT methods are still highly effective, using technology can help with patient engagement, especially in the case of young children. ⁷For example, a child whose treatment includes drawing or coloring can use an iPad, instead of crayons, messy markers and coloring books to practice these skills. ¹⁰Elderly patients can use virtual assistants, like Alexa or Siri, to control their environment without having to get up or ask others for help. While teaching patients ¹³how to use a virtual assistant may sound unconventional, keep in mind the goal of occupational therapy is to help someone become more independent, which is something ¹⁶a virtual assistant does.

Internet: (with adaptations).

The modal verb in "can use an iPad" (line 8) indicates

- (A) ability.
- (B) possibility.
- (C) permission.
- (D) request.
- (E) obligation.

11. Quadrix - 2023

Choose the opposite adjective to "Elderly" (line 10).

- (A) ancient
- (B) aged
- (C) old
- (D) mature
- (E) young

12. Quadrix - 2023

The verb "does" (line 16) in "which is something a virtual assistant does" (lines 15 and 16) is conjugated in the 3rd person singular to agree with the subject

- (A) virtual assistant (line 13).
- (B) someone (line 15).
- (C) patients (line 12).

- (D) something (line 15).
 (E) independent (line 15).

Leia o texto a seguir para responder as questões 13, 14 e 15

The Bizarre Story of the Swedish Warship "Vasa"

01 Vasa was the world's most high-tech warship when it set sail. Today, it's a resource for
 02 naval historians and archaeologists – and a tale that haunts those who seek to design new
 03 technology. Despite being one of the Swedish navy's biggest achievements, Vasa sank within
 04 twenty minutes of setting sail, on August 10, 1628. When it left Stockholm Harbor, the warship
 05 survived the first blast of wind it encountered, but not the second. The sinking took place nowhere
 06 near an enemy. In fact, it sank in full view of a horrified public, gathered to see off their navy's –
 07 and Europe's – most ambitious warship to date.
 08 Vasa was covered in wooden carvings that told stories about the Swedish royal family, and
 09 most importantly the king, Gustav II Adolf. It was the king who ordered the ship, which carried
 10 an unprecedented 64 bronze cannons. Soon after, an investigation concluded that the ship had
 11 been unstable, but the reasons behind the instability have remained a point of debate over the
 12 centuries. Archaeologists think it sank because the gun deck was far too heavy – the result of a
 13 design made by someone with no experience building such a well-armed ship. It didn't help that
 14 the king rushed the building process.
 15 Although Vasa ____ (not work) out well for Gustav II Adolf, it's a paradise for archaeologists:
 16 the cold, oxygen-poor water of the Baltic Sea ____ (protect) Vasa from the bacteria and worms
 17 that usually digest wooden wrecks, and perhaps 95 percent of Vasa's wood ____ (be) intact when
 18 Sweden finally ____ (raise) the wreck in 1961. Now that the ship is stable, investigators have
 19 worked to uncover why it sank. The events of 1628 had such a big impact that the sinking is a
 20 case study business experts still read about. The management world has a name for human
 21 problems of communication and management that cause projects to founder and fail – Vasa
 22 syndrome. There was an overemphasis on the ship's elegance and firepower and reduced
 23 importance on its seaworthiness and stability.
 24 The remains of the ship can be found in Stockholm's Vasa Museum. According to the
 25 museum, it is the only preserved 17th-century ship in the world, and the museum is a place for
 26 historical and anthropological study as well as for visitors from around the globe.

(Available at: <https://www.smithsonianmag.com/smart-news/bizarre-story-vasa-ship-keeps-giving-180964328/> – text especially adapted for this test).

13. FUNDATEC - 2023

To rewrite the sentence "It is the only preserved 17th-century ship in the world" from the text in the interrogative simple present structure, the correct word order is:

- (A) Does it be the only preserved 17th-century ship in the world?
 (B) Is it the only preserved 17th-century ship in the world?
 (C) Do it is the only preserved 17th-century ship in the world?
 (D) Was it the only preserved 17th-century ship in the world?
 (E) Has it been the only preserved 17th-century ship in the world?

14. FUNDATEC - 2023

The underlined structure in the excerpt "the reasons behind the instability have remained a point of debate over the centuries" (l. 11-12) is in the present perfect tense. Considering this verb tense uses and the context in the article, we can say the action is/was:

- (A) Incomplete – people still do not know for sure what caused the instability.
 (B) Complete – archeologists concluded it was caused by the overweigh.
 (C) About to be completed – scientists are close to an exact answer.
 (D) Incomplete and will never be completed – specialists do not think they will find an answer.
 (E) Recently completed – it was possible to investigate when the ship was taken out of the sea.

15. FUNDATEC - 2023

Mark the alternative that best fills out the blanks in the text in order, using the simple past form of the verbs in the braces.

- (A) doesn't work – did protect – had been – raised
 (B) worked not – protected – was been – rose
 (C) did not work – did protect – was – have raised
 (D) worked not – had protected – was – had rose
 (E) didn't work – protected – was – raised

16. Exército - 2022

Social Media: a Gold Mine for Scammers in 2021

Social media permeates the lives of many people – we use it to (1)_____ in touch, (2)_____ new friends, shop, and (3)_____ fun. But reports to the FTC (Federal Trade Commission) show that social media is also increasingly where scammers go to trick us. More than one in four people who reported losing money to fraud in 2021 said it started on social media with an ad, a post, or a message. More than 95,000 people reported about \$770 million in losses to fraud initiated on social media platforms in 2021.

For scammers, there's a lot to like about social media. It's a low-cost way to reach billions of people from anywhere in the world. It's easy to manufacture a fake persona, or scammers can hack into an existing profile to get "friends" to trick. There's the ability to study the personal details people share on social media and target people with false ads based on details such as their age, interests, or past purchases.

Reports make clear that social media is a tool for scammers in investment scams, particularly cryptocurrency investments. After investment scams, FTC data point to romance scams as the second most profitable fraud on social media. Losses to romance scams have climbed to record highs in recent years. While investment and romance scams top the list on dollars lost, the largest number of reports came from people who said they were scammed trying to buy something they saw marketed on social media. Some reports even described ads that impersonated real online retailers that drove people to lookalike websites.

There are many other frauds on social media and new ones are popping up all the time. To minimize your risk, decline friend requests from people you don't know, limit who can see your posts and personal information, be thoughtful about what you share online, and take care with suspect links.

Adapted from <https://www.ftc.gov/news-events/blogs/data-spotlight/2022/01/social-media-gold-mine-scammers-2021>.

Choose the alternative with verbs that respectively complete gaps (1), (2) and (3) in the correct way.

- (A) have, go, do
- (B) keep, do, make
- (C) make, keep, have
- (D) do, make, go
- (E) keep, make, have

17. INSTITUTO AOCP - 2022

What is the Difference Between Checking and Savings Accounts?

The main difference between checking and savings accounts is that checking accounts are primarily for accessing your money for daily use while savings accounts are primarily for saving money. Checking accounts are considered "transactional," meaning that they allow you to access your money when and where you need it. While both allow you to access your money, you may consider it easier to do so with checking accounts. Since these accounts are designed to give you easy access to your cash, they often come with debit cards, checks, and even offer digital payment options. In contrast, savings accounts have a limit on the number of withdrawals you can make each month.

While checking accounts are convenient for daily cash needs, it's important to remember that they may be age restricted. Most banks won't allow people under the age of 18 to open a checking account without a parent or legal guardian as a co-owner of the account. Before opening a checking account, make sure that its terms fit your financial needs and your lifestyle.

When it comes to setting aside money for a longterm need or goal, you should consider a savings account. Savings accounts are designed to hold money over a long period of time to help you save for larger goals (rather than everyday purchases). As your money stays in the account, it will accrue interest and grow over time. This means that you will need to visit your bank, set up a transfer online, or make an ATM withdrawal to access your money.

Keeping some of your money in a savings account is a great way to set it aside for emergencies or large purchases – its limited access will keep you from spending it on day-to-day necessities. There are also dedicated savings accounts for kids, though a parent or guardian is usually required as a joint owner.

(Adapted from: <https://www.santanderbank.com/personal/resources/checkingsavings/difference-between-checkingsavings#:~:text=The%20main%20difference%20between%20checking,and%20where%20you%20need%20it>)

Pay close attention to the terms/idioms that are underlined in the five following sentences:

- I. While both allow you to access your money, you may consider it easier to do so with checking accounts (1st paragraph).
- II. In contrast, savings accounts have a limit on the number of withdrawals you can make each month (1st paragraph).
- III. Most banks won't allow people under the age of 18 to open a checking account without a parent or legal guardian as a co-owner of the account (2nd paragraph).
- IV. When it comes to setting aside money for a long-term need or goal, you should consider a savings account (3rd paragraph).
- V. There are also dedicated savings accounts for kids, though a parent or guardian is usually required as a joint owner (4th paragraph).

Now, choose the alternative that classifies these terms correctly and matches them with an appropriate synonym.

- (A) In sentence I, the term "while" is used as a conjunction to connect two contrasting ideas and it could be replaced by "rather than" with no loss in meaning.
- (B) In sentence II, the idiom "in contrast" is being used to say that the following idea is very different from the previous one, and it could be replaced by "notwithstanding" with no loss in meaning.
- (C) In sentence III, the term "without" is used as a preposition and it could be replaced by "alongside" with no loss in meaning.
- (D) In sentence IV, the idiom "when it comes to" is being used to identify the topic that is being talked about, and it could be replaced by "regarding" with no loss in meaning.
- (E) In sentence V, the term "though" is used as a conjunction, and it could be replaced by "furthermore" with no loss in meaning.

18. Quadrix - 2022

In case you have a frozen screen, you should restart the computer. Doing so gives your system a chance to reset and start fresh. The best way to restart a frozen computer is to hold the power button down for five to 10 seconds.

Internet: <<https://www.asurion.com/>>.

In the text above, the modal verb “should” expresses

- (A) permission/request.
- (B) ability.
- (C) prohibition.
- (D) suggestion/advice.
- (E) obligation/necessity.

19. UEG - 2021

Water on the Moon could sustain a lunar base

Having dropped tantalizing hints days ago about an “exciting new discovery about the Moon”, the US space agency has revealed conclusive evidence of water on our only natural satellite. And this “unambiguous detection of molecular water” will boost Nasa’s hopes of establishing a lunar base.

The aim is to sustain that base by tapping into the Moon’s natural resources. The findings have been published as two papers in the journal *Nature Astronomy*. Unlike previous detections of water in permanently shadowed parts of lunar craters, scientists have now detected the molecule in sunlit regions of the Moon’s surface.

Speaking during a virtual teleconference, co-author Casey Honniball, postdoctoral fellow at Nasa’s Goddard Space Flight Center in Maryland, said: “The amount of water is roughly equivalent to a 12-ounce bottle of water in a cubic metre of lunar soil.” Her Nasa colleague Jacob Bleacher, from the agency’s human exploration directorate, said researchers still needed to understand the nature of the watery deposits. This would help them determine how accessible they would be for future lunar explorers to use.

And while there have previously been signs of water on the lunar surface, these new discoveries suggest it is more abundant than previously thought. “It gives us more options for potential water sources on the Moon,” said Hannah Sargeant, a planetary scientist from the Open University in Milton Keynes, on BBC News.

The first of these new discoveries was made from an airborne infrared telescope known as Sofia. This observatory, on board a modified Boeing 747, flies above much of Earth’s atmosphere, giving a largely unobstructed view of the Solar System.

Using this infrared telescope, researchers picked up the “signature” colour of water molecules. The researchers think it is stored in bubbles of lunar glass or between grains on the surface that protect it from the harsh environment. In the other study, scientists looked for permanently shadowed areas - known as cold traps - where water could be captured and remain permanently. They found these cold traps at both poles and concluded that approximately 40,000 kilometres squared of the lunar surface has the capacity to trap water.

What does this discovery mean? According to Dr Sargeant this discovery mean that this could broaden the list of places where we might want to build a lunar base. There are quite a

few one-off missions to the Moon’s polar regions coming up in the next few years. In the longer term, there are plans to build a permanent habitation on the lunar surface.

“We were going to go to the Moon anyway”, said the Open University researcher. This study gives Nasa some time to do some investigation, but it doesn’t give it much time because and the US space agency is already working on Moon base ideas and where they are going to go and it is promising.

Experts say that water-ice could form the basis of a future lunar economy, once we’ve figured out how to extract it. Definitely, it would be much cheaper to make rocket fuel on the Moon than send it from Earth. So when future lunar explorers want to return to Earth, or travel on to other destinations, they could turn the water into the hydrogen and oxygen commonly used to power space vehicles.

Re-fuelling at the Moon could therefore bring down the cost of space travel and make a lunar base more affordable and a potential lunar settlement is on the way to become into a reality.

Disponível em: <https://www.bbc.com/news/science-environment-54666328>. Acesso em: 27 out. 2020.

Analizando-se os aspectos linguísticos da língua inglesa presentes no texto, constata-se que

- (A) a sentença scientists looked for permanently shadowed area, em sua forma negativa, seria “scientists didn’t looked for permanently shadowed area.”
- (B) a sentença there are plans to build a permanent habitation, na forma interrogativa, seria “there aren’t any plans to build a permanent habitation”
- (C) em the list of places where we might want to build a lunar base, o termo “might” pode ser substituído por “must”, sem alteração de sentido.
- (D) em said researchers still needed to understand, o termo still pode ser substituído por “also”, sem provocar alteração de sentido.
- (E) a sentença They found these cold traps at both poles, na voz passiva, seria “these cold traps were found at both poles”

20. UFSM - 2021

Daniel Ferreira, 24, is a guy who had to learn to overcome expectations from the day he was born, without his arms, due to a treatment with thalidomide that his mother had to do during pregnancy. “Some relatives did not bet a chip on me; they saw me as a poor thing,” he says. It turns out that he did not put any brakes on any ambition, he did very well in life and, painting with his feet and mouth, he became a fine artist.

About the International Day of People with Disabilities, celebrated last Wednesday (3), he says: “Unfortunately, we still need special days to remember minorities, such as blacks, homosexuals and the disabled. Brazil is not prepared in any way to meet the needs of people with disabilities. There is no accessibility. Neither public nor private schools have a structure. We still have a lot to fight for”.

The boy speaks properly on the subject, since he had to fight hard to be able to study in a regular public school, from the age of seven. The principal argued that the state institution was not supported to receive a student with a disability. His father, Francisco, was the one who had to build a special desk, without State aid, so that Daniel could write with his feet.

(Fonte: Texto Adaptado. Disponível em: <<https://www.vidamaislivre.com.br/2014/12/04/conheca-daniel-ferreira-o-artista-que-pinta-com-os-pes-e-aboca/>>. Acesso em: 15 dez. 2020).

Considerando o terceiro parágrafo do texto, assinale a alternativa que indica corretamente o tempo verbal predominante nas frases destacadas.

"(...) since he had to fight hard to be able to study in a regular public school, from the age of seven. The principal argued that the state institution was not supported to receive a student with a disability. His father, Francisco, was the one who had to build a special desk, without State aid, so that Daniel could write with his feet".

- (A) Simple Past Tense.
- (B) Simple Present Tense.
- (C) Simple Future Tense.
- (D) Past Perfect Tense.
- (E) Present Perfect Tense.

GABARITO

1	E
2	C
3	E
4	B
5	B
6	B
7	B
8	B
9	B
10	B
11	E
12	A
13	B
14	A
15	E
16	E
17	D
18	D
19	E
20	A

ANOTAÇÕES

MATEMÁTICA

**ÁLGEBRA I: FUNÇÕES: DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO;
FUNÇÕES DEFINIDAS POR FÓRMULAS; DOMÍNIO,
IMAGEM E CONTRADOMÍNIO; GRÁFICOS;
FUNÇÕES INJETORA, SOBREJETORA, BIJETORA,
CRESCENTE, DECRESCENTE, COMPOSTA, INVERSA,
POLINOMIAL DO 1º GRAU, QUADRÁTICA, MODULAR,
EXPONENCIAL E LOGARÍTMICA. RESOLUÇÃO DE
EQUAÇÕES, INEQUAÇÕES E SISTEMAS. SEQUÊNCIAS;
PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA**

Funções lineares

Chama-se função do 1º grau ou afim a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $y = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$. a é o coeficiente angular da reta e determina sua inclinação, b é o coeficiente linear da reta e determina a intersecção da reta com o eixo y .

$$f(x) = ax + b \rightarrow (a \neq 0)$$

Coeficiente angular

Coeficiente linear

Com $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$.

Atenção

Usualmente chamamos as funções polinomiais de: 1º grau, 2º etc, mas o correto seria Função de grau 1, 2 etc. Pois o classifica a função é o seu grau do seu polinômio.

A função do 1º grau pode ser classificada de acordo com seus gráficos. Considere sempre a forma genérica $y = ax + b$.

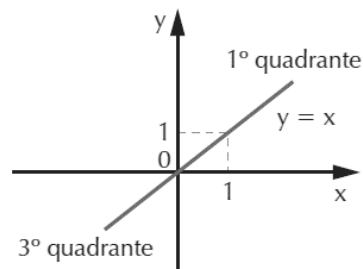
• Função constante

Se $a = 0$, então $y = b$, $b \in \mathbb{R}$. Desta maneira, por exemplo, se $y = 4$ é função constante, pois, para qualquer valor de x , o valor de y ou $f(x)$ será sempre 4.

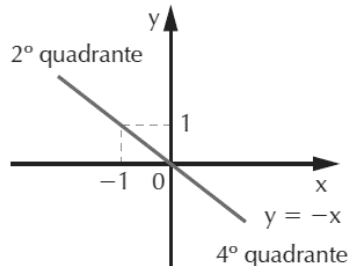


• Função identidade

Se $a = 1$ e $b = 0$, então $y = x$. Nesta função, x e y têm sempre os mesmos valores. Graficamente temos: A reta $y = x$ ou $f(x) = x$ é denominada bissetriz dos quadrantes ímpares.



Mas, se $a = -1$ e $b = 0$, temos então $y = -x$. A reta determinada por esta função é a bissetriz dos quadrantes pares, conforme mostra o gráfico ao lado. x e y têm valores iguais em módulo, porém com sinais contrários.



• Função linear

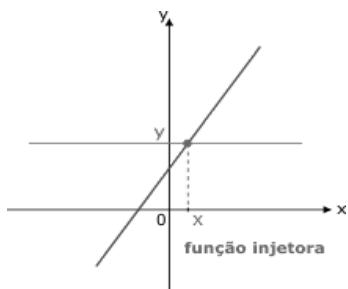
É a função do 1º grau quando $b = 0$, $a \neq 0$ e $a \neq 1$, a e $b \in \mathbb{R}$.

• Função afim

É a função do 1º grau quando $a \neq 0$, $b \neq 0$, a e $b \in \mathbb{R}$.

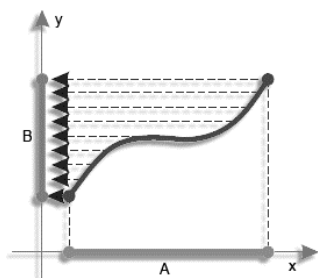
• Função Injetora

É a função cujo domínio apresenta elementos distintos e também imagens distintas.



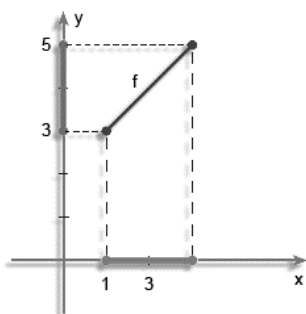
• Função Sobrejetora

É quando todos os elementos do domínio forem imagens de PELO MENOS UM elemento do domínio.



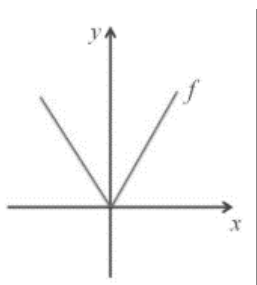
• Função Bijetora

É uma função que é ao mesmo tempo injetora e sobrejetora.



• Função Par

Quando para todo elemento x pertencente ao domínio temos $f(x)=f(-x)$, $\forall x \in D(f)$. Ou seja, os valores simétricos devem possuir a mesma imagem.



• Função ímpar

Quando para todo elemento x pertencente ao domínio, temos $f(-x) = -f(x) \forall x \in D(f)$. Ou seja, os elementos simétricos do domínio terão imagens simétricas.

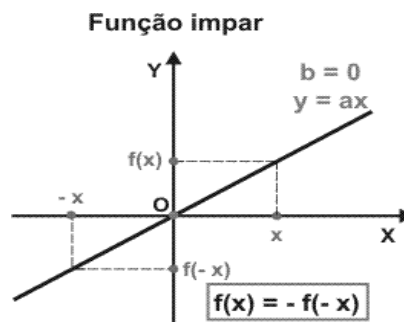
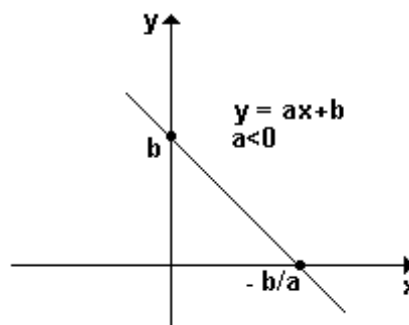


Gráfico da função do 1º grau

A representação geométrica da função do 1º grau é uma reta, portanto, para determinar o gráfico, é necessário obter dois pontos. Em particular, procuraremos os pontos em que a reta corta os eixos x e y .

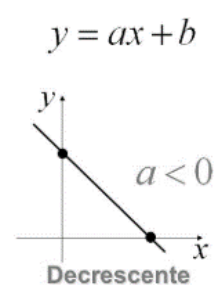
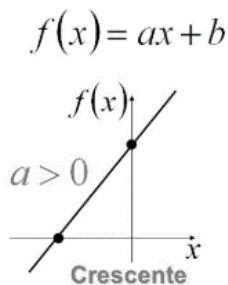
De modo geral, dada a função $f(x) = ax + b$, para determinarmos a intersecção da reta com os eixos, procedemos do seguinte modo:



1º) Igualamos y a zero, então $ax + b = 0 \Rightarrow x = -b/a$, no eixo x encontramos o ponto $(-b/a, 0)$.

2º) Igualamos x a zero, então $f(x) = a \cdot 0 + b \Rightarrow f(x) = b$, no eixo y encontramos o ponto $(0, b)$.

- $f(x)$ é crescente se a é um número positivo ($a > 0$);
- $f(x)$ é decrescente se a é um número negativo ($a < 0$).



Raiz ou zero da função do 1º grau

A raiz ou zero da função do 1º grau é o valor de x para o qual $y = f(x) = 0$. Graficamente, é o ponto em que a reta “corta” o eixo x . Portanto, para determinar a raiz da função, basta a igualarmos a zero:

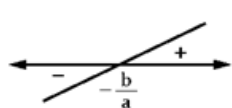
$$f(x) = ax + b \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Estudo de sinal da função do 1º grau

Estudar o sinal de uma função do 1º grau é determinar os valores de x para que y seja positivo, negativo ou zero.

1º) Determinamos a raiz da função, igualando-a a zero: (raiz: $x = -b/a$)

2º) Verificamos se a função é crescente ($a > 0$) ou decrescente ($a < 0$); temos duas possibilidades:

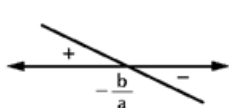


a) a função é crescente

se $x = -\frac{b}{a}$, então $y = 0$.

se $x < -\frac{b}{a}$, então $y < 0$.

se $x > -\frac{b}{a}$, então $y > 0$.



b) a função é decrescente

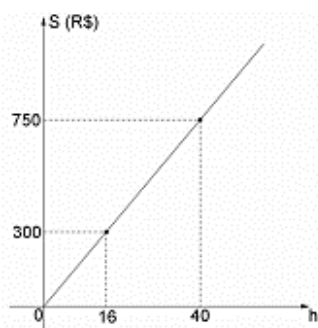
se $x = -\frac{b}{a}$, então $y = 0$.

se $x < -\frac{b}{a}$, então $y > 0$.

se $x > -\frac{b}{a}$, então $y < 0$.

Exemplos:

(PM/SP – CABO – CETRO) O gráfico abaixo representa o salário bruto (S) de um policial militar em função das horas (h) trabalhadas em certa cidade. Portanto, o valor que este policial receberá por 186 horas é



(A) R\$ 3.487,50.

(B) R\$ 3.506,25.

(C) R\$ 3.534,00.

(D) R\$ 3.553,00.

Resolução:

$$\frac{300}{16} = \frac{750}{40} = \frac{x}{186}$$

$$40x = 750 \cdot 186$$

$$x = 3487,50$$

Resposta: A

(CBTU/RJ - ASSISTENTE OPERACIONAL - CONDUÇÃO DE VEÍCULOS METROFERROVIÁRIOS – CONSULPLAN) Qual dos pares de pontos a seguir pertencem a uma função do 1º grau decrescente?

(A) Q(3, 3) e R(5, 5).

(B) N(0, -2) e P(2, 0).

(C) S(-1, 1) e T(1, -1).

(D) L(-2, -3) e M(2, 3).

Resolução:

Para pertencer a uma função polinomial do 1º grau decrescente, o primeiro ponto deve estar em uma posição “mais alta” do que o 2º ponto.

Vamos analisar as alternativas:

(A) os pontos Q e R estão no 1º quadrante, mas Q está em uma posição mais baixa que o ponto R, e, assim, a função é crescente.

(B) o ponto N está no eixo y abaixo do zero, e o ponto P está no eixo x à direita do zero, mas N está em uma posição mais baixa que o ponto P, e, assim, a função é crescente.

(D) o ponto L está no 3º quadrante e o ponto M está no 1º quadrante, e L está em uma posição mais baixa do que o ponto M, sendo, assim, crescente.

(C) o ponto S está no 2º quadrante e o ponto T está no 4º quadrante, e S está em uma posição mais alta do que o ponto T, sendo, assim, decrescente.

Resposta: C

Equações lineares

As equações do tipo $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b$, são equações lineares, onde $a_1, a_2, a_3, \dots$ são os coeficientes; $x_1, x_2, x_3, \dots$ as incógnitas e b o termo independente.

Por exemplo, a equação $4x - 3y + 5z = 31$ é uma equação linear. Os coeficientes são 4, -3 e 5; x, y e z as incógnitas e 31 o termo independente.

Para $x = 2, y = 4$ e $z = 7$, temos $4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 + 5 \cdot 7 = 31$, concluímos que o termo ordenado (2,4,7) é solução da equação linear

$$4x - 3y + 5z = 31.$$

Funções quadráticas

Chama-se função do 2º grau ou função quadrática, de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $\mathbb{R}$, a função:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ou } y = ax^2 + bx + c$$

Com a , b e c reais e $a \neq 0$.

Onde:

a é o coeficiente de x^2

b é o coeficiente de x

c é o termo independente

Atenção:

Chama-se função completa aquela em que a , b e c não são nulos, e função incompleta aquela em que b ou c são nulos.

Raízes da função do 2º grau

Analogamente à função do 1º grau, para encontrar as raízes da função quadrática, devemos igualar $f(x)$ a zero. Teremos então:
 $ax^2 + bx + c = 0$

A expressão assim obtida denomina-se equação do 2º grau. As raízes da equação são determinadas utilizando-se a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ onde } \Delta = b^2 - 4ac$$

Δ (letra grega: delta) é chamado de discriminante da equação. Observe que o discriminante terá um valor numérico, do qual temos de extrair a raiz quadrada. Neste caso, temos três casos a considerar:

$\Delta > 0 \Rightarrow$ duas raízes reais e distintas;

$\Delta = 0 \Rightarrow$ duas raízes reais e iguais;

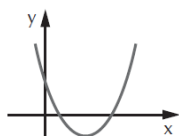
$\Delta < 0 \Rightarrow$ não existem raízes reais ($\nexists x \in \mathbb{R}$).

Gráfico da função do 2º grau

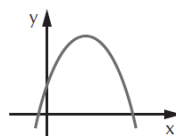
- Concavidade da parábola

Graficamente, a função do 2º grau, de domínio $\mathbb{R}$, é representada por uma curva denominada parábola. Dada a função $y = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico é uma parábola, se:

$a > 0$, a concavidade será voltada para cima.

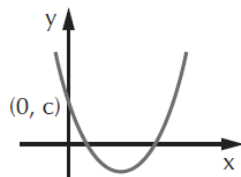


$a < 0$, a concavidade será voltada para baixo.



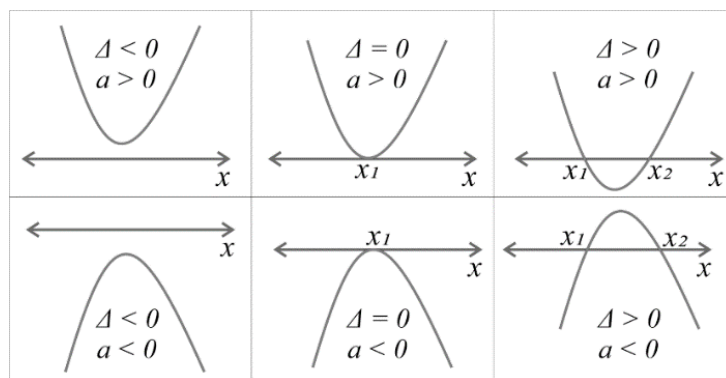
• O termo independente

Na função $y = ax^2 + bx + c$, se $x = 0$ temos $y = c$. Os pontos em que $x = 0$ estão no eixo y , isto significa que o ponto $(0, c)$ é onde a parábola “corta” o eixo y .



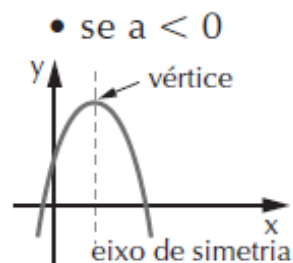
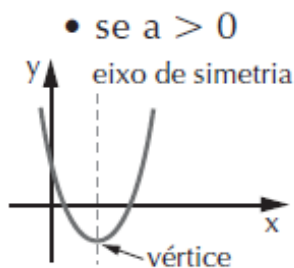
• Raízes da função

Considerando os sinais do discriminante (Δ) e do coeficiente de x^2 , teremos os gráficos que seguem para a função $y = ax^2 + bx + c$.



Vértice da parábola – Máximos e mínimos da função

Observe os vértices nos gráficos:



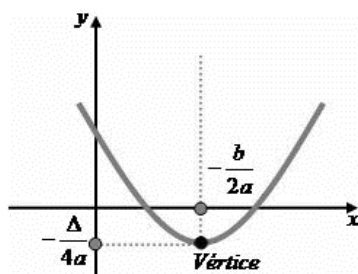
O vértice da parábola será:

- o ponto mínimo se a concavidade estiver voltada para cima ($a > 0$);
- o ponto máximo se a concavidade estiver voltada para baixo ($a < 0$).

A reta paralela ao eixo y que passa pelo vértice da parábola é chamada de eixo de simetria.

Coordenadas do vértice

As coordenadas do vértice da parábola são dadas por:



Estudo do sinal da função do 2º grau

Estudar o sinal da função quadrática é determinar os valores de x para que y seja: positivo, negativo ou zero. Dada a função $f(x) = y = ax^2 + bx + c$, para saber os sinais de y, determinamos as raízes (se existirem) e analisamos o valor do discriminante.

	$\Delta > 0$	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Exemplos:

(CBM/MG – OFICIAL BOMBEIRO MILITAR – FUMARC) Duas cidades A e B estão separadas por uma distância d. Considere um ciclista que parte da cidade A em direção à cidade B. A distância d, em quilômetros, que o ciclista ainda precisa percorrer para chegar ao seu destino em função do tempo t, em horas, é dada pela função $d(t) = \frac{100-t^2}{t+1}$. Sendo assim, a velocidade média desenvolvida pelo ciclista em todo o percurso da cidade A até a cidade B é igual a

- (A) 10 Km/h
- (B) 20 Km/h
- (C) 90 Km/h
- (D) 100 Km/h

Resolução:

Vamos calcular a distância total, fazendo $t = 0$:

$$d(0) = \frac{100-0^2}{0+1} = 100km$$

Agora, vamos substituir na função:

$$0 = \frac{100-t^2}{t+1}$$

$$100 - t^2 = 0$$

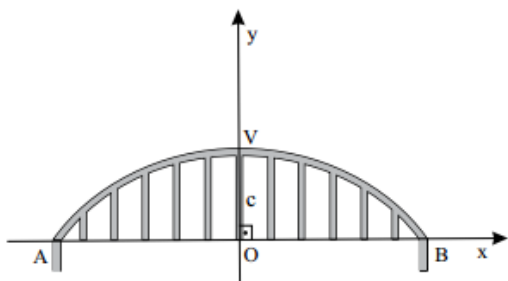
$$-t^2 = -100 \cdot (-1)$$

$$t^2 = 100$$

$$t = \sqrt{100} = 10 \text{ km/h}$$

Resposta: A

(IPEM – TÉCNICO EM METROLOGIA E QUALIDADE – VUNESP)
A figura ilustra um arco decorativo de parábola AB sobre a porta da entrada de um salão:



Considere um sistema de coordenadas cartesianas com centro em O, de modo que o eixo vertical (y) passe pelo ponto mais alto do arco (V), e o horizontal (x) passe pelos dois pontos de apoio desse arco sobre a porta (A e B).

Sabendo-se que a função quadrática que descreve esse arco é $f(x) = -x^2 + c$, e que $V = (0; 0,81)$, pode-se afirmar que a distância, em metros, é igual a

- (A) 2,1.
- (B) 1,8.
- (C) 1,6.
- (D) 1,9.
- (E) 1,4.

Resolução:

$C=0,81$, pois é exatamente a distância de V

$$F(x) = -x^2 + 0,81$$

$$0 = -x^2 + 0,81$$

$$x^2 = 0,81$$

$$x = \pm 0,9$$

A distância AB é $0,9 + 0,9 = 1,8$

Resposta: B

(TRANSPETRO – TÉCNICO DE ADMINISTRAÇÃO E CONTROLE JÚNIOR – CESGRANRIO) A raiz da função $f(x) = 2x - 8$ é também raiz da função quadrática $g(x) = ax^2 + bx + c$. Se o vértice da parábola, gráfico da função $g(x)$, é o ponto $V(-1, -25)$, a soma $a + b + c$ é igual a:

- (A) - 25
- (B) - 24
- (C) - 23
- (D) - 22
- (E) - 21

Resolução:

$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$-1 = \frac{4 + x_2}{2}$$

$$x_2 = -2 - 4 = -6$$

Lembrando que para encontrar a equação, temos:

$$(x - 4)(x + 6) = x^2 + 6x - 4x - 24 = x^2 + 2x - 24$$

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = -24$$

$$a + b + c = 1 + 2 - 24 = -21$$

Resposta: E

Função exponencial

Antes seria bom revisarmos algumas noções de potencialização e radiciação.

Sejam a e b bases reais e diferentes de zero e m e n expoentes inteiros, temos:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

onde $a \in \mathbb{R}_+^*$, $n \geq 2$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Equação exponencial

A equação exponencial caracteriza-se pela presença da incógnita no expoente. Exemplos:

$$2^x = 32$$

$$3^x + 3^{x+1} - 3^{x-2} = \frac{11}{9}$$

$$3^{x+1} = 243$$

$$5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 3 = 0$$

$$5^{-x^2+4} = 125$$

Para resolver estas equações, além das propriedades de potências, utilizamos a seguinte propriedade:

Se duas potências são iguais, tendo as bases iguais, então os expoentes são iguais: $a^m = a^n \Leftrightarrow m = n$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$.

Gráficos da função exponencial

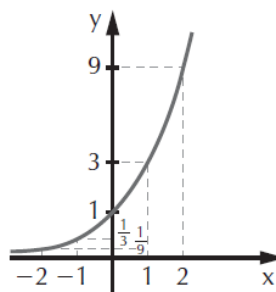
A função exponencial f , de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $\mathbb{R}$, é definida por $y = ax$, onde $a > 0$ e $a \neq 1$.

Exemplos:

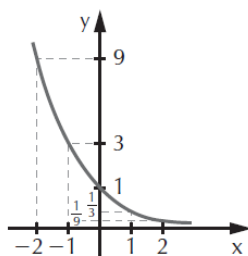
01. Considere a função $y = 3^x$.

Vamos atribuir valores a x , calcular y e a seguir construir o gráfico:

x	$y = 3^x$
-2	$1/9$
-1	$1/3$
0	1
1	3
2	9
3	27



02. Considerando a função, encontre a função: $y = (1/3)^x$



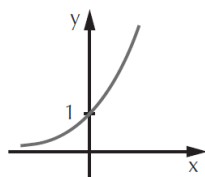
x	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
-2	9
-1	3
0	1
1	$1/3$
2	$1/9$

Observando as funções anteriores, podemos concluir que para $y = a^x$:

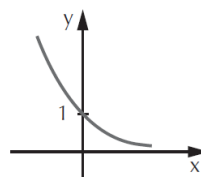
- se $a > 1$, a função exponencial é crescente;
- se $0 < a < 1$, a função é decrescente.

Graficamente temos:

$a > 1 \Rightarrow$ exponencial crescente



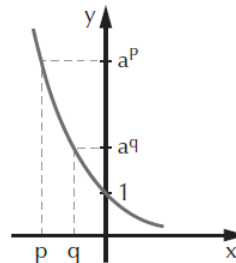
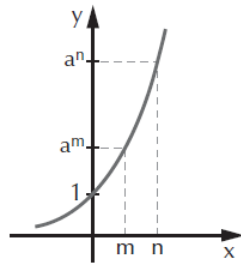
$0 < a < 1 \Rightarrow$ exponencial decrescente



Inequação exponencial

A inequação exponencial caracteriza-se pela presença da incógnita no expoente e de um dos sinais de desigualdade: $>$, $<$, $\geq$ ou $\leq$. Analisando seus gráficos, temos:

$f(x)$ é crescente $\Rightarrow a > 1$ $f(x)$ é decrescente $\Rightarrow 0 < a < 1$



Observando o gráfico, temos que:

- na função crescente, conservamos o sinal da desigualdade para comparar os expoentes:

$$\begin{aligned} a^n > a^m &\Leftrightarrow n > m \\ a^m < a^n &\Leftrightarrow m < n \end{aligned}$$

- na função decrescente, “invertemos” o sinal da desigualdade para comparar os expoentes:

$$\begin{aligned} a^p > a^q &\Leftrightarrow p < q \\ a^q < a^p &\Leftrightarrow q > p \end{aligned}$$

Desde que as bases sejam iguais.

Exemplos:

(CORPO DE BOMBEIROS MILITAR/MT – OFICIAL BOMBEIRO MILITAR – COVEST – UNEMAT) As funções exponenciais são muito usadas para modelar o crescimento ou o decaimento populacional de uma determinada região em um determinado período de tempo. A função $P(t) = 234(1,023)^t$ modela o comportamento de uma determinada cidade quanto ao seu crescimento populacional em um determinado período de tempo, em que P é a população em milhares de habitantes e t é o número de anos desde 1980.

Qual a taxa média de crescimento populacional anual dessa cidade?

- (A) 1,023%
- (B) 1,23%
- (C) 2,3%
- (D) 0,023%
- (E) 0,23%

Resolução:

$$P(t) = 234 \cdot (1,023)^t$$

Primeiramente, vamos calcular a população inicial, fazendo $t = 0$:

$$P(0) = 234 \cdot (1,023)^0 = 234 \cdot 1 = 234 \text{ mil}$$

Agora, vamos calcular a população após 1 ano, fazendo $t = 1$:

$$P(1) = 234 \cdot (1,023)^1 = 234 \cdot 1,023 = 239,382$$

Por fim, vamos utilizar a Regra de Três Simples:

População-----%

234 ----- 100

239,382 ----- x

$$234 \cdot x = 239,382 \cdot 100$$

$$x = 23938,2 / 234$$

$$x = 102,3\%$$

$$102,3\% = 100\% \text{ (população já existente)} + 2,3\% \text{ (crescimento)}$$

Resposta: C

(POLÍCIA CIVIL/SP – DESENHISTA TÉCNICO-PERICIAL – VUNESP) Uma população P cresce em função do tempo t (em anos), segundo a sentença $P = 2000 \cdot 5^{0,1t}$. Hoje, no instante $t = 0$, a população é de 2 000 indivíduos. A população será de 50 000 indivíduos daqui a

- (A) 20 anos.
- (B) 25 anos.
- (C) 50 anos.
- (D) 15 anos.
- (E) 10 anos.

Resolução:

$$\begin{aligned} 50000 &= 2000 \cdot 5^{0,1 \cdot t} \\ 5^{0,1 \cdot t} &= \frac{50000}{2000} \\ 5^{0,1 \cdot t} &= 5^2 \end{aligned}$$

Vamos simplificar as bases (5), sobrando somente os expoentes. Assim:

$$0,1 \cdot t = 2$$

$$t = 2 / 0,1$$

$$t = 20 \text{ anos}$$

Resposta: A

Função logarítmica

- Logaritmo

O logaritmo de um número b , na base a , onde a e b são positivos e a é diferente de um, é um número x , tal que x é o expoente de a para se obter b , então:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b, \text{ sendo } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Onde:

b é chamado de logaritmando

a é chamado de base

x é o logaritmo

OBSERVAÇÕES

- $\log_a a = 1$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$
- Nos logaritmos decimais, ou seja, aqueles em que a base é 10, está frequentemente é omitida. Por exemplo: logaritmo de 2 na base 10; notação: $\log 2$

Propriedades decorrentes da definição

- Domínio (condição de existência)

Segundo a definição, o logaritmando e a base devem ser positivos, e a base deve ser diferente de 1. Portanto, sempre que encontramos incógnitas no logaritmando ou na base devemos garantir a existência do logaritmo.

– Propriedades

$$\begin{aligned}\log_a a^m &= m, a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ \log_a 1 &= 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ a^{\log_a b} &= b, b > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1\end{aligned}$$

Logaritmo decimal - característica e mantissa

Normalmente eles são calculados fazendo-se o uso da calculadora e da tabela de logaritmos. Mas fique tranquilo em sua prova as bancas fornecem os valores dos logaritmos.

Exemplo: Determine $\log 341$.

Resolução:

Sabemos que 341 está entre 100 e 1.000:

$$10^2 < 341 < 10^3$$

Como a característica é o expoente de menor potência de 10, temos que $c = 2$.

Consultando a tabela para 341, encontramos $m = 0,53275$. Logo: $\log 341 = 2 + 0,53275 \rightarrow \log 341 = 2,53275$.

Propriedades operatórias dos logaritmos

$$\begin{aligned}\log_a (m \cdot n) &= \log_a m + \log_a n, m > 0, n > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ \log_a \frac{m}{n} &= \log_a m - \log_a n, m > 0, n > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ \log_a m^p &= p \cdot \log_a m, p \in \mathbb{R}, m > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1\end{aligned}$$

Cologaritmo

$$\text{colog}_a b = -\log_a b, \text{ sendo } b > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Mudança de base

Para resolver questões que envolvam logaritmo com bases diferentes, utilizamos a seguinte expressão:

$$\log_n m = \frac{\log_a m}{\log_a n}, \text{ sendo } m > 0, n > 0, n \neq 1, a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Função logarítmica

Função logarítmica é a função f , de domínio $\mathbb{R}^*_{+}$ e contradomínio $\mathbb{R}$, que associa cada número real e positivo x ao logaritmo de x na base a , onde a é um número real, positivo e diferente de 1.

$$f: \mathbb{R}^*_{+} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow y = \log_a x, a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

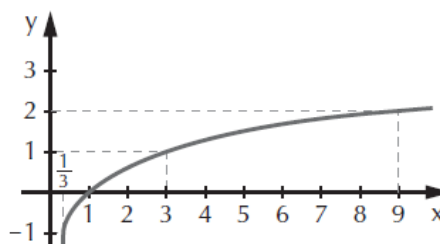
Gráfico da função logarítmica

Vamos construir o gráfico de duas funções logarítmicas como exemplo:

A) $y = \log_3 x$

Atribuímos valores convenientes a x , calculamos y , conforme mostra a tabela. Localizamos os pontos no plano cartesiano obtendo a curva que representa a função.

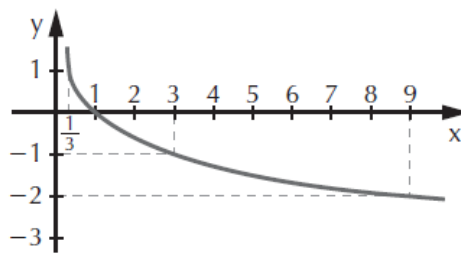
x	y
$\frac{1}{3}$	-1
1	0
3	1
9	2



B) $y = \log_{1/3} x$

Vamos tabular valores convenientes de x , calculando y . Localizamos os pontos no plano cartesiano, determinando a curva correspondente à função.

x	y
$\frac{1}{3}$	1
1	0
3	-1
9	-2



Observando as funções anteriores, podemos concluir que para $y = \log_a x$:

- se $a > 1$, a função é crescente;
- se $0 < a < 1$, a função é decrescente.

Equações logarítmicas

A equação logarítmica caracteriza-se pela presença do sinal de igualdade e da incógnita no logaritmando.

Para resolver uma equação, antes de mais nada devemos estabelecer a condição de existência do logaritmo, determinando os valores da incógnita para que o logaritmando e a base sejam positivos, e a base diferente de 1.

Inequações logarítmicas

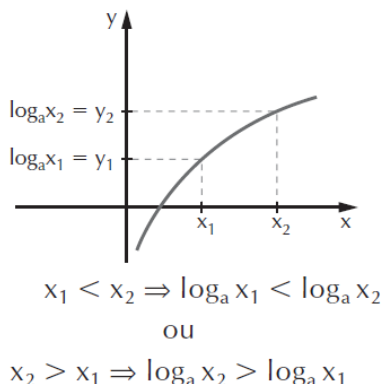
Identificamos as inequações logarítmicas pela presença da incógnita no logaritmando e de um dos sinais de desigualdade: $>$, $<$, $\geq$ ou $\leq$.

Assim como nas equações, devemos garantir a existência do logaritmo impondo as seguintes condições: o logaritmando e a base devem ser positivos e a base deve ser diferente de 1.

Na resolução de inequações logarítmicas, procuramos obter logaritmos de bases iguais nos dois membros da inequação, para poder comparar os logaritmandos. Porém, para que não ocorram distorções, devemos verificar se as funções envolvidas são crescentes ou decrescentes. A justificativa será feita por meio da análise gráfica de duas funções:

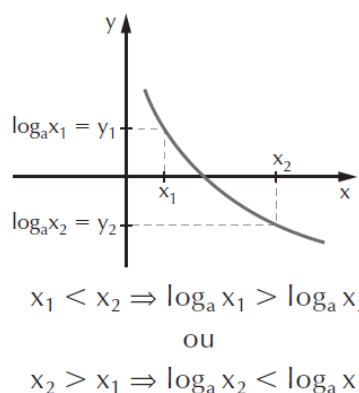
1ª) crescente ($a > 1$): $y = \log_a x$

função crescente



2ª) decrescente ($a < 1$): $y = \log_a x$

função decrescente



Na função crescente, os sinais coincidem na comparação dos logaritmandos e, posteriormente, dos respectivos logaritmos; porém, o mesmo não ocorre na função decrescente. De modo geral, quando resolvemos uma inequação logarítmica, temos de observar o valor numérico da base pois, sendo os dois membros da inequação compostos por logaritmos de mesma base, para comparar os respectivos logaritmandos temos dois casos a considerar:

- se a base é um número maior que 1 (função crescente), utilizamos o mesmo sinal da inequação;
- se a base é um número entre zero e 1 (função decrescente), utilizamos o “sinal inverso” da inequação.

Concluindo, dada a função $y = \log_a x$ e dois números reais x_1 e x_2 :

- se $a > 1$, temos $\begin{cases} x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2 \\ x_2 > x_1 \Rightarrow \log_a x_2 > \log_a x_1 \end{cases}$
- se $0 < a < 1$, temos $\begin{cases} x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2 \\ x_2 > x_1 \Rightarrow \log_a x_2 < \log_a x_1 \end{cases}$

Exemplos:

(PETROBRAS-GEOFISICO JUNIOR – CESGRANRIO) Se $\log x$ representa o logaritmo na base 10 de x , então o valor de n tal que $\log n = 3 - \log 2$ é:

- (A) 2000
- (B) 1000
- (C) 500
- (D) 100
- (E) 10

Resolução:

$$\log n = 3 - \log 2$$

$$\log n + \log 2 = 3 * 1$$

onde $1 = \log 10$ então:

$$\log (n * 2) = 3 * \log 10$$

$$\log(n*2) = \log 10^3$$

$$2n = 10^3$$

$$2n = 1000$$

$$n = 1000 / 2$$

$$n = 500$$

Resposta: C

(MF – ASSISTENTE TÉCNICO ADMINISTRATIVO – ESAF) Sabendo-se que $\log x$ representa o logaritmo de x na base 10, calcule o valor da expressão $\log 20 + \log 5$.

(A) 5

(B) 4

(C) 1

(D) 2

(E) 3

Resolução:

$$E = \log 20 + \log 5$$

$$E = \log(2 \times 10) + \log 5$$

$$E = \log 2 + \log 10 + \log 5$$

$$E = \log 10 + \log (2 \times 5)$$

$$E = \log 10 + \log 10$$

$$E = 2 \log 10$$

$$E = 2$$

Resposta: D

Funções trigonométricas

Podemos generalizar e escrever todos os arcos com essa característica na seguinte forma: $\pi/2 + 2k\pi$, onde $k \in \mathbb{Z}$. E de uma forma geral abrangendo todos os arcos com mais de uma volta, $x + 2k\pi$.

Estes arcos são representados no plano cartesiano através de funções circulares como: função seno, função cosseno e função tangente.

• Função Seno

É uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada número real x o seu seno, então $f(x) = \text{sen } x$. O sinal da função $f(x) = \text{sen } x$ é positivo no 1º e 2º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 3º e 4º quadrantes.

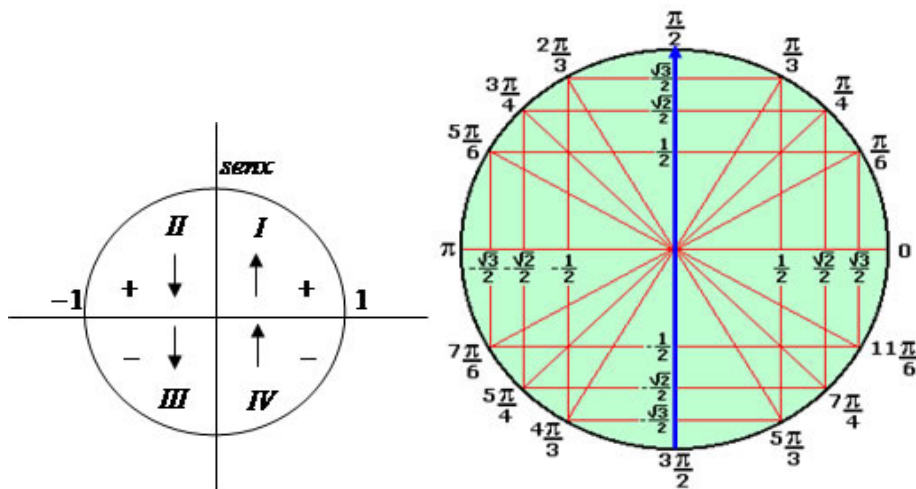
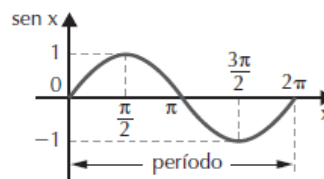
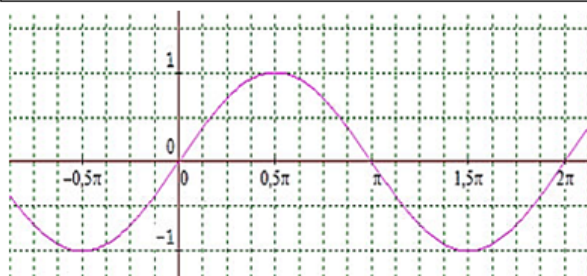


Gráfico da Função Seno



• Função Cosseno

É uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada número real x o seu cosseno, então $f(x) = \cos x$. O sinal da função $f(x) = \cos x$ é positivo no 1º e 4º quadrantes, e é negativo quando x pertence ao 2º e 3º quadrantes.

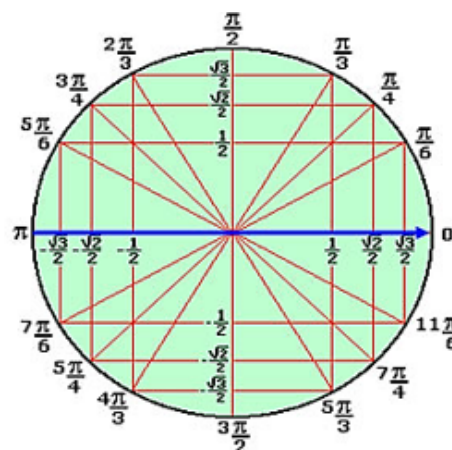
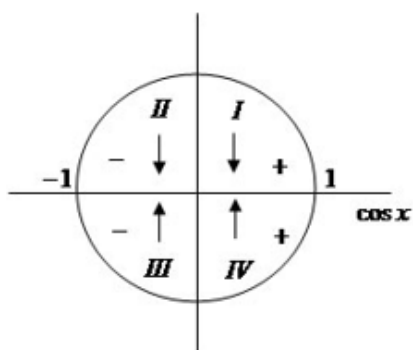
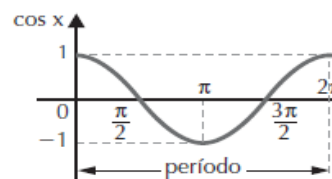
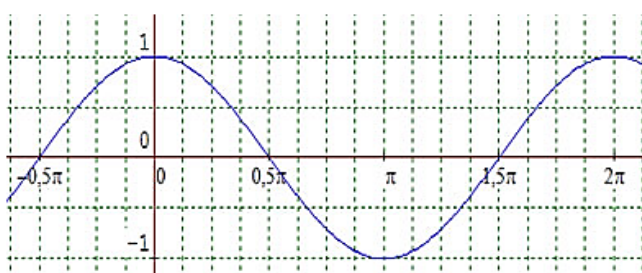


Gráfico da Função Cosseno



• Função Tangente

É uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada número real x a sua tangente, então $f(x) = \text{tg } x$.

Sinais da função tangente:

- Valores positivos nos quadrantes ímpares.
- Valores negativos nos quadrantes pares.
- Crescente em cada valor.

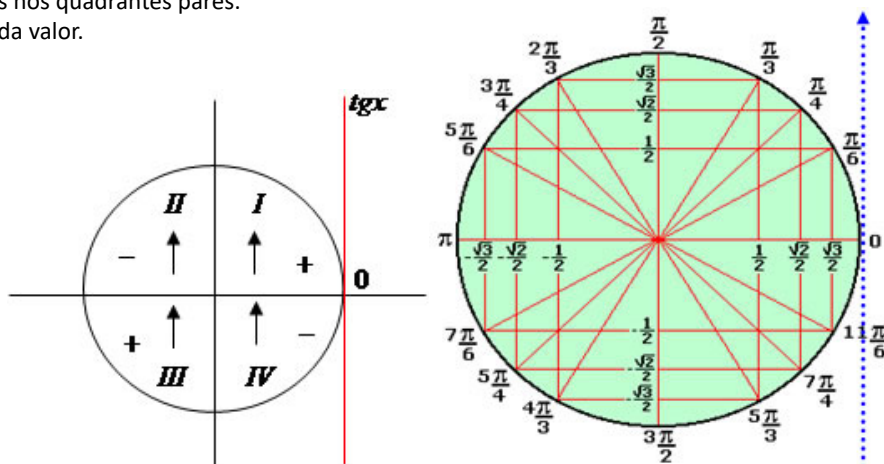
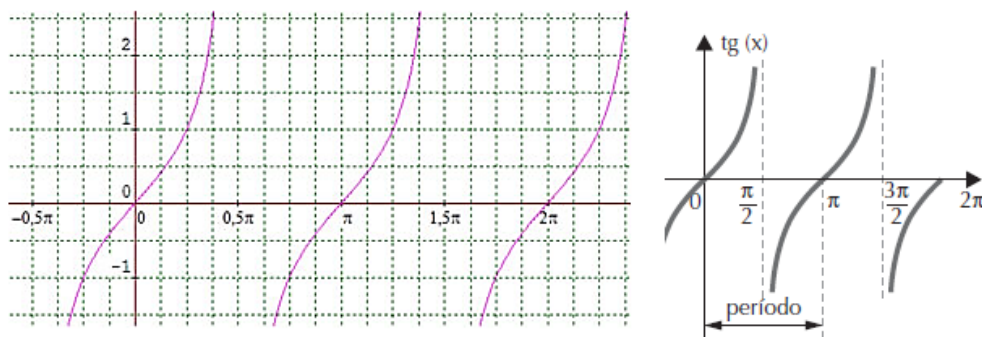


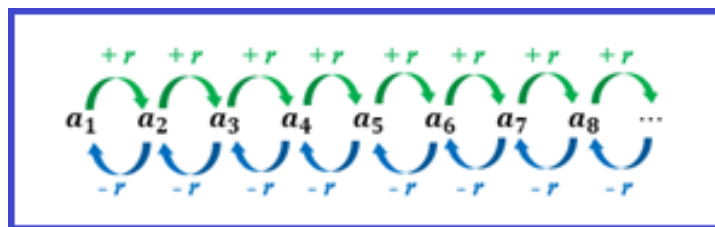
Gráfico da Função Tangente



PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA

Progressão aritmética (P.A.)

É toda sequência numérica em que cada um de seus termos, a partir do segundo, é igual ao anterior somado a uma constante r , denominada razão da progressão aritmética. Como em qualquer sequência os termos são chamados de $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$



• Cálculo da razão

A razão de uma P.A. é dada pela diferença de um termo qualquer pelo termo imediatamente anterior a ele.

$$r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = \dots = a_n - a_{n-1}$$

Exemplos:

- (5, 9, 13, 17, 21, 25,.....) é uma P.A. onde $a_1 = 5$ e razão $r = 4$
- (2, 9, 16, 23, 30,.....) é uma P.A. onde $a_1 = 2$ e razão $r = 7$
- (23, 21, 19, 17, 15,.....) é uma P.A. onde $a_1 = 23$ e razão $r = -2$.

• Classificação

Uma P.A. é classificada de acordo com a razão.

Se $r > 0 \Rightarrow$ CRESCENTE.	Se $r < 0 \Rightarrow$ DECRESCENTE.	Se $r = 0 \Rightarrow$ CONSTANTE.

• Fórmula do Termo Geral

Em toda P.A., cada termo é o anterior somado com a razão, então temos:

1° termo: a_1

2° termo: $a_2 = a_1 + r$

3° termo: $a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = a_1 + 2r$

4° termo: $a_4 = a_3 + r = a_1 + 2r + r = a_1 + 3r$

5° termo: $a_5 = a_4 + r = a_1 + 3r + r = a_1 + 4r$

6° termo: $a_6 = a_5 + r = a_1 + 4r + r = a_1 + 5r$

· · · · ·
· · · · ·
· · · · ·

n° termo é:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Diagrama explicativo: a_n (enésimo termo) = a_1 (1° termo) + $(n-1)$ (número de termos) · r (razão).

Exemplo:

(PREF. AMPARO/SP – AGENTE ESCOLAR – CONRIO) Descubra o 99° termo da P.A. (45, 48, 51,...)

- (A) 339
- (B) 337
- (C) 333
- (D) 331

Resolução:

$$\begin{aligned} r &= 48 - 45 = 3 \\ a_1 &= 45 \\ a_n &= a_1 + (n-1)r \\ a_{99} &= 45 + 98 \cdot 3 = 339 \end{aligned}$$

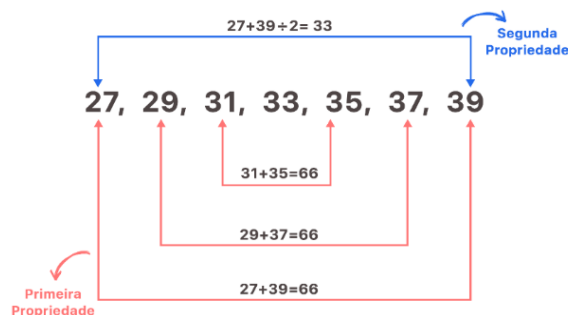
Resposta: A

Propriedades

1) Numa P.A. a soma dos termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos.

2) Numa P.A. com número ímpar de termos, o termo médio é igual à média aritmética entre os extremos.

Exemplo:



3) A sequência (a, b, c) é P.A. se, e somente se, o termo médio é igual à média aritmética entre a e c, isto é:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

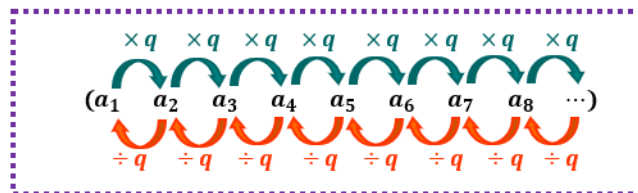
Soma dos n primeiros termos

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Diagrama explicativo: S_n (soma dos n primeiros termos) = $\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$. a_1 é o primeiro termo, a_n é o enésimo termo, e n é o número de termos.

Progressão geométrica (P.G.)

É uma sequência onde cada termo é obtido multiplicando o anterior por uma constante. Essa constante é chamada de razão da P.G. e simbolizada pela letra q.



Cálculo da razão

A razão da P.G. é obtida dividindo um termo por seu antecessor. Assim: $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, \dots)$ é P.G. $\Leftrightarrow a_n = (a_{n-1}) \cdot q, n \geq 2$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Exemplos:

- $(-36, -18, -9, \frac{-9}{2}, \frac{-9}{4}, \dots)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = -36$ e razão $q = \frac{1}{2}$
- $(3, 3, 3, 3, 3, \dots)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 3$ e razão $q = 1$
- $(6, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 6$ e razão $q = 0$
- $(0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$ é uma PG de primeiro termo $a_1 = 0$ e razão q indeterminada

Classificação

Uma P.G. é classificada de acordo com o primeiro termo e a razão.

CRESCENTE	DECRESCENTE	ALTERNANTE	CONSTANTE	SINGULAR
$a_1 > 0$ e $q > 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.	$a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou quando $a_1 < 0$ e $q > 1$.	Cada termo apresenta sinal contrário ao do anterior. Isto ocorre quando. $q < 0$	$q = 1$. (também é chamada de Estacionária)	$a_1 = 0$ ou $q = 0$.

Fórmula do termo geral

Em toda P.G. cada termo é o anterior multiplicado pela razão, então temos:

1° termo: a_1

2° termo: $a_2 = a_1 \cdot q$

3° termo: $a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^2$

4° termo: $a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^2 \cdot q = a_1 \cdot q^3$

5° termo: $a_5 = a_4 \cdot q = a_1 \cdot q^3 \cdot q = a_1 \cdot q^4$

· · · · ·
· · · · ·
· · · · ·

n° termo é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

termo geral número de termos
1° termo razão da PG

Exemplo:

(TRF 3ª – ANALISTA JUDICIÁRIO - INFORMÁTICA – FCC) Um tabuleiro de xadrez possui 64 casas. Se fosse possível colocar 1 grão de arroz na primeira casa, 4 grãos na segunda, 16 grãos na terceira, 64 grãos na quarta, 256 na quinta, e assim sucessivamente, o total de grãos de arroz que deveria ser colocado na 64ª casa desse tabuleiro seria igual a

- (A) 2^{64} .
- (B) 2^{126} .
- (C) 2^{66} .

(D) 2^{128} .(E) 2^{256} .

Resolução:

Pelos valores apresentados, é uma PG de razão 4

$$a_{64} = ?$$

$$a_1 = 1$$

$$q = 4$$

$$n = 64$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_n = 1 \cdot 4^{63} = (2^2)^{63} = 2^{126}$$

Resposta: B

Propriedades

1) Em qualquer P.G., cada termo, exceto os extremos, é a média geométrica entre o precedente e o consequente.

2) Em toda P.G. finita, o produto dos termos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

$$a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_{k+1} \cdot a_{n-k}$$

3) Em uma P.G. de número ímpar de termos, o termo médio é a média geométrica entre os extremos.

Em síntese temos:

$$\textcircled{1} \quad a_k^2 = a_{k-1} \times a_{k+1} \quad \textcircled{2} \quad a_{k-1} \times a_{k+1} = a_1 \times a_n \quad \textcircled{3} \quad \text{T.M.} = \sqrt[2]{a_1 \times a_n}$$

4) Em uma PG, tomando-se três termos consecutivos, o termo central é a média geométrica dos seus vizinhos.

$$M_G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Soma dos n primeiros termos

A fórmula para calcular a soma de todos os seus termos é dada por:

$$S_n = \frac{a_1 q^n - a_1}{q - 1} \text{ ou } S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}, \text{ para } q \neq 1$$

Produto dos n termos

$$P_n = [a_1]^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Temos as seguintes regras para o produto:

- 1) O produto de n números positivos é sempre positivo.
- 2) No produto de n números negativos:
 - a) se n é par: o produto é positivo.
 - b) se n é ímpar: o produto é negativo.

Soma dos infinitos termos

A soma dos infinitos termos de uma P.G de razão q, com $-1 < q < 1$, é dada por:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$$

Exemplo:

A soma dos elementos da sequência numérica infinita (3; 0,9; 0,09; 0,009; ...) é

- (A) 3,1
- (B) 3,9
- (C) 3,99
- (D) 3, 999
- (E) 4

Resolução:

Sejam S as somas dos elementos da sequência e S_1 a soma da PG infinita (0,9; 0,09; 0,009;...) de razão $q = 0,09/0,9 = 0,1$. Assim:

$$S = 3 + S_1$$

Como $-1 < q < 1$ podemos aplicar a fórmula da soma de uma PG infinita para obter S_1 :

$$S_1 = 0,9/(1 - 0,1) = 0,9/0,9 = 1 \rightarrow S = 3 + 1 = 4$$

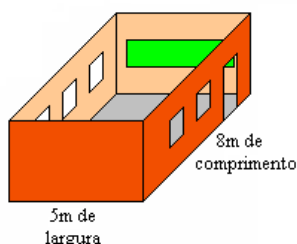
Resposta: E

GEOMETRIA PLANA: ÂNGULOS. POLÍGONOS: DEFINIÇÃO; ELEMENTOS; NOMENCLATURA; PROPRIEDADES; POLÍGONOS REGULARES; PERÍMETROS E ÁREAS. TRIÂNGULOS: CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA; ELEMENTOS; CLASSIFICAÇÃO; PROPRIEDADES; CONGRUÊNCIA; MEDIANA, BISSETRIZ, ALTURA E PONTOS NOTÁVEIS; SEMELHANÇA; RELAÇÕES MÉTRICAS E ÁREAS. QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS: DEFINIÇÕES; PROPRIEDADES; BASE MÉDIA E ÁREAS. CIRCUNFERÊNCIA: DEFINIÇÕES; ELEMENTOS; POSIÇÕES RELATIVAS DE RETA E CIRCUNFERÊNCIA; SEGMENTOS TANGENTES; POTÊNCIA DE PONTO; ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA E COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA. CÍRCULO E SUAS PARTES: CONCEITOS E ÁREAS

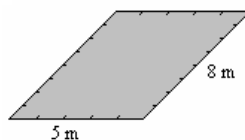
Aqui nos deteremos a conceitos mais cobrados como perímetro e área das principais figuras planas. O que caracteriza a geometria plana é o estudo em duas dimensões.

Perímetro

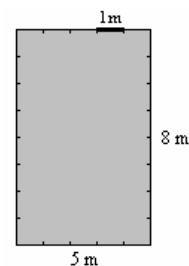
É a soma dos lados de uma figura plana e pode ser representado por P ou $2p$, inclusive existem umas fórmulas de geometria que aparece p que é o semiperímetro (metade do perímetro). Basta observarmos a imagem:



SALA DE AULA
EM PERSPECTIVA



PLANTA BAIXA
EM PERSPECTIVA



PLANTA BAIXA

Observe que a planta baixa tem a forma de um retângulo.

Exemplo:

(CPTM - Médico do trabalho – MAKIYAMA) Um terreno retangular de perímetro 200m está à venda em uma imobiliária. Sabe-se que sua largura tem 28m a menos que o seu comprimento. Se o metro quadrado cobrado nesta região é de R\$ 50,00, qual será o valor pago por este terreno?

- (A) R\$ 10.000,00.
- (B) R\$ 100.000,00.
- (C) R\$ 125.000,00.
- (D) R\$ 115.200,00.
- (E) R\$ 100.500,00.

Resolução:

O perímetro do retângulo é dado por $= 2(b+h)$;

Pelo enunciado temos que: sua largura tem 28m a menos que o seu comprimento, logo $2(x + (x-28)) = 2(2x - 28) = 4x - 56$. Como ele já dá o perímetro que é 200, então

$$200 = 4x - 56 \rightarrow 4x = 200 + 56 \rightarrow 4x = 256 \rightarrow x = 64$$

Comprimento = 64, largura = $64 - 28 = 36$

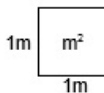
Área do retângulo = $b \cdot h = 64 \cdot 36 = 2304 \text{ m}^2$

Logo o valor da área é: $2304 \cdot 50 = 115200$

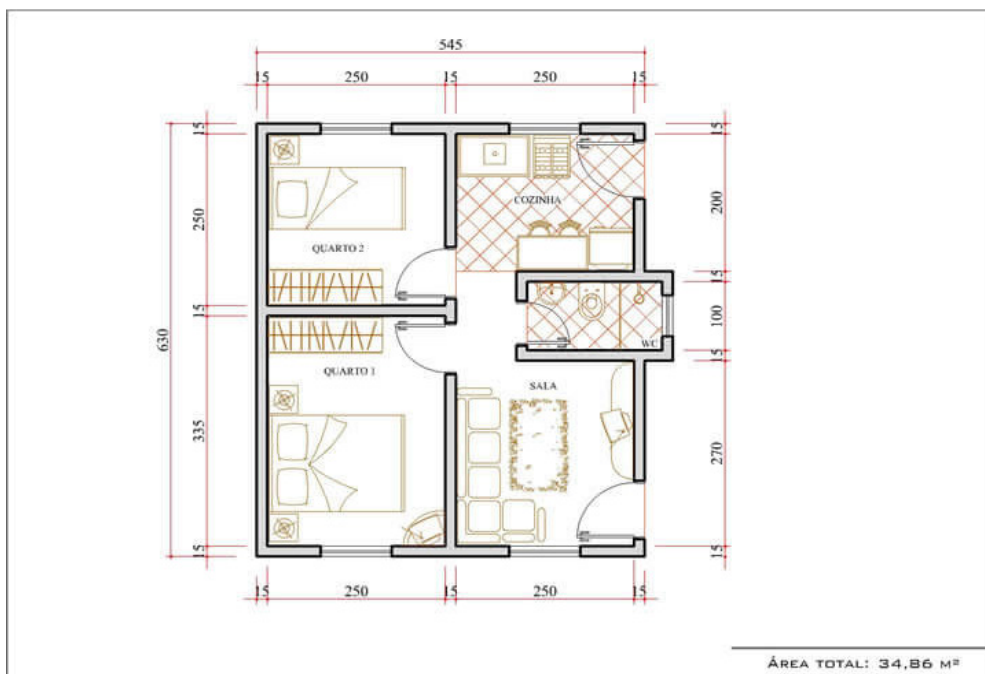
Resposta: D

• Área

É a medida de uma superfície. Usualmente a unidade básica de área é o m^2 (metro quadrado). Que equivale à área de um quadrado de 1 m de lado.



Quando calculamos que a área de uma determinada figura é, por exemplo, 12 m²; isso quer dizer que na superfície desta figura cabem 12 quadrados iguais ao que está acima.



Planta baixa de uma casa com a área total

Para efetuar o cálculo de áreas é necessário sabermos qual a figura plana e sua respectiva fórmula. Vejamos:

TRIÂNGULO	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ Sendo, A: área b: base h: altura	RETÂNGULO	$A = b \cdot h$ Sendo, A: área b: base h: altura
QUADRADO	$A = L^2$ Sendo, A: área L: lado	TRAPÉZIO	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ Sendo, A: área B: base maior b: base menor h: altura
LOSANGO	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ Sendo, A: área D: diagonal maior d: diagonal menor	CÍRCULO	$A = \pi \cdot r^2$ Sendo, A: área π: constante Pi (3,14) r: raio

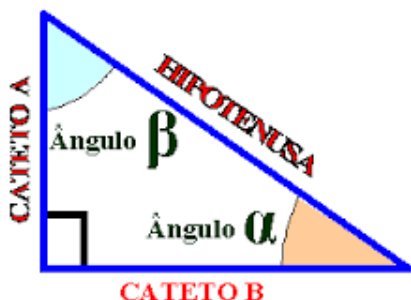
(Fonte: <https://static.todamateria.com.br/upload/57/97/5797a651dfb37-areas-de-figuras-planas.jpg>)

TRIGONOMETRIA: RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO; ARCOS E ÂNGULOS EM GRAUS E RADIANOS; RELAÇÕES DE CONVERSÃO; CICLO TRIGONOMÉTRICO; ARCOS CÔNGRUOS E SIMÉTRICOS; FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS; RELAÇÕES E IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS; FÓRMULAS DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, DUPLICAÇÃO E BISSECÇÃO DE ARCOS; EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS; LEIS DOS SENOS E DOS COSSENOS

Trigonometria é a parte da matemática que estuda as relações existentes entre os lados e os ângulos dos triângulos.

No triângulo retângulo

Em todo triângulo retângulo os lados recebem nomes especiais. O maior lado (oposto do ângulo de 90°) é chamado de Hipotenusa e os outros dois lados menores (opostos aos dois ângulos agudos) são chamados de Catetos. Deles podemos tirar as seguintes relações: seno (sen); cosseno (cos) e tangente.



Como podemos notar, $\text{sen} \alpha = \cos \beta$ e $\text{sen} \beta = \cos \alpha$.

Em todo triângulo a soma dos ângulos internos é igual a 180° .

No triângulo retângulo um ângulo mede 90° , então:

$$90^\circ + \alpha + \beta = 180^\circ$$

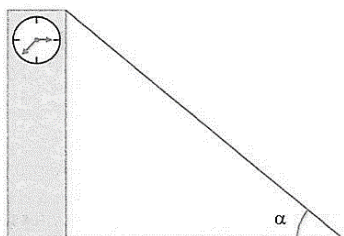
$$\alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Quando a soma de dois ângulos é igual a 90° , eles são chamados de Ângulos Complementares. E, neste caso, sempre o seno de um será igual ao cosseno do outro.

Exemplo:

(FUVEST) A uma distância de 40 m, uma torre é vista sob um ângulo, como mostra a figura.

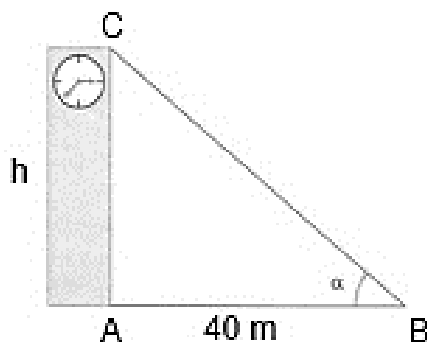


Sabendo que $\text{sen} 20^\circ = 0,342$ e $\text{cos} 20^\circ = 0,940$, a altura da torre, em metros, será aproximadamente:

- (A) 14,552
- (B) 14,391
- (C) 12,552
- (D) 12,391
- (E) 16,552

Resolução:

Observando a figura, nós temos um triângulo retângulo, vamos chamar os vértices de A, B e C.



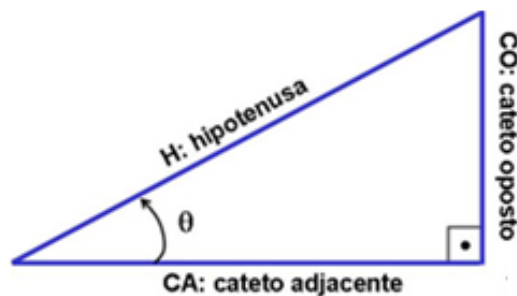
Como podemos ver h e 40 m são catetos, a relação a ser usada é a tangente. Porém no enunciado foram dados o sen e o cos. Então, para calcular a tangente, temos que usar a relação fundamental:

$$\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha} \rightarrow \text{tg} \alpha = \frac{0,342}{0,940} \rightarrow \text{tg} \alpha = 0,3638$$

Resposta: A

Valores Notáveis

Considere um triângulo retângulo BAC. Em resumo temos:



	0°	30°	45°	60°	90°
	0 rad	$\pi/6$ rad	$\pi/4$ rad	$\pi/3$ rad	$\pi/2$ rad
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	0,5	0
sen	0	0,5	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
tan	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	-

Se dois ângulos são complementares, então o seno de um deles é igual ao cosseno do complementar. As tangentes de ângulos complementares são inversas.

No triângulo qualquer

As relações trigonométricas se restringem somente a situações que envolvem triângulos retângulos. Essas relações também ocorrem nos triângulos obtusos e agudos. Importante sabermos que:

$$\sin x = \sin (180^\circ - x)$$

$$\cos x = -\cos (180^\circ - x)$$

Lei (ou teorema) dos senos

A lei dos senos estabelece relações entre as medidas dos lados com os senos dos ângulos opostos aos lados.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Lei (ou teorema) dos cossenos

Nos casos em que não podemos aplicar a lei dos senos, temos o recurso da lei dos cossenos. Ela nos permite trabalhar com a medida de dois segmentos e a medida de um ângulo. Dessa forma, se dado um triângulo ABC de lados medindo a, b e c, temos:

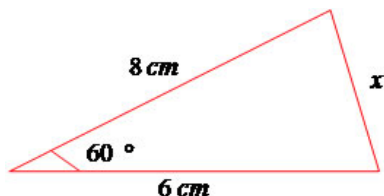
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

Exemplo:

Determine o valor do lado oposto ao ângulo de 60° . Observe figura a seguir:



Resolução:

Pela lei dos cossenos

$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 36 + 64 - 96 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 100 - 48$$

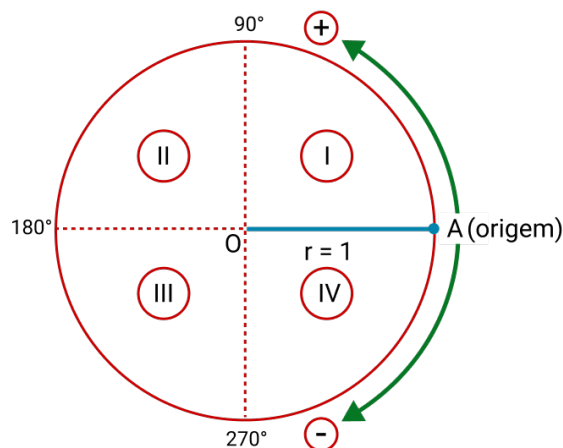
$$x^2 = 52$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{52}$$

$$x = 2\sqrt{13}$$

Círculo trigonométrico

O ciclo trigonométrico é uma circunferência orientada de raio 1. A orientação é:



Observe que:

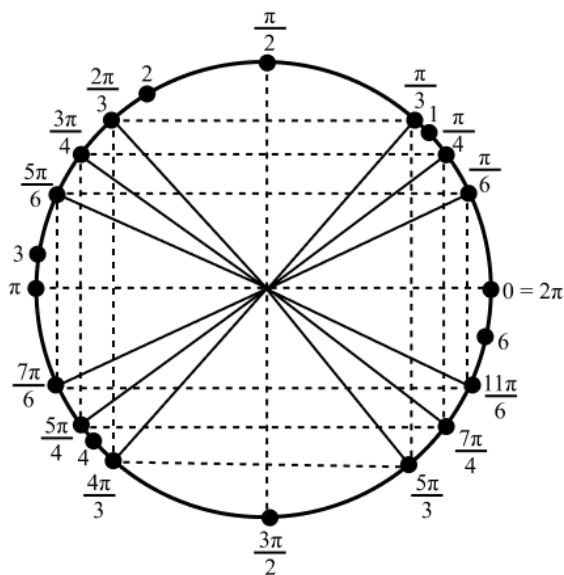
O cosseno está associado ao eixo A (origem).

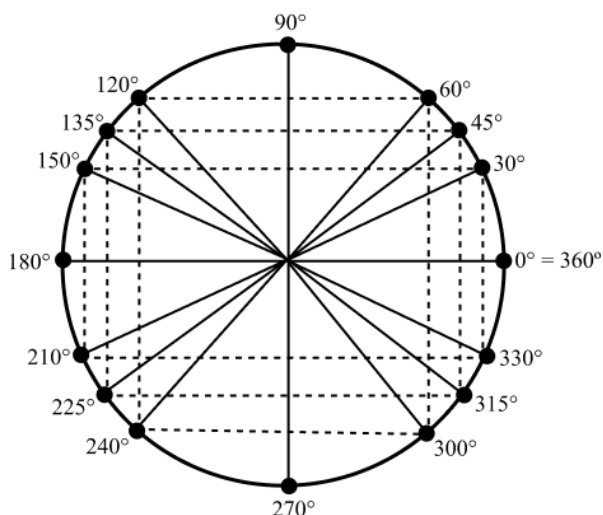
O seno está associado ao ângulo de 90° (ângulo reto).

Cada um dos semiplanos situados no círculo trigonométrico é chamado de quadrante. Os sinais do seno e cosseno variam conforme os quadrantes da seguinte forma:

	Q1	Q2	Q3	Q4
Seno	+	+	-	-
Cosseno	+	-	-	+

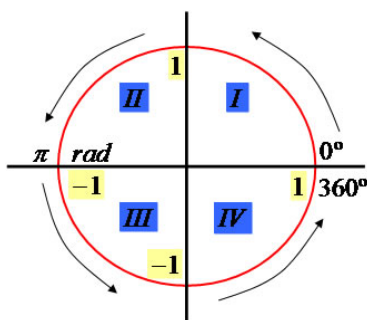
O círculo trigonométrico pode ser medido em radianos ou em graus. Veja os dois círculos em graus e radianos.





Arcos côngruos (ou congruentes)

Dois arcos são côngruos (ou congruentes) quando têm a mesma extremidade e diferem entre si apenas pelo número de voltas inteiras.



1º quadrante: abscissa positiva e ordenada positiva → $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

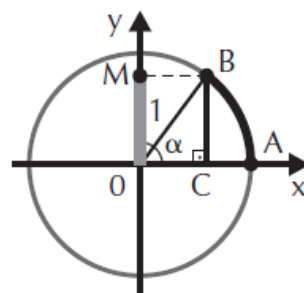
2º quadrante: abscissa negativa e ordenada positiva → $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

3º quadrante: abscissa negativa e ordenada negativa → $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

4º quadrante: abscissa positiva e ordenada negativa → $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

Seno

Observando a figura temos:



Ao arco AB está associado o ângulo α ; sendo o triângulo OBC retângulo, podemos determinar o seno de α :

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{BC}}{1} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \overline{BC}$$

Observe que $BC = OM$, portanto podemos substituir BC por OM, obtendo assim:

$$\text{sen } \alpha = \overline{OM}$$

Como o ciclo trigonométrico tem raio 1, para qualquer arco α , temos que:

$$-1 \leq \text{sen } \alpha \leq 1$$

ATENÇÃO:

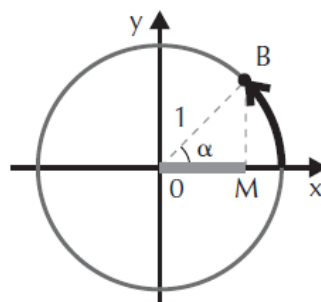
$$\text{sen } (\pi - \alpha) = \text{sen } \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{sen } (\pi + \alpha) = -\text{sen } \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{sen } (2\pi - \alpha) = -\text{sen } \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Cosseno

Observando a figura temos:



O ângulo α está associado ao arco AB. No triângulo retângulo OMB, calculamos o cosseno de α :

$$\cos \alpha = \frac{\overline{OM}}{1} \Rightarrow \boxed{\cos \alpha = \overline{OM}}$$

Como o ciclo trigonométrico tem raio 1, para qualquer arco α , temos que:

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

ATENÇÃO:

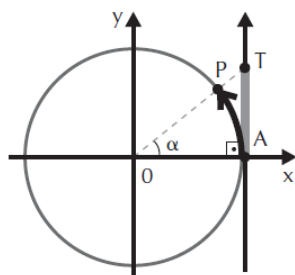
$$\cos (\pi - \alpha) = -\cos \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\cos (2\pi - \alpha) = \cos \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Tangente

Na figura, traçamos, no ciclo trigonométrico, uma reta paralela ao eixo dos senos, tangente ao ciclo no ponto A.



No triângulo retângulo OAT, temos:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AT}}{\overline{OA}}$$

Como o raio é 1, então $OA = 1$

$$\operatorname{tg} \alpha = AT$$

Essa reta é chamada de eixo das tangentes. Observe que a tangente de α é obtida prolongando-se o raio OP até interceptar o eixo das tangentes.

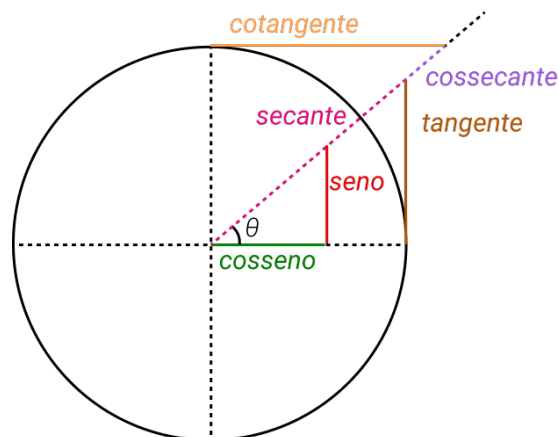
ATENÇÃO:

$$\operatorname{tg} (\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} (\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} (2\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Relações Fundamentais da Trigonometria



$$\text{I) } \operatorname{sen}^2 + \cos^2 = 1$$

$$\text{II) } \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

$$\text{III) } \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$$

$$\text{VI) } \operatorname{sec} x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\text{V) } \operatorname{cossec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

Nestas relações, além do $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$, temos: tg (tangente), cotg (cotangente), sec (secante) e cossec (cossecante).

Relações derivadas

Utilizando as definições de cotangente, secante e cossecante associadas à relação fundamental da trigonometria, extraímos formulas que auxiliam na simplificação de expressões trigonométricas. São elas:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \operatorname{sec}^2 \alpha, \text{ sendo } \alpha \neq \pi/2 + k\pi, K \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cossec}^2 \alpha, \text{ sendo } \alpha \neq k\pi, K \in \mathbb{Z}$$

Redução para o primeiro quadrante

$\text{sen } (90^\circ - x) = \cos x$ $\cos (90^\circ - x) = \text{sen } x$ $\text{tg } (90^\circ - x) = \text{cotg } x$	$\text{sen } (90^\circ + x) = \cos x$ $\cos (90^\circ + x) = -\text{sen } x$ $\text{tg } (90^\circ + x) = -\text{cotg } x$
$\text{sen } (180^\circ - x) = \text{sen } x$ $\cos (180^\circ - x) = -\cos x$ $\text{tg } (180^\circ - x) = -\text{tg } x$	$\text{sen } (180^\circ + x) = -\text{sen } x$ $\cos (180^\circ + x) = -\cos x$ $\text{tg } (180^\circ + x) = \text{tg } x$
$\text{sen } (270^\circ - x) = -\cos x$ $\cos (270^\circ - x) = -\text{sen } x$ $\text{tg } (270^\circ - x) = \text{cotg } x$	$\text{sen } (270^\circ + x) = -\cos x$ $\cos (270^\circ + x) = \text{sen } x$ $\text{tg } (270^\circ + x) = -\text{cotg } x$
$\text{sen } (360^\circ - x) = \text{sen } x$ $\cos (360^\circ - x) = \cos x$ $\text{tg } (360^\circ - x) = -\text{tg } x$	

Transformações trigonométricas

As fórmulas a seguir permitem calcular o cosseno, o a tangente da soma e da diferença de dois ângulos.

$$* \text{sen}(a + b) \equiv \text{sen } a \cdot \cos b + \text{sen } b \cdot \cos a \xrightarrow{a=b=x} \text{sen } 2x \equiv 2 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x$$

$$* \text{sen}(a - b) \equiv \text{sen } a \cdot \cos b - \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$* \cos(a + b) \equiv \cos a \cdot \cos b - \text{sen } b \cdot \text{sen } a \xrightarrow{a=b=x} \cos 2x \equiv \cos^2 x - \text{sen}^2 x$$

$$* \cos(a - b) \equiv \cos a \cdot \cos b + \text{sen } b \cdot \text{sen } a$$

$$* \text{tg}(a + b) \equiv \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \cdot \text{tg } b} \xrightarrow{a=b=x} \text{tg } 2x \equiv \frac{2 \cdot \text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$$

$$* \text{tg}(a - b) \equiv \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$$

Exemplo:

(SANEAR – FISCAL - FUNCAB) Sendo $\cos x = 1/2$ com $0^\circ < x < 90^\circ$, determine o valor da expressão $E = \text{sen}^2 x + \text{tg}^2 x$.

- (A) 9/4
 (B) 11/4
 (C) 13/4
 (D) 15/4
 (E) 17/4

Resolução:

$$\text{Sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{sen}^2 x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$\text{sen}^2 x = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\text{sen}^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\text{sen} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Como está no primeiro quadrante

$$\text{sen} x = + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$E = \text{sen}^2 x + \text{tg}^2 x = \text{sen}^2 x + \frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{4} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{4} + 3 = \frac{15}{4}$$

Resposta: D

Arcos Duplos

Utilizado quando as fórmulas do seno, cosseno e tangente do arco (a + b), fazemos b = a.

$$\text{sen } 2a = 2 \cdot \text{sen } a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \text{sen}^2 a$$

$$\text{tg } 2a = \frac{2 \text{tg } a}{1 - \text{tg}^2 a} \quad \left(a \neq \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$$

Arco Metade

Encontramos os valores que mede a/2, conhecendo os valores das funções trigonométricas do arco que mede a.

$$\text{tg} \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}$$

Funções trigonométricas de arco que mede a , em função da tangente do arco metade

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}$$

$$a \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{a}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}$$

$$\operatorname{sen} a = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}$$

Transformação da soma em produto

As fórmulas a seguir nos permitirão transformar somas em produtos.

$$* \operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$* \operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p-q}{2} \cdot \cos \frac{p+q}{2}$$

$$* \cos p + \cos q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$* \cos p - \cos q = -2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p+q}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{p-q}{2}$$

Equações e inequações trigonométricas

Equação é onde a incógnita é uma função trigonométrica; porém nem todos os arcos satisfazem essas equações. Para determinar esses arcos, recorreremos ao ciclo trigonométrico sempre que necessário.

As inequações se caracterizam pela presença de algum dos sinais de desigualdade. Como existem infinitos arcos com essas extremidades e no enunciado não é dado um intervalo para x , temos de dar a solução utilizando uma expressão geral. Assim:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi/4 + k \cdot 2\pi \text{ ou } x = 3\pi/4 + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

O processo para se obter os arcos por simetria, que estão no 2º, 3º ou 4º quadrantes a partir de um arco α do 1º quadrante é o seguinte:

- no 2º quadrante, subtraímos de π , ou seja, o arco será $\pi - \alpha$;
- no 3º quadrante, somamos a π e o arco será $\pi + \alpha$;
- no 4º quadrante, subtraímos de 2π e o arco será $2\pi - \alpha$.

Grande parte das equações trigonométricas é escrita na forma de equações trigonométricas elementares ou equações trigonométricas fundamentais, representadas da seguinte forma:

$$\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \alpha$$

$$\cos x = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha$$

Já as inequações, temos 6 tipos de relações fundamentais:

- $\operatorname{sen} x > n$ ($\operatorname{sen} x \geq n$)
- $\operatorname{sen} x < n$ ($\operatorname{sen} x \leq n$)
- $\cos x > n$ ($\cos x \geq n$)
- $\cos x < n$ ($\cos x \leq n$)
- $\operatorname{tg} x > n$ ($\operatorname{tg} x \geq n$)
- $\operatorname{tg} x < n$ ($\operatorname{tg} x \leq n$)

Exemplos:

(FGV) Estima-se que, em 2009, a receita mensal de um hotel tenha sido dada (em milhares de reais) por $R(t) = 3000 + 1500 \cdot \cos(\pi t/6)$, em que $t = 1$ representa o mês de janeiro, $t = 2$ o mês de fevereiro e assim por diante. A receita de março foi inferior à de fevereiro em:

- (A) R\$ 850.000,00
- (B) R\$ 800.000,00
- (C) R\$ 700.000,00
- (D) R\$ 750.000,00
- (E) R\$ 650.000,00

Resolução:

$$\text{Lembrando que } \frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

$$R(t) = 3000 + 1500 \cdot \cos(30^\circ \cdot t)$$

No mês de fevereiro: $t = 2$

$$R(2) = 3000 + 1500 \cdot \cos(30^\circ \cdot 2)$$

$$R(2) = 3000 + 1500 \cdot \cos 60^\circ$$

$$R(2) = 3000 + 1500 \cdot 1/2$$

$$R(2) = 3000 + 750 = 3.750$$

No mês de março: $t = 3$

$$R(3) = 3000 + 1500 \cdot \cos(30^\circ \cdot 3)$$

$$R(3) = 3000 + 1500 \cdot \cos 90^\circ$$

$$R(3) = 3000 + 1500 \cdot 0$$

$$R(3) = 3.000$$

Logo, a receita em março foi menor em: $3.750 - 3.000 = 750$.

No enunciado foi dito que a fórmula está em milhares de reais, portanto, R\$ 750.000,0

Resposta: D

(PC/ES - PERITO CRIMINAL ESPECIAL - CESPE/UNB)

Considerando a função $f(x) = \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x$, em que o ângulo x é medido em graus, julgue o item seguinte:

$f(x) = 0$ para algum valor de x tal que $230^\circ < x < 250^\circ$.

(certo) (errado)

Resolução:

Seja $f(x) = \text{sen}x - \sqrt{3} \cdot \text{cos}x$, então para $f(x) = 0$, temos:

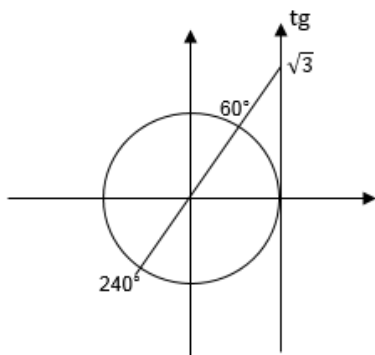
$$\text{sen}x - \sqrt{3} \cdot \text{cos}x = 0$$

$$\text{sen}x = \sqrt{3} \cdot \text{cos}x \rightarrow (\text{passar o } \text{cos}x \text{ dividindo para o } 1^\circ \text{ membro})$$

$$\frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \sqrt{3} \rightarrow (\text{das relações fundamentais temos que } \text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x})$$

$$\text{tg}x = \sqrt{3}$$

Verificando no ciclo quais ângulos tem este valor de tangente:



$$x = 60^\circ \text{ ou } x = 240^\circ$$

Resposta: Certo

ÁLGEBRA II: MATRIZES: CONCEITOS, IGUALDADE E OPERAÇÕES. DETERMINANTES. SISTEMAS LINEARES. ANÁLISE COMBINATÓRIA: PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM; ARRANJOS, COMBINAÇÕES E PERMUTAÇÕES SIMPLES; PROBABILIDADES

MATRIZ, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

Matriz

Uma matriz é uma tabela de números reais dispostos segundo linhas horizontais e colunas verticais.

O conjunto ordenado dos números que formam a tabela, é denominado matriz, e cada número pertencente a ela é chamado de elemento da matriz.

• Tipo ou ordem de uma matriz

As matrizes são classificadas de acordo com o seu número de linhas e de colunas. Assim, a matriz representada a seguir é denominada matriz do tipo, ou ordem, 3×4 (lê-se três por quatro), pois tem três linhas e quatro colunas. Exemplo:

				1ª coluna
				2ª coluna
				3ª coluna
				4ª coluna
5	2	3	1	1ª linha
3	4	6	2	2ª linha
7	1	0	5	3ª linha

• Representação genérica de uma matriz

Costumamos representar uma matriz por uma letra maiúscula (A, B, C...), indicando sua ordem no lado inferior direito da letra. Quando desejamos indicar a ordem de modo genérico, fazemos uso de letras minúsculas. Exemplo: $A_{m \times n}$.

Da mesma maneira, indicamos os elementos de uma matriz pela mesma letra que a denomina, mas em minúscula. A linha e a coluna em que se encontra tal elemento é indicada também no lado inferior direito do elemento. Exemplo: a_{11} .

								n colunas j
$a_{i,j}$								
	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	...	$a_{1,n}$			
	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	...	$a_{2,n}$			
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$			
	$a_{m,1}$	$a_{m,2}$	$a_{m,3}$	...	$a_{m,n}$			
m linhas i						m x n		

Exemplo:

(PM/SE – SOLDADO 3ª CLASSE – FUNCAB) A matriz abaixo registra as ocorrências policiais em uma das regiões da cidade durante uma semana.

$$M = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 11 & 10 & 13 & 17 & 19 \\ 15 & 18 & 12 & 11 & 12 & 10 & 11 \\ 10 & 10 & 19 & 10 & 18 & 25 & 16 \end{pmatrix}$$

Seja $M = (a_{ij})_{3 \times 7}$ com cada elemento a_{ij} representando o número de ocorrência no turno i do dia j da semana.

O número total de ocorrências no 2º turno do 2º dia, somando como 3º turno do 6º dia e com o 1º turno do 7º dia será:

- (A) 61
- (B) 59
- (C) 58
- (D) 60
- (E) 62

Resolução:

Turno i – linha da matriz

Turno j – coluna da matriz

2º turno do 2º dia – $a_{22}=18$

3º turno do 6º dia – $a_{36}=25$

1º turno do 7º dia – $a_{17}=19$

Somando: $18+25+19=62$

Resposta: E

• Igualdade de matrizes

Duas matrizes A e B são iguais quando apresentam a mesma ordem e seus elementos correspondentes forem iguais.

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} (5-2) & (1+4) \\ (6+2) & (2 \times 2) \end{bmatrix} \text{ então } A = B.$$

• Operações com matrizes

– Adição: somamos os elementos correspondentes das matrizes, por isso, é necessário que as matrizes sejam de mesma ordem.

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$; $B = [b_{ij}]_{m \times n}$, portanto $C = A + B \Leftrightarrow c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 4+(-1) \\ 0+0 & 7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Exemplo:

(PM/SP – SARGENTO CFS – CETRO) Considere a seguinte sentença envolvendo matrizes:

$$\begin{pmatrix} 6 & y \\ 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}$$

Diante do exposto, assinale a alternativa que apresenta o valor de y que torna a sentença verdadeira.

- (A) 4.
- (B) 6.
- (C) 8.
- (D) 10.

Resolução:

$$\begin{pmatrix} 6+1=7 & y-3=7 \\ 7+8=15 & 2+5=7 \end{pmatrix}$$

$y=10$

Resposta: D



– Multiplicação por um número real: sendo $k \in \mathbb{R}$ e A uma matriz de ordem $m \times n$, a matriz $k \cdot A$ é obtida multiplicando-se todos os elementos de A por k .

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 7 \\ 3 \cdot (-1) & 3 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

– Subtração: a diferença entre duas matrizes A e B (de mesma ordem) é obtida por meio da soma da matriz A com a oposta de B .

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_B = \begin{bmatrix} 3 + (-1) & 0 + (-2) \\ 4 + 0 & -7 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

– Multiplicação entre matrizes: consideremos o produto $A \cdot B = C$. Para efetuarmos a multiplicação entre A e B , é necessário, antes de mais nada, determinar se a multiplicação é possível, isto é, se o número de colunas de A é igual ao número de linhas de B , determinando a ordem de C : $A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$, como o número de colunas de A coincide com o de linhas de B (n) então torna-se possível o produto, e a matriz C terá o número de linhas de A (m) e o número de colunas de B (p).

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 & (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

De modo geral, temos:

O produto de $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ por $B = [b_{ij}]_{p \times n}$, é a matriz $C = [c_{ij}]_{m \times n}$, cujo elemento da linha i e coluna j é obtido multiplicando os elementos da linha i de A pelos correspondentes elementos da coluna j de B e, posteriormente, somando-se os produtos obtidos.

Exemplo:

(CPTM – ALMOXARIFE – MAKIYAMA) Assinale a alternativa que apresente o resultado da multiplicação das matrizes A e B abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

(A) $\begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 1 & 15 & 11 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -1 & 15 & -11 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 1 & -15 & 11 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 15 & 11 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & -1 \\ 1 & 15 & -11 \end{pmatrix}$

Resolução:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 4 + 1 \cdot (-3) & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 5 \\ 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 & 3 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) & 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 5 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -1 & 15 & -11 \end{pmatrix}$$

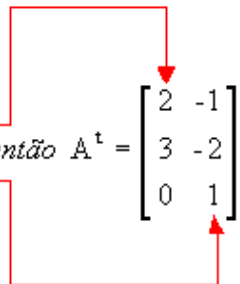
Resposta: B

• Casos particulares

– Matriz identidade ou unidade: é a matriz quadrada que possui os elementos de sua diagonal principal iguais a 1 e os demais elementos iguais a 0. Indicamos a matriz identidade de I_n , onde n é a ordem da matriz.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ matriz identidade de ordem 2}$$

– Matriz transposta: é a matriz obtida pela troca ordenada de linhas por colunas de uma matriz. Dada uma matriz A de ordem $m \times n$, obtém-se uma outra matriz de ordem $n \times m$, chamada de transposta de A . Indica-se por A^t .

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ então } A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$


Exemplo:

(CPTM – ANALISTA DE COMUNICAÇÃO JÚNIOR – MAKIYAMA) Para que a soma de uma matriz e sua respectiva matriz transposta A^t em uma matriz identidade, são condições a serem cumpridas:

- (A) $a=0$ e $d=0$
- (B) $c=1$ e $b=1$
- (C) $a=1/c$ e $b=1/d$
- (D) $a^2-b^2=1$ e $c^2-d^2=1$
- (E) $b=-c$ e $a=d=1/2$

Resolução:

$$A + A^t = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2a=1$$

$$a=1/2$$

$$b+c=0$$

$$b=-c$$

$$2d=1$$

$$d=1/2$$

Resposta: E

– Matriz inversa: dizemos que uma matriz quadrada A, de ordem n, admite inversa se existe uma matriz A^{-1} , tal que:

$$A_n \cdot A_n^{-1} = A_n^{-1} \cdot A_n = I_n$$

Determinantes

Determinante é um número real associado a uma matriz quadrada. Para indicar o determinante, usamos barras. Seja A uma matriz quadrada de ordem n, indicamos o determinante de A por:

$$\det A \text{ ou } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

- Determinante de uma matriz de 1ª- ordem

A matriz de ordem 1 só possui um elemento. Por isso, o determinante de uma matriz de 1ª ordem é o próprio elemento.

- Determinante de uma matriz de 2ª- ordem

Em uma matriz de 2ª ordem, obtém-se o determinante por meio da diferença do produto dos elementos da diagonal principal pelo produto dos elementos da diagonal secundária.

$$\text{Seja } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21})$$

Exemplo:

(PM/SP – SARGENTO CFS – CETRO) É correto afirmar que o determinante $\begin{vmatrix} 1 & x \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$ é igual a zero para x igual a

- 1.
- 2.
- 2.
- 1.

Resolução:

$$D = 4 - (-2x)$$

$$0 = 4 + 2x$$

$$x = -2$$

Resposta: C

• Regra de Sarrus

Esta técnica é utilizada para obtermos o determinante de matrizes de 3ª ordem. Utilizaremos um exemplo para mostrar como aplicar a regra de Sarrus. A regra de Sarrus consiste em:

- Repetir as duas primeiras colunas à direita do determinante.
- Multiplicar os elementos da diagonal principal e os elementos que estiverem nas duas paralelas a essa diagonal, conservando os sinais desses produtos.
- Efetuar o produto dos elementos da diagonal secundária e dos elementos que estiverem nas duas paralelas à diagonal e multiplicá-los por -1.
- Somar os resultados dos itens b e c. E assim encontraremos o resultado do determinante.

Simplificando temos:

Seja $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, então $\det A =$

$$\det A = \underbrace{a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h}_{\text{Diagonais principais}} - \underbrace{g \cdot e \cdot c - h \cdot f \cdot a - i \cdot d \cdot b}_{\text{Diagonais secundárias}}$$

Exemplo:

(PREF. ARARAQUARA/SP – AGENTE DA ADMINISTRAÇÃO DOS SERVIÇOS DE SANEAMENTO – CETRO) Dada a matriz

$$A = (a_{ij})_{3 \times 3}, \text{ onde } a_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{se } i > j \\ -1, & \text{se } i \leq j \end{cases}, \text{ assinale a alternativa que apresenta o valor do determinante de } A \text{ é}$$

- (A) -9.
(B) -8.
(C) 0.
(D) 4.

Resolução:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det A = -1 - 4 + 2 - (2 + 2 + 2) = -9$$

Resposta: A

• Teorema de Laplace

Para matrizes quadradas de ordem $n \geq 2$, o teorema de Laplace oferece uma solução prática no cálculo dos determinantes. Pelo teorema, o determinante de uma matriz quadrada A de ordem n ($n \geq 2$) é igual à soma dos produtos dos elementos de uma linha ou de uma coluna qualquer, pelos respectivos co-fatores. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

Dada a matriz quadrada de ordem 3, vamos calcular $\det A$ usando o teorema de Laplace.

Podemos calcular o determinante da matriz A , escolhendo qualquer linha ou coluna. Por exemplo, escolhendo a 1ª linha, teremos:

$$\det A = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{11} = 1 \cdot (-21) \Rightarrow A_{11} = -21$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{12} = (-1) \cdot (-6) \Rightarrow A_{12} = 6$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{13} = 1 \cdot (-12) \Rightarrow A_{13} = -12$$

Portanto, temos que:

$$\det A = 3 \cdot (-21) + 2 \cdot 6 + 1 \cdot (-12) \Rightarrow \det A = -63 + 12 - 12 \Rightarrow \det A = -63$$

Exemplo:

(TRANSPETRO – ENGENHEIRO JÚNIOR – AUTOMAÇÃO – CESGRANRIO) Um sistema dinâmico, utilizado para controle de uma rede automatizada, forneceu dados processados ao longo do tempo e que permitiram a construção do quadro abaixo.

1	3	2	0
3	1	0	2
2	3	0	1
0	2	1	3

A partir dos dados assinalados, mantendo-se a mesma disposição, construiu-se uma matriz M . O valor do determinante associado à matriz M é

- (A) 42
- (B) 44
- (C) 46
- (D) 48
- (E) 50

Resolução:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Como é uma matriz 4x4 vamos achar o determinante através do teorema de Laplace. Para isso precisamos, calcular os cofatores. Dica: pela fileira que possua mais zero. O cofator é dado pela fórmula: $C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D$. Para o determinante é usado os números que sobraram tirando a linha e a coluna.

$$C_{13} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$C_{13} = 27 + 8 - 6 - 6 = 23$$

$$A_{13} = 2 \cdot 23 = 46$$

$$C_{43} = (-1)^7 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C_{43} = -(1 + 12 - 6 - 9) = 2$$

$$A_{43} = 1 \cdot 2 = 2$$

$$D = 46 + 2 = 48$$

Resposta: D

- Determinante de uma matriz de ordem $n > 3$

Para obtermos o determinante de matrizes de ordem $n > 3$, utilizamos o teorema de Laplace e a regra de Sarrus. Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 4 \\ 5 & 6 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

Escolhendo a 1ª linha para o desenvolvimento do teorema de Laplace. Temos então:

$$\det A = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} + a_{14} \cdot A_{14}$$

$$\det A = 3 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 6 & -4 & -6 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \\ 5 & -4 & -6 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & -6 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 5 & 6 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 6 & -4 & -6 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \\ 5 & -4 & -6 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 5 & 6 & -4 \end{vmatrix}$$

Como os determinantes são, agora, de 3ª ordem, podemos aplicar a regra de Sarrus em cada um deles. Assim:

$$\det A = 3 \cdot (188) - 1 \cdot (121) + 2 \cdot (61) \Rightarrow \det A = 564 - 121 + 122 \Rightarrow \det A = 565$$

Portanto, podemos escrever o sistema sob a forma matricial:

$$A \cdot X = B \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

• Sistema normal

É o sistema em que o número de equações é igual ao número de incógnitas ($m = n$) e o determinante da matriz dos coeficientes é diferente de zero.

Exemplo:

Dado o sistema S: $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$, temos

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 15 + 8 = 23 \neq 0$$

Logo, o sistema linear S é normal.

• Classificação de um sistema linear

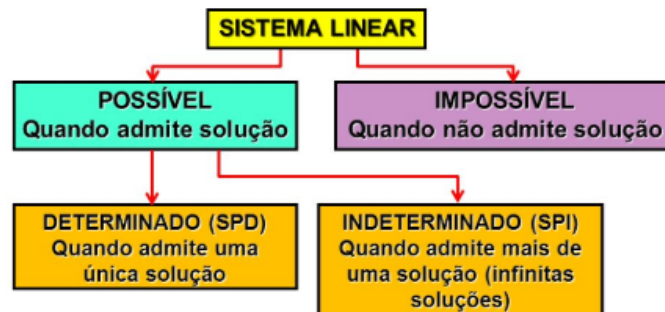
Classificar um sistema linear é considerá-lo em relação ao número de soluções que ele apresenta. Assim, os sistemas lineares podem ser:

a) Sistema impossível ou incompatível: quando não admite solução. O sistema não admite solução quando o $\det A$ for nulo, e pelo menos um dos determinantes relativos às incógnitas for diferente de zero, isto é: $\det A \neq 0$ ou $\det A_2 \neq 0$ ou ... ou $\det A_n \neq 0$.

b) Sistema possível ou compatível: quando admite pelo menos uma solução. Este sistema pode ser:

– Determinado: quando admitir uma única solução. O sistema é determinado quando $\det A \neq 0$.

Em resumo temos:



• Regra de Cramer

Para a resolução de sistemas normais, utilizaremos a regra de Cramer.

Consideramos os sistemas $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$.

Suponhamos que $a \neq 0$. Observamos que a matriz incompleta desse sistema é

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ cujo determinante é indicado por } D = ad - bc.$$

Escalonando o sistema, obtemos:

$$\begin{cases} ax + by = e \\ (ad - bc) \cdot y = (af - ce) \end{cases} (*)$$

Se substituirmos em M a 2ª coluna (dos coeficientes de y) pela coluna dos coeficientes independentes, obteremos $\begin{pmatrix} a & e \\ c & f \end{pmatrix}$, cujo determinante é indicado por $Dy = af - ce$.

Assim, em (*), na 2ª equação, obtemos $D \cdot y = Dy$. Se $D \neq 0$, segue que $y = \frac{Dy}{D}$

Substituindo esse valor de y na 1ª equação de (*) e considerando a matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, cujo determinante é indicado por $Dx = ad - bc$, obtemos $x = \frac{Dx}{D}$, $D \neq 0$.

Em síntese, temos:

O sistema $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ é possível e determinado quando $D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$, e a solução desse sistema é dada por:

$$x = \frac{Dx}{D} \text{ e } y = \frac{Dy}{D}$$

Esta regra é um importante recurso na resolução de sistemas lineares possíveis e determinados, especialmente quando o escalonamento se torna trabalhoso (por causa dos coeficientes das equações) ou quando o sistema é literal.

Exemplo:

Aplicando a Regra de Cramer para resolver os sistemas $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 4x - y - 5z = -6 \\ 2x + y + 2z = -3 \end{cases}$

Temos que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -9 \neq 0$, dessa forma, SPD.

$$Dx = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -6 & -1 & -5 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 15 - 6 - 3 + 12 = 18; x = \frac{Dx}{D} = \frac{18}{-9} = -2$$

$$Dy = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 4 & -6 & -5 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -12 - 12 + 12 - 15 = -27; y = \frac{Dy}{D} = \frac{-27}{-9} = 3$$

$$Dz = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 3 - 12 + 6 + 12 = 9; z = \frac{Dz}{D} = \frac{9}{-9} = -1$$

Uma alternativa para encontrar o valor de z seria substituir x por -2 e y por 3 em qualquer uma das equações do sistema. Assim, $S = \{-2, 3, -1\}$.

Exemplos:

(UNIOESTE – ANALISTA DE INFORMÁTICA – UNIOESTE)

Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + 2y + \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} \\ 2x + y + z = 2 \\ 2x + 4y + 3z = 3 \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta.

- (A) O determinante da matriz dos coeficientes do sistema é um número estritamente positivo.
 (B) O sistema possui uma única solução (1, 1, -1).
 (C) O sistema possui infinitas soluções.
 (D) O posto da matriz ampliada associada ao sistema é igual a 3.
 (E) Os vetores linha (1, 2, 3/2) e (2, 4, 3) não são colineares.

Resolução:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & \frac{3}{2} \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 12 + 4 - 3 - 4 - 12 = 0$$

O sistema pode ser SI(sistema impossível) ou SPI(sistema possível indeterminado)

Para ser SI $D_x = 0$ e SPI $D_x \neq 0$

$$D_x = \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \frac{9}{2} + 6 + 24 - \frac{9}{2} - 6 - 12 = 12$$

$D_x \neq 0$, portanto o sistema tem infinitas soluções.

Resposta: C

(SEDUC/RJ - PROFESSOR – MATEMÁTICA – CEPERJ) Sabendo-se que $2a + 3b + 4c = 17$ e que $4a + b - 2c = 9$, o valor de $a + b + c$ é:

- (A) 3.
 (B) 4.
 (C) 5.
 (D) 6.
 (E) 7.

Resolução:

- (I) $2a + 3b + 4c = 17 \quad \times(-2)$
 (II) $4a + b - 2c = 9$

Multiplicamos a primeira equação por -2 e somamos com a segunda, cancelando a variável a :

$$(I) \quad 2a + 3b + 4c = 17$$

$$(II) \quad -5b - 10c = -25 \quad : (-5)$$

Então:

$$(I) \quad 2a + 3b + 4c = 17$$

$$(II) \quad b + 2c = 5$$

Um sistema com três variáveis e duas equações é possível e indeterminado (tem infinitas soluções), então fazendo a variável $c = \alpha$ (qualquer letra grega).

Substituímos c em (II):

$$b + 2\alpha = 5$$

Resposta: D

ANÁLISE COMBINATÓRIA

A Análise Combinatória é a parte da Matemática que envolve meios para trabalharmos com problemas de contagem. Vejamos eles:

Princípio fundamental de contagem (PFC)

É o total de possibilidades de o evento ocorrer.

- Princípio multiplicativo: $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \dots \cdot P_n$ (regra do “e”). É um princípio utilizado em sucessão de escolha, como ordem.
- Princípio aditivo: $P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$ (regra do “ou”). É o princípio utilizado quando podemos escolher uma coisa ou outra.

Exemplos:

(BNB) Apesar de todos os caminhos levarem a Roma, eles passam por diversos lugares antes. Considerando-se que existem três caminhos a seguir quando se deseja ir da cidade A para a cidade B, e que existem mais cinco opções da cidade B para Roma, qual a quantidade de caminhos que se pode tomar para ir de A até Roma, passando necessariamente por B?

- (A) Oito.
 (B) Dez.
 (C) Quinze.
 (D) Dezesesseis.
 (E) Vinte.

Resolução:

Observe que temos uma sucessão de escolhas:

Primeiro, de A para B e depois de B para Roma.

1ª possibilidade: 3 (A para B).

Obs.: o número 3 representa a quantidade de escolhas para a primeira opção.

2ª possibilidade: 5 (B para Roma).

Temos duas possibilidades: A para B depois B para Roma, logo, uma sucessão de escolhas.

Resultado: $3 \cdot 5 = 15$ possibilidades.

Resposta: C.

(PREF. CHAPECÓ/SC – ENGENHEIRO DE TRÂNSITO – IOBV)
Em um restaurante os clientes têm a sua disposição, 6 tipos de carnes, 4 tipos de cereais, 4 tipos de sobremesas e 5 tipos de sucos. Se o cliente quiser pedir 1 tipo carne, 1 tipo de cereal, 1 tipo de sobremesa e 1 tipo de suco, então o número de opções diferentes com que ele poderia fazer o seu pedido, é:

- (A) 19
(B) 480
(C) 420
(D) 90

Resolução:

A questão trata-se de princípio fundamental da contagem, logo vamos enumerar todas as possibilidades de fazermos o pedido:

$$6 \times 4 \times 4 \times 5 = 480 \text{ maneiras.}$$

Resposta: B.

Fatorial

Sendo n um número natural, chama-se de $n!$ (lê-se: n fatorial) a expressão:

$$n! = n (n - 1) (n - 2) (n - 3) \dots \cdot 2 \cdot 1, \text{ como } n \geq 2.$$

Exemplos:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120.$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5.040.$$

ATENÇÃO
$0! = 1$
$1! = 1$
Tenha cuidado $2! = 2$, pois $2 \cdot 1 = 2$. E $3!$ Não é igual a 3, pois $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Arranjo simples

Arranjo simples de n elementos tomados p a p , onde $n \geq p$ e p é um número natural, é qualquer ordenação de p elementos dentre os n elementos, em que cada maneira de tomar os elementos se diferenciam pela ordem e natureza dos elementos.

Atenção: Observe que no grupo dos elementos: $\{1, 2, 3\}$ um dos arranjos formados, com três elementos, 123 é DIFERENTE de 321, e assim sucessivamente.

- Sem repetição

A fórmula para cálculo de arranjo simples é dada por:

$$A_{np} = \frac{n!}{(n - p)!}$$

Onde:

n = Quantidade total de elementos no conjunto.

p = Quantidade de elementos por arranjo

Exemplo: Uma escola possui 18 professores. Entre eles, serão escolhidos: um diretor, um vice-diretor e um coordenador pedagógico. Quantas as possibilidades de escolha?

$$n = 18 \text{ (professores)}$$

$$p = 3 \text{ (cargos de diretor, vice-diretor e coordenador pedagógico)}$$

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n - p)!} \rightarrow A_{18,3} = \frac{18!}{(18 - 3)!} = \frac{18!}{15!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15!}{15!} = 4896 \text{ grupos}$$

- Com repetição

Os elementos que compõem o conjunto podem aparecer repetidos em um agrupamento, ou seja, ocorre a repetição de um mesmo elemento em um agrupamento.

A fórmula geral para o arranjo com repetição é representada por:

$$A_{(n,p)} = n^p$$

Exemplo: Seja P um conjunto com elementos: $P = \{A, B, C, D\}$, tomando os agrupamentos de dois em dois, considerando o arranjo com repetição quantos agrupamentos podemos obter em relação ao conjunto P .

Resolução:

$$P = \{A, B, C, D\}$$

$$n = 4$$

$$p = 2$$

$$A_{(n,p)} = n^p$$

$$A_{(4,2)} = 4^2 = 16$$

Permutação

É a TROCA DE POSIÇÃO de elementos de uma sequência. Utilizamos todos os elementos.

- Sem repetição

$$P_n = n!$$

Atenção: Todas as questões de permutação simples podem ser resolvidas pelo princípio fundamental de contagem (PFC).

Exemplo:

(PREF. LAGOA DA CONFUSÃO/TO – ORIENTADOR SOCIAL – IDECAN) Renato é mais velho que Jorge de forma que a razão entre o número de anagramas de seus nomes representa a diferença entre suas idades. Se Jorge tem 20 anos, a idade de Renato é

- (A) 24.
(B) 25.
(C) 26.
(D) 27.
(E) 28.

Resolução:

Anagramas de RENATO

$$6.5.4.3.2.1=720$$

Anagramas de JORGE

$$5.4.3.2.1=120$$

Razão dos anagramas: $720/120=6$

Se Jorge tem 20 anos, Renato tem $20+6=26$ anos.

Resposta: C.

• Com repetição

Na permutação com elementos repetidos ocorrem permutações que não mudam o elemento, pois existe troca de elementos iguais. Por isso, o uso da fórmula é fundamental.

$$P_n^{(\alpha, \beta, \dots, \gamma)} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \dots \gamma!}$$

Exemplo:

(CESPE) Considere que um decorador deva usar 7 faixas coloridas de dimensões iguais, pendurando-as verticalmente na vitrine de uma loja para produzir diversas formas. Nessa situação, se 3 faixas são verdes e indistinguíveis, 3 faixas são amarelas e indistinguíveis e 1 faixa é branca, esse decorador conseguirá produzir, no máximo, 140 formas diferentes com essas faixas.

() Certo

() Errado

Resolução:

Total: 7 faixas, sendo 3 verdes e 3 amarelas.

$$P_7^{3,3} = \frac{7!}{3! 3!} = \frac{7.6.5.4.3!}{3! 3.2.1} = \frac{7.6.5.4}{6} = \frac{840}{6} = 140.$$

Resposta: Certo.

• Circular

A permutação circular é formada por pessoas em um formato circular. A fórmula é necessária, pois existem algumas permutações realizadas que são iguais. Usamos sempre quando:

a) Pessoas estão em um formato circular.

b) Pessoas estão sentadas em uma mesa quadrada (retangular) de 4 lugares.

$$P_c = \frac{n!}{n} \text{ ou } (n-1)!$$

Exemplo:

(CESPE) Uma mesa circular tem seus 6 lugares, que serão ocupados pelos 6 participantes de uma reunião. Nessa situação, o número de formas diferentes para se ocupar esses lugares com os participantes da reunião é superior a 102.

() Certo

() Errado

Resolução:

É um caso clássico de permutação circular.

$P_c = (6-1)! = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ possibilidades.

Resposta: CERTO.

Combinação

Combinação é uma escolha de um grupo, SEM LEVAR EM CONSIDERAÇÃO a ordem dos elementos envolvidos.

• Sem repetição

Dados n elementos distintos, chama-se de combinação simples desses n elementos, tomados p a p, a qualquer agrupamento de p elementos distintos, escolhidos entre os n elementos dados e que diferem entre si pela natureza de seus elementos.

Fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}, \text{ com } n \geq p$$

Exemplo:

(CRQ 2ª REGIÃO/MG – AUXILIAR ADMINISTRATIVO – FUNDEP)

Com 12 fiscais, deve-se fazer um grupo de trabalho com 3 deles. Como esse grupo deverá ter um coordenador, que pode ser qualquer um deles, o número de maneiras distintas possíveis de se fazer esse grupo é:

(A) 4

(B) 660

(C) 1 320

(D) 3 960

Resolução:

Como trata-se de Combinação, usamos a fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! p!}$$

Onde $n = 12$ e $p = 3$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!p!} \rightarrow C_{12,3} = \frac{12!}{(12-3)!3!} = \frac{12!}{9!3!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9!3!} = \frac{1320}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1320}{6} = 220$$

Como cada um deles pode ser o coordenado, e no grupo tem 3 pessoas, logo temos $220 \times 3 = 660$.

Resposta: B.

As questões que envolvem combinação estão relacionadas a duas coisas:

- Escolha de um grupo ou comissões.
- Escolha de grupo de elementos, sem ordem, ou seja, escolha de grupo de pessoas, coisas, objetos ou frutas.

- Com repetição

É uma escolha de grupos, sem ordem, porém, podemos repetir elementos na hora de escolher.

$$CR_{n,p} = C_{n+p-1,p}$$

Exemplo:

Em uma combinação com repetição classe 2 do conjunto $\{a, b, c\}$, quantas combinações obtemos?

Utilizando a fórmula da combinação com repetição, verificamos o mesmo resultado sem necessidade de enumerar todas as possibilidades:

$n = 3$ e $p = 2$

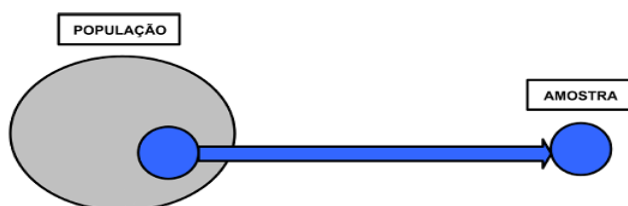
$$CR_{n,p} = C_{n+p-1,p} \rightarrow CR_{3+2-1,2} \rightarrow CR_{4,2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!2!} = \frac{12}{2} = 6$$

ESTATÍSTICA: CONCEITOS; POPULAÇÃO; AMOSTRA; VARIÁVEL; TABELAS; GRÁFICOS; DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA; TIPOS DE FREQUÊNCIAS; HISTOGRAMA; POLÍGONO DE FREQUÊNCIA; MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL: MODA, MÉDIA E MEDIANA

POPULAÇÃO, AMOSTRA E AMOSTRAGEM

A estatística descritiva é uma das áreas fundamentais da estatística, utilizada para coletar, organizar, descrever e interpretar dados de forma clara e objetiva. Quando lidamos com grandes quantidades de informações, a estatística descritiva nos permite resumir e analisar esses dados, transformando-os em insights úteis para a tomada de decisões.

Um dos primeiros passos no estudo da estatística é entender os conceitos de população e amostra. A população refere-se ao conjunto completo de elementos ou indivíduos que estamos interessados em estudar. Muitas vezes, porém, analisar toda a população é impraticável devido ao tempo, custo ou acessibilidade. É aí que entra a amostra, que é uma parte menor, porém representativa, da população.



Para garantir que a amostra reflita fielmente as características da população, utilizamos a amostragem. A amostragem é o processo de seleção de uma porção da população de forma cuidadosa e planejada, para garantir que os dados coletados proporcionem resultados válidos e aplicáveis à população inteira. Existem diferentes métodos de amostragem, e escolher o mais adequado depende do tipo de estudo e da natureza dos dados.

A seguir, vamos explorar os principais tipos de amostragem utilizados na estatística:

– Amostragem Probabilística (aleatória): A probabilidade de um elemento da população ser escolhido é conhecida. Cada elemento da população passa a ter a mesma chance de ser escolhido.

– Amostragem Não-probabilística (não aleatória): Não se conhece a probabilidade de um elemento ser escolhido para participar da amostra.

No quadro abaixo estão descritos os métodos de amostragem:

Probabilística				Não-probabilística		
Amostra casual simples	Amostra sistemática	Amostra estratificada	Amostra por conglomerado	Amostra por cotas	Amostra por julgamento	Amostra por conveniência

Amostragem Probabilística

Amostragem casual ou aleatória simples: este tipo de amostragem se assemelha ao sorteio lotérico. Ela pode ser realizada numerando-se a população de 1 a n e sorteando-se, a seguir, por meio de um dispositivo aleatório qualquer, k números dessa sequência, os quais serão pertencentes à amostra.

Exemplo: 15% dos alunos de uma população de notas entre 8 e 10, serão sorteados para receber uma bolsa de estudos de inglês.

Vantagens	Desvantagens
— Facilidade de cálculo estatístico; — Probabilidade elevada de compatibilidade dos dados da amostra e da população.	— Requer listagem da população; — Trabalhosa em populações elevadas; — Custos elevados se a dispersão da amostra for elevada.

Amostragem sistemática: escolher cada elemento de ordem k . Assemelha-se à amostragem aleatória simples, porque inicialmente enumeram-se as unidades da população. Mas difere da aleatória porque a seleção da amostra é feita por um processo periódico pré-ordenado. Os elementos da população já se acham ordenados, não havendo necessidade de construir um sistema de referência.

Exemplo: Amostra de 15% dos alunos com déficit de atenção diagnosticado. Sorteia-se um valor de 1 a 5. Se o sorteado for o 2, incluem-se na amostra o aluno 2, o 7, o 12 e assim por diante de cinco em cinco.

Amostragem proporcional estratificada: muitas vezes a população se divide em subpopulações - estratos, então classificamos a população em, ao menos dois estratos, e extraímos uma amostra de cada um. Podemos determinar características como sexo, cor da pele, faixa etária, entre outros.

Exemplo: Supondo que dos noventa alunos de uma escola, 54 sejam meninos e 36 sejam meninas vamos obter a amostra proporcional estratificada de 10% desta população.

Temos dois estratos: sexo masculino e feminino.

Sexo	População	10%	Amostra
M	54	$\frac{10 \times 54}{100} = 5,4$	5
F	36	$\frac{10 \times 36}{100} = 3,6$	4
Total	90	$\frac{10 \times 90}{100} = 9,0$	9

Numeramos os alunos de 01 a 90, sendo que de 01 a 54 correspondem aos meninos e de 55 a 90, as meninas.

Para amostragem muito grande também fazemos o uso da Tabela de Números Aleatórios, elaborada a fim de facilitar os cálculos, que foi construída de modo que os dez algarismos (0 a 9) são distribuídos ao acaso nas linhas e colunas, conforme pode ser visto abaixo:

2.3 - Amostragem Casual ou Aleatória Simples

TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

57720039848441796771402113975645865408932968745483
28805351590993988758702771771706320278621674696517
92591852873048869748352518887403629838586586424103
90381291743019758907506415597188137495305278301175
809110946758082068904756184645111235324550411343
22017031329691927540165429727495009597610098243007
56241004302046299053531105844121647919762951626066
79449262029686643000945669302055878735442250977819
53996645088978507753372577412762380223576201418035
18928735885505213651392850146685793019797266643145
53085896630561257022504128966266436306630132798522
03588029287689511824888946474855192987031033996712
27078188656949980028047051300147189733218582454324
05210859010622249891811755446616077307661012317858
403613278430023363969420586461123389278952667193
54602528858820001059610536613372010119016110512091
71516340767111737352373160458892734371280498090248
61020181739260667358533442682638340327449604466593
8255931346309526506961765917235799612495280632699
899854142174135768198628608473315262877453848088
00998484146795137758901450794275633106604340125504
62415078204805884352980319939203049725849595036331
94279069246809921186076383193298511555710927026700
44892928843628251582877418972576106326760226745328
973076953211054269566520493658480308303581796
39165804448015595983909554668184396085388866333569
60781103266750340961313020769366308351093383647665
0319234762895779133884760593754394877674985384391
4128526756253959866551369032238330522990339979699
77549850392537425297100356049281686670014889558210
28634161916424838137344883279638716973067750256460
7424488540123596750149814264279791352896978804471
00240337964668750532421663332897263647277365383446
05414769694536167118955197220413239658600369487983
62698497974723665156130869115275592686818043009892

NOTA: 0 — 10 00 — 100 000 — 1.000 etc..

Para obtermos os elementos da amostra usando a tabela, sorteamos um algarismo qualquer da mesma, a partir do qual iremos considerar números de dois, três ou mais algarismos, conforme nossa necessidade. Os números obtidos irão indicar os elementos da amostra.

No nosso exemplo vamos definir como critérios a primeira e a segunda colunas da esquerda, de cima para baixo (constituídos de 2 algarismos), obtermos os seguintes números.

A leitura da tabela pode ser feita horizontalmente (da direita para esquerda ou vice versa), verticalmente (de cima para baixo ou vice versa), diagonalmente (no sentido ascendente ou descendente), formando desenho de alguma letra e até mesmo escolhendo uma única linha ou coluna. O critério adotado deve ser definido antes do início do processo.

57 28 92 90 80 22 56 79 53 18 53 03 27 05 40

Eliminamos os números maiores que 90 e os números repetidos.

Assim temos:

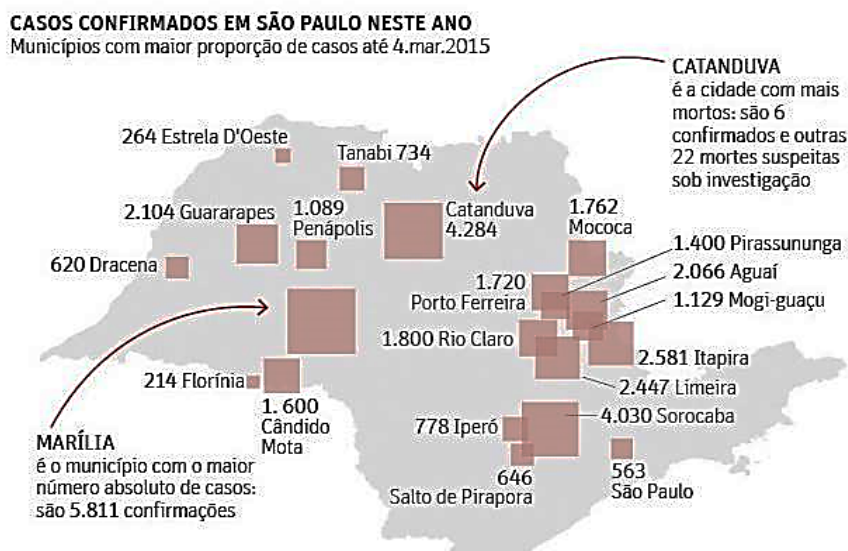
28 22 53 18 03 - para os meninos;

57 90 80 56 - para as meninas.

Vantagens	Desvantagens
— Pressupõe um erro de amostragem menor; — Assegura uma boa representatividade das variáveis estratificadas; — Podem empregar-se metodologias diferentes para cada estrato; — Fácil organização do trabalho de campo.	— Necessita de maior informação sobre a população; — Cálculo estatístico mais complexo.

Amostragem por conglomerado: é uma amostra aleatória de agrupamentos naturais de indivíduos (conglomerados) na população. Dividimos em seções a área populacional, selecionamos aleatoriamente algumas dessas seções e tomamos todos os elementos das mesmas.

Exemplo:



O mapa mostra os conglomerados selecionados (neste caso os municípios), que apresentaram a maior proporção de casos de dengue confirmados no Estado de São Paulo até março de 2015.

Vantagens	Desvantagens
— Não existem listagem de toda a população; — Concentra os trabalhos de campo num número limitado de elementos da população.	— Maior erro de amostragem; — Cálculo estatístico mais complexo na estimação do erro de amostragem.

Amostragem Não-Probabilística

Amostragem por cotas: consiste em uma amostragem por julgamento que ocorre em suas etapas. Em um primeiro momento, são criadas categorias de controle dos elementos da população e, a seguir, selecionam-se os elementos da amostra com base em um julgamento.

Amostragem por julgamento: quando o pesquisador seleciona os elementos mais representativos da amostra de acordo com seu julgamento pessoal. Essa amostragem é ideal quando o tamanho da população é pequeno e suas características, bem conhecidas.

Amostragem por conveniência: é uma amostra composta de indivíduos que atendem os critérios de entrada e que são de fácil acesso do investigador. Para o critério de seleção arrolamos uma amostra consecutiva.

Exemplo: Em uma pesquisa sobre dengue, arrolar os 200 pacientes que receberam diagnóstico em um hospital.

Vantagens	Desvantagens
— Mais econômica; — Fácil administração; — Não necessita de listagem da população.	— Maior erro de amostragem que em amostras aleatórias; — Não existem metodologias válidas para o cálculo do erro de amostragem; — Limitação representativa; — Maior dificuldade de controle de trabalho de campo

Tamanho da Amostra

O tamanho da amostra deve ser determinado antes de se iniciar a pesquisa.

Deve-se usar a maior amostra possível, pois quanto maior a amostra, maior a representatividade da população. Amostras menores possuem resultados menos precisos.

É muito importante usarmos amostras de tamanhos adequados, para que os dados tenham maior confiabilidade e precisão.

Consideramos:

Amostras grandes: $n > 100$

Amostras médias: $n > 30$

Amostras pequenas: $n < 30$

Amostras muito pequenas: $n < 12$

Erros de amostragem

Diferença randômica(aleatória) entre a amostra e população da qual a amostra foi retirada. O tamanho do erro pode ser medido em amostras probabilísticas, expressa como “erro padrão” (ou precisão) de média, proporção entre outros.

Erro padrão da média: é usado para estimar o desvio padrão da distribuição das médias amostrais, tanto para populações finitas ou infinitas (será abordado em medidas de dispersão).

DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

Quando trabalhamos com um grande quantitativo de dados, passamos a trabalhar com os dados agrupados. Então fazemos uso das tabelas de distribuição de frequência, entre outros recursos que facilitarão a compreensão dos dados.

Na distribuição de frequência listamos todos os valores coletados, um em cada linha, marcam-se as vezes em que eles aparecem, incluindo as repetições, e conta-se a quantidade de ocorrências de cada valor. Por este motivo, tabelas que apresentam valores e suas ocorrências denominam-se distribuição de frequências.

O termo “frequência” indica o número de vezes que um dado aparece numa observação estatística.

Exemplo:

Um professor organizou os resultados obtidos em uma prova com 25 alunos da seguinte forma:

Notas dos 25 alunos

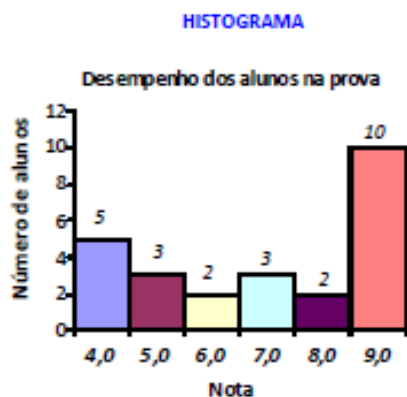
4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	5,0	7,0	9,0	9,0
4,0	6,0	8,0	9,0	9,0
4,0	6,0	8,0	9,0	9,0

Vamos organizá-los de modo que a consulta a eles seja simplificada. Então, faremos a distribuição de frequência destas notas, por meio da contagem de dados, que podemos chamar de frequência de dados absolutos.

Distribuição de frequência

Nota	Frequência, f (nº de alunos)
4,0	5
5,0	3
6,0	2
7,0	3
8,0	2
9,0	10
$\Sigma f = 25$	

Esta forma de organizar dados é conhecida como distribuição de frequência, e o número de vezes que um dado aparece é chamado de frequência absoluta. O somatório SEMPRE é a quantidade de dados apresentados, que neste é 25.



Quando os dados numéricos são organizados, eles geralmente são ordenados do menor para o maior, divididos em grupos de tamanho razoável e, depois, são colocados em gráficos para que se examine sua forma, ou distribuição. Este gráfico é chamado de Histograma. Um histograma é um gráfico de colunas juntas. Em um histograma não existem espaços entre as colunas adjacentes, como ocorre em um gráfico de colunas. No exemplo, a escala horizontal ($\rightarrow$) representa as notas e a escala vertical ($\uparrow$) as frequências. Os gráficos são a melhor forma de apresentação dos dados.

Em Estatística não trabalhamos somente com frequência absoluta (f), mas também com outros tipos de frequências, que são: frequência relativa (fr), frequência absoluta acumulada (Fa) e frequência relativa acumulada (Fra).

Frequência Relativa fr (%)

Representado por $fr(\%)$, significa a relação existente entre a frequência absoluta f e a soma das frequências Σf . É a porcentagem (%) do número de vezes que cada dado aparece em relação ao total.

frequência relativa fr (%)

Nota	f	$fr(\%)$
4,0	5	20%
5,0	3	12%
6,0	2	8%
7,0	3	12%
8,0	2	8%
9,0	10	40%
$\Sigma f = 25$		100%

Handwritten note: $5/25 \cdot 100 = 20\%$

Frequência Absoluta Acumulada Fa

Representado por Fa , significa a soma das frequências absolutas até o elemento analisado.

frequência absoluta acumulada (Fa)

Nota	f	$fr(\%)$	Fa
4,0	5	20%	5
5,0	3	12%	8
6,0	2	8%	10
7,0	3	12%	13
8,0	2	8%	15
9,0	10	40%	25
$\Sigma f = 25$		100%	-

Handwritten note: $Fa_2 = 5 + 3 = 8$

Frequência Relativa Acumulada FRa (%)

Representado por FRa (%), significa a soma das frequências relativas fr(%) até o elemento analisado.

frequência relativa acumulada (FRa)

Nota	f	fr(%)	Fa	FRa(%)
4,0	5	20%	5	20%
5,0	3	12%	8	32%
6,0	2	8%	10	40%
7,0	3	12%	13	52%
8,0	2	8%	15	60%
9,0	10	40%	25	100%
$\Sigma f = 25$		100%	-	-

Handwritten note: 20% + 12% = 32%

Observe que os valores ao lado, deverão coincidir.

Nota	f	fr(%)	Fa	FRa(%)
			25	100%
	$\Sigma f = 25$	100%		-

Agrupamento em Classes

Em uma distribuição de frequência, ao se trabalhar com grandes conjuntos de dados e com valores dispersos, podemos agrupá-los em classes. Isso torna muito fácil a compreensão dos dados e uma melhor visualização dos mesmos.

Se um conjunto de dados for muito disperso, uma representação melhor seria através do agrupamento dos dados com a construção de classes de frequência. Caso isso não ocorresse, a tabela ficaria muito extensa.

Exemplo: Um radar instalado em uma rodovia registrou a velocidade (em Km/h) de 40 veículos.

Velocidade de 40 veículos (Km/h)

70	90	100	110	123
71	93	102	115	123
73	95	103	115	123
76	97	105	115	123
80	97	105	117	124
81	97	109	117	124
83	99	109	121	128
86	99	109	121	128

Montando a tabela de distribuição de frequência temos:

Distribuição de frequência

Nota	f
70	1
71	1
73	1
76	1
80	1
81	1
83	1
86	1
90	1
93	1
95	1
97	3
99	2
100	1
102	1
103	1
105	2
109	3
110	1
115	3
117	2
121	2
123	4
124	2
128	2
$\Sigma f = 40$	

É fácil ver que a distribuição de frequências diretamente obtida a partir desses dados é dada uma tabela razoavelmente extensa. A distribuição em "classes" é como se fosse uma compressão dos dados. Imagine se fizéssemos uma distribuição de frequência de todas velocidades (de 70 a 128). A tabela ficaria imensa! Por este motivo existe a distribuição de frequência com classes.

Como criar uma Distribuição de Frequência com classes

Partindo dos dados anteriores teremos:

- Calcule a quantidade de classes (i), pela raiz da quantidade de dados. São 40 veículos. Então:
 $\sqrt{40} = 6,3 \approx i = 6$ classes.

- Calcule a amplitude de classe (h) que é o tamanho da classe, sendo:

$$\frac{\text{Maior valor} - \text{Menor valor}}{\text{quantidade de classes (i)}} = \frac{128 - 70}{6} = 9,6 \cong h = 10$$

O maior valor (128) e o Menor valor (70) são obtidos da lista dos registros das velocidades dos 40 veículos.

- Montar as classes a partir do Menor valor (70), somando com a amplitude de classe (10) até que se chegue na 6ª classe, assim:

i	Velocidade (Km/h)
1	70 +10 80
2...	80 +10 90
...6	120 +10 130

Com isso temos os dados distribuídos da seguinte forma:

Distribuição de frequência com classes

i	Velocidade (Km/h)	f
1	70 — 80	4
2	80 — 90	4
3	90 — 100	8
4	100 — 110	8
5	110 — 120	6
6	120 — 130	10
		$\Sigma f = 40$

Diagrama de anotações:

- Limite inferior:** Indica o valor mínimo de uma classe (ex: 70).
- Limite superior:** Indica o valor máximo de uma classe (ex: 80).
- Classes:** Indica o conjunto de intervalos (ex: 70 — 80).

Tipos de intervalos de classe

Tipo	Representação	Dados do intervalo
Aberto	70 — 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80
Fechado à esquerda	70 — 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80
Fechado	70 — 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80
Fechado à direita	70 — 80	70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80

No Brasil usa-se o intervalo $\vdash$ (Resolução 866/66 do IBGE). Já na literatura estrangeira utiliza-se comumente com intervalo fechado.

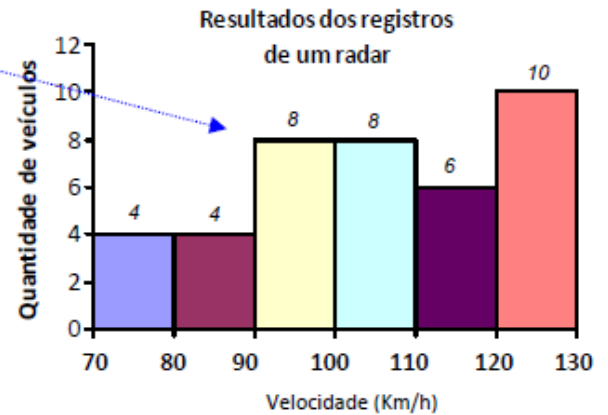
Conceitos importantes

- Limites de classe: São os valores extremos de cada classe. No exemplo $70 \vdash 80$, temos que o limite inferior é 70 e o limite superior 80.
- Amplitude total da distribuição (AT): É a diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe, no exemplo $130 - 70 = 60$.
- Amplitude amostral (AA): É a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra, no exemplo $128 - 70 = 58$.

A seguir estão as distribuições de frequências absoluta f , relativa $fr(\%)$, absoluta acumulada Fa e relativa acumulada $FRa(\%)$, bem como o Histograma desta distribuição.

Distribuição de frequência com classes f , $fr(\%)$, Fa e $FRA(\%)$

i	Velocidade (Km/h)	f	Fr(%)	Fa	FRA(%)
1	70 80	4	10%	4	10%
2	80 90	4	10%	8	20%
3	90 100	8	20%	16	40%
4	100 110	8	20%	24	60%
5	110 120	6	15%	30	75%
6	120 130	10	25%	40	100%
		$\Sigma f = 40$	100%		



Podemos representar os dados através de outras formas gráficas, vejamos:

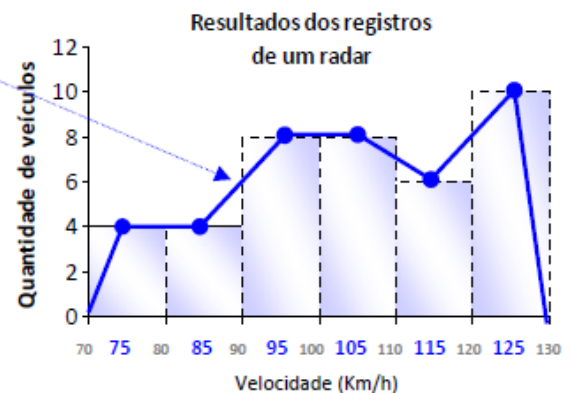
– Polígono de frequência: É um gráfico em linha que representa os pontos centrais dos intervalos de classe. Para construir este gráfico, você deve calcular o ponto central de classe (x_i), que é o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais. Por exemplo, a velocidade dos veículos da 1ª classe pode ser representada por $70 + 80/2 = 75\text{Km/h}$.

A construção de um polígono de frequências é muito simples. Primeiro, construímos um histograma; depois marcamos no “telhado” de cada coluna o ponto central e unimos sequencialmente esses pontos.

i	Velocidade (Km/h)	f	x_i
1	70 80	4	75
2	80 90	4	85
3	90 100	8	95
4	100 110	8	105
5	110 120	6	115
6	120 130	10	125
		$\Sigma f = 40$	

Ponto central
75Km/h

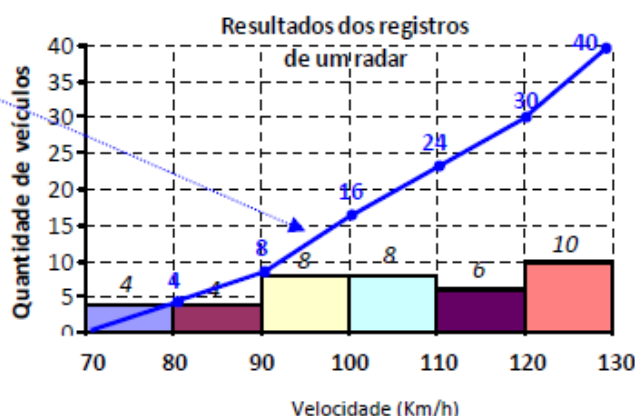
70 | 80



– Ogiva: Conhecida também por polígono de frequência acumulada. É um gráfico em linha que representa as frequências acumuladas (Fa), levantada nos pontos correspondentes aos limites superiores dos intervalos de classe. Para construí-la, você deve elaborar o histograma de frequência f em uma escala menor, considerando o último valor a frequência acumulada da última classe, no caso, 40.

i	Velocidade (Km/h)	f	Fa
1	70 80	4	4
2	80 90	4	8
3	90 100	8	16
4	100 110	8	24
5	110 120	6	30
6	120 130	10	40

$\Sigma f = 40$



TABELAS E GRÁFICOS

Tabelas

A tabela é a forma não discursiva de apresentar informações, das quais o dado numérico se destaca como informação central. Sua finalidade é apresentar os dados de modo ordenado, simples e de fácil interpretação, fornecendo o máximo de informação num mínimo de espaço.

Elementos da tabela

Uma tabela estatística é composta de elementos essenciais e elementos complementares. Os elementos essenciais são:

- Título: é a indicação que precede a tabela contendo a designação do fato observado, o local e a época em que foi estudado.
- Corpo: é o conjunto de linhas e colunas onde estão inseridos os dados.
- Cabeçalho: é a parte superior da tabela que indica o conteúdo das colunas.
- Coluna indicadora: é a parte da tabela que indica o conteúdo das linhas.

Os elementos complementares são:

- Fonte: entidade que fornece os dados ou elabora a tabela.
- Notas: informações de natureza geral, destinadas a esclarecer o conteúdo das tabelas.
- Chamadas: informações específicas destinadas a esclarecer ou conceituar dados numa parte da tabela. Deverão estar indicadas no corpo da tabela, em números arábicos entre parênteses, à esquerda nas casas e à direita na coluna indicadora. Os elementos complementares devem situar-se no rodapé da tabela, na mesma ordem em que foram descritos.

Produção de café Brasil – 2005 a 2009		título
coluna indicadora	Produção (1000 ton.)	cabeçalho
Anos		
2005	2535	casa ou célula
2006	2666	
2007	2122	
2008	3750	
2009	2007	

Fonte: dados fictícios. anexo

Gráficos

Outro modo de apresentar dados estatísticos é sob uma forma ilustrada, comumente chamada de gráfico. Os gráficos constituem-se numa das mais eficientes formas de apresentação de dados.

Um gráfico é, essencialmente, uma figura construída a partir de uma tabela; mas, enquanto a tabela fornece uma ideia mais precisa e possibilita uma inspeção mais rigorosa aos dados, o gráfico é mais indicado para situações que visem proporcionar uma impressão mais rápida e maior facilidade de compreensão do comportamento do fenômeno em estudo.

Os gráficos e as tabelas se prestam, portanto, a objetivos distintos, de modo que a utilização de uma forma de apresentação não exclui a outra.

Para a confecção de um gráfico, algumas regras gerais devem ser observadas:

Os gráficos, geralmente, são construídos num sistema de eixos chamado sistema cartesiano ortogonal. A variável independente é localizada no eixo horizontal (abscissas), enquanto a variável dependente é colocada no eixo vertical (ordenadas). No eixo vertical, o início da escala deverá ser sempre zero, ponto de encontro dos eixos.

– Iguais intervalos para as medidas deverão corresponder a iguais intervalos para as escalas. Exemplo: Se ao intervalo 10-15 kg corresponde 2 cm na escala, ao intervalo 40-45 kg também deverá corresponder 2 cm, enquanto ao intervalo 40-50 kg corresponderá 4 cm.

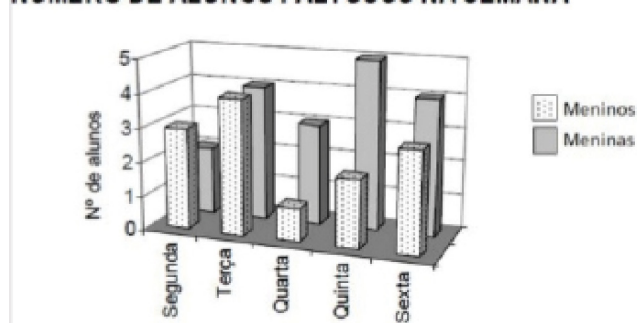
– O gráfico deverá possuir título, fonte, notas e legenda, ou seja, toda a informação necessária à sua compreensão, sem auxílio do texto.

– O gráfico deverá possuir formato aproximadamente quadrado para evitar que problemas de escala interfiram na sua correta interpretação.

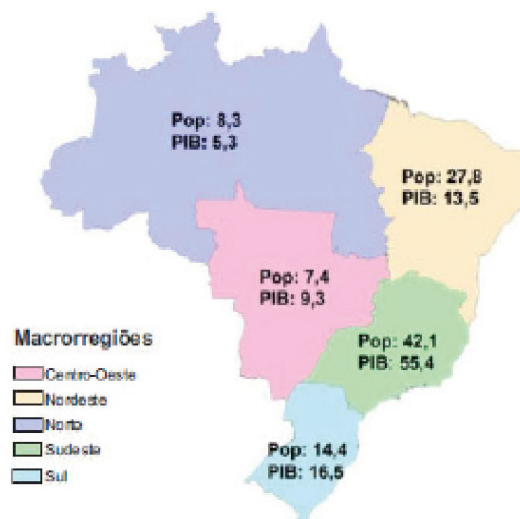
Tipos de Gráficos

• **Estereogramas:** são gráficos onde as grandezas são representadas por volumes. Geralmente são construídos num sistema de eixos bidimensional, mas podem ser construídos num sistema tridimensional para ilustrar a relação entre três variáveis.

NÚMERO DE ALUNOS FALTOSOS NA SEMANA



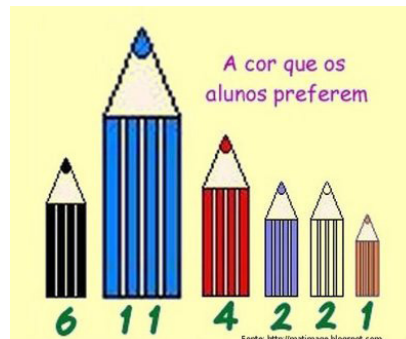
• **Cartogramas:** são representações em cartas geográficas (mapas).



Cartograma – Participação por Região no total da População e do PIB Brasileiro (%) 2010

Elaboração: CGMA/SDR/MI

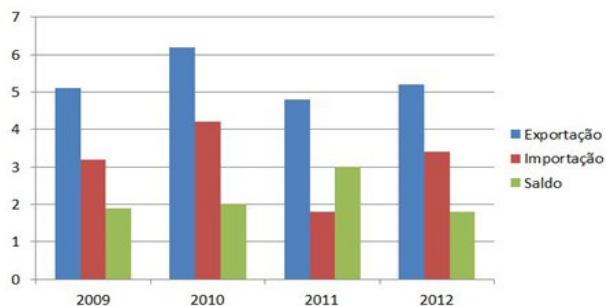
• **Pictogramas ou gráficos pictóricos:** são gráficos puramente ilustrativos, construídos de modo a ter grande apelo visual, dirigidos a um público muito grande e heterogêneo. Não devem ser utilizados em situações que exijam maior precisão.



• **Diagramas:** são gráficos geométricos de duas dimensões, de fácil elaboração e grande utilização. Podem ser ainda subdivididos em: gráficos de colunas, de barras, de linhas ou curvas e de setores.

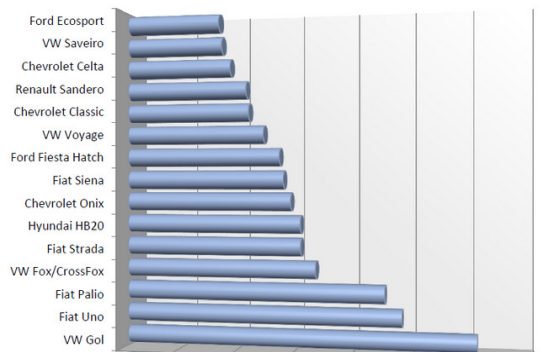
a) **Gráfico de colunas:** neste gráfico as grandezas são comparadas através de retângulos de mesma largura, dispostos verticalmente e com alturas proporcionais às grandezas. A distância entre os retângulos deve ser, no mínimo, igual a $\frac{1}{2}$ e, no máximo, $\frac{2}{3}$ da largura da base dos mesmos.

Balança Comercial



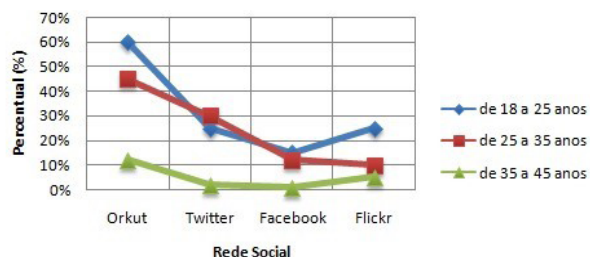
b) Gráfico de barras: segue as mesmas instruções que o gráfico de colunas, tendo a única diferença que os retângulos são dispostos horizontalmente. É usado quando as inscrições dos retângulos forem maiores que a base dos mesmos.

Número de carros emplacados no 1º sem/2013



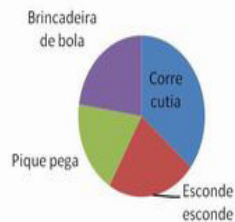
c) Gráfico de linhas ou curvas: neste gráfico os pontos são dispostos no plano de acordo com suas coordenadas, e a seguir são ligados por segmentos de reta. É muito utilizado em séries históricas e em séries mistas quando um dos fatores de variação é o tempo, como instrumento de comparação.

Percentual de usuários de redes sociais de acordo com a faixa etária



d) Gráfico em setores: é recomendado para situações em que se deseja evidenciar o quanto cada informação representa do total. A figura consiste num círculo onde o total (100%) representa 360°, subdividido em tantas partes quanto for necessário à representação. Essa divisão se faz por meio de uma regra de três simples. Com o auxílio de um transferidor efetuasse a marcação dos ângulos correspondentes a cada divisão.

Brincadeiras do 1º ano

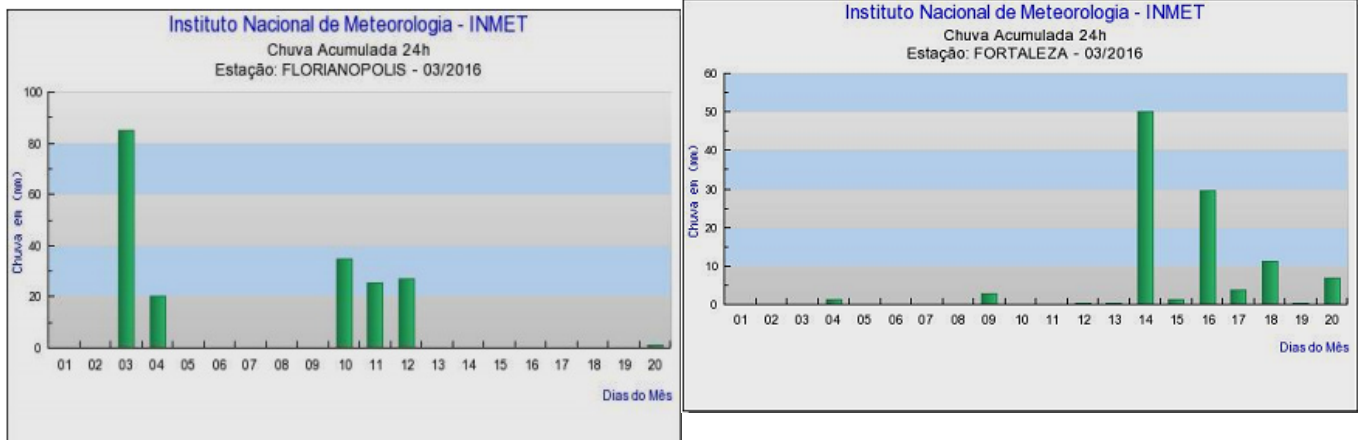


Exemplo:

(PREF. FORTALEZA/CE – PEDAGOGIA – PREF. FORTALEZA)

“Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais” (BRASIL, 1997).

Observe os gráficos e analise as informações.



A partir das informações contidas nos gráficos, é correto afirmar que:

- (A) nos dias 03 e 14 choveu a mesma quantidade em Fortaleza e Florianópolis.
- (B) a quantidade de chuva acumulada no mês de março foi maior em Fortaleza.
- (C) Fortaleza teve mais dias em que choveu do que Florianópolis.
- (D) choveu a mesma quantidade em Fortaleza e Florianópolis.

Resolução:

A única alternativa que contém a informação correta com os gráficos é a C.

Resposta: C

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

— Medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose)

Por meio de medidas ou resumos numéricos podemos levantar importantes informações sobre o conjunto de dados tais como: a tendência central, variabilidade, simetria, valores extremos, valores discrepantes, etc. Aqui serão apresentadas 3 classes de medidas:

- Tendência Central
- Dispersão (Variabilidade)
- Separatrizes

Tendência central

As medidas de tendência central indicam, em geral, um valor central em torno do qual os dados estão distribuídos. Vejamos:

Média Aritmética

Ela se divide em:

- Simples: é a soma de todos os seus elementos, dividida pelo número de elementos n.

Para o cálculo: Se $\bar{x}$ for a média aritmética dos elementos do conjunto numérico $A = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n\}$, então, por definição:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

— Ponderada: é a soma dos produtos de cada elemento multiplicado pelo respectivo peso, dividida pela soma dos pesos. Para o cálculo

$$x = \frac{P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 + \dots + P_n \cdot x_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}$$

Vantagens: – No cálculo da média participam todos os valores observados. – É uma medida de fácil interpretação e presta-se muito bem a tratamentos estatísticos adicionais. – É uma medida que sempre existe e é rígida e unicamente determinada. – É um valor típico de um conjunto de dados, podendo substituir todos os valores de um conjunto sem alterar o total. – É o ponto de equilíbrio de uma distribuição, sendo tão mais eficiente quanto mais simétrica for a distribuição dos valores ao seu redor.	Desvantagem: – É uma medida altamente influenciada por valores discrepantes (não resistente).

Atenção: Sempre que em uma questão vier pedindo média, ela está se referindo a média aritmética simples. A ponderada é sempre mencionada na questão.

Mediana

A mediana observada m_{obs} é o valor central em um conjunto de dados ordenados. Pela mediana o conjunto de dados é dividido em duas partes iguais sendo metade dos valores abaixo da mediana e, a outra metade, acima.

Vamos denominar m_{obs} o valor da mediana observado em um conjunto de dados. Repare que para encontrar um número que divida os n dados ordenados em duas partes iguais devem ser adotados dois procedimentos:

se n é ímpar

$$md_{\text{obs}} = x_{(\frac{n+1}{2})}$$

se n é par

$$md_{\text{obs}} = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}$$

1) Para um conjunto com um número n (ímpar) de observações, a mediana é o valor na posição $n+1/2$.

2) Para um conjunto com um número n (par) de observações a mediana é a média aritmética dos valores nas posições $n/2$ e $n/2 + 1$.

Vantagens: – Define exatamente o centro de uma distribuição, mesmo quando os valores se distribuem assimetricamente em torno da média. – Pode ser determinada mesmo quando não se conhece todos os valores do conjunto de dados. – É uma medida que sempre existe e é única. – Esta medida pode ser utilizada para definir o meio de um número de objetos, propriedades ou qualidades que possam de alguma forma ser ordenados. – É uma medida resistente, ou seja, não sofre influência de valores discrepantes.	Desvantagem: – É uma medida que não se presta a cálculos matemáticos.

Moda

A moda, é o valor que aparece com maior frequência, ou seja, podemos dizer que é o termo que está na “moda”.

Vantagens:	Desvantagens:
– É uma medida que têm existência real dentro do conjunto de dados e em grande número de vezes. – Não exige cálculo, apenas uma contagem. – Pode ser determinada também para variáveis qualitativas nominais.	– É uma medida que não se presta a cálculos matemáticos. – Deixa sem representação todos os valores do conjunto de dados que não forem iguais a ela.

GEOMETRIA ESPACIAL: POLIEDRO: CONCEITOS E PROPRIEDADES. PRISMA: CONCEITOS, PROPRIEDADES, DIAGONAIS, ÁREAS E VOLUMES. PIRÂMIDE, CILINDRO, CONE E ESFERA: CONCEITOS, ÁREAS E VOLUMES

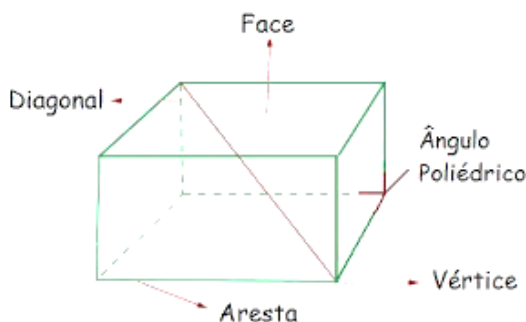
Aqui trataremos tanto das figuras tridimensionais e dos sólidos geométricos. O importante é termos em mente todas as figuras planas, pois a construção espacial se dá através da junção dessas figuras. Vejamos:

Diedros

Sendo dois planos secantes (planos que se cruzam) π e π' , o espaço entre eles é chamado de diedro. A medida de um diedro é feita em graus, dependendo do ângulo formado entre os planos.

Poliedros

São sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais formadas por três elementos básicos: faces, arestas e vértices. Chamamos de poliedro o sólido limitado por quatro ou mais polígonos planos, pertencentes a planos diferentes e que têm dois a dois somente uma aresta em comum. Veja alguns exemplos:



Os polígonos são as faces do poliedro; os lados e os vértices dos polígonos são as arestas e os vértices do poliedro.

Um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos. Ele não possui “reentrâncias”. E caso contrário é dito não convexo.

Relação de Euler

Em todo poliedro convexo sendo V o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces, valem as seguintes relações de Euler:

Poliedro Fechado: $V - A + F = 2$

Poliedro Aberto: $V - A + F = 1$

Para calcular o número de arestas de um poliedro temos que multiplicar o número de faces F pelo número de lados de cada face n e dividir por dois. Quando temos mais de um tipo de face, basta somar os resultados.

$$A = n.F/2$$

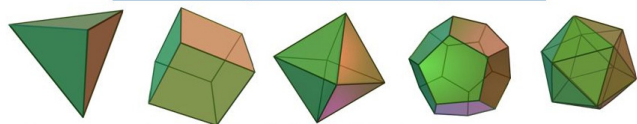
Poliedros de Platão

Eles satisfazem as seguintes condições:

- todas as faces têm o mesmo número n de arestas;

- todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número m de arestas;
- for válida a relação de Euler ($V - A + F = 2$).

POLIEDRO	ARESTAS	VÉRTICES	FACES
TETRAEDRO	6	4	4
HEXAEDRO	12	8	6
OCTAEDRO	12	6	8
DODECAEDRO	30	20	12
ICOSAEDRO	30	12	20



Poliedros Regulares

Um poliedro é dito regular quando:

- suas faces são polígonos regulares congruentes;
- seus ângulos poliédricos são congruentes;

Por essas condições e observações podemos afirmar que todos os poliedros de Platão são ditos Poliedros Regulares.

Exemplo:

(PUC/RS) Um poliedro convexo tem cinco faces triangulares e três pentagonais. O número de arestas e o número de vértices deste poliedro são, respectivamente:

- (A) 30 e 40
- (B) 30 e 24
- (C) 30 e 8
- (D) 15 e 25
- (E) 15 e 9

Resolução:

O poliedro tem 5 faces triangulares e 3 faces pentagonais, logo, tem um total de 8 faces ($F = 8$). Como cada triângulo tem 3 lados e o pentágono 5 lados. Temos:

$$A = \frac{5 \cdot 3 + 3 \cdot 5}{2} = \frac{15 + 15}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$V - A + F = 2$$

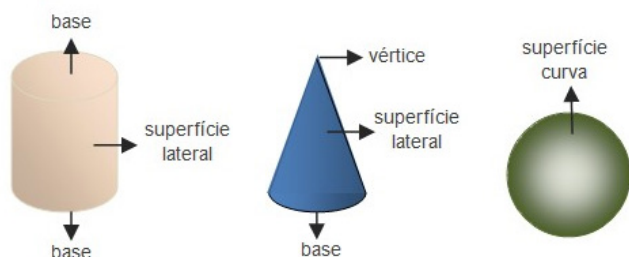
$$V - 15 + 8 = 2$$

$$V = 2 + 15 - 8$$

$$V = 9$$

Resposta: E

Não Poliedros



Os sólidos acima são. São considerados não planos pois possuem suas superfícies curvas.

Cilindro: tem duas bases geometricamente iguais definidas por curvas fechadas em superfície lateral curva.

Cone: tem uma só base definida por uma linha curva fechada e uma superfície lateral curva.

Esfera: é formada por uma única superfície curva.

Planificações de alguns Sólidos Geométricos

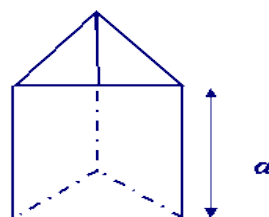
Sólido	Planificação	Sólido	Planificação
Pirâmide Hexagonal		Prisma Pentagonal	
Pirâmide Triangular		Prisma Hexagonal	
Pirâmide Pentagonal		Prisma Triangular	
Pirâmide Quadrangular			

Fonte: <https://1.bp.blogspot.com/-WWDbQ-Gh5zU/Wb7iCjR42BI/AAAAAAAAIRO/kfRXiciYLu4Iqf7ueIYKI39DU-9Zw24lgCLcBGAs/s1600/revi%25C3%25A3o%2Bfiguras%2Bgeom%25C3%25A9tricas-page-001.jpg>

Sólidos geométricos

O cálculo do volume de figuras geométricas, podemos pedir que visualizem a seguinte figura:

Prisma



- a) A figura representa a planificação de um prisma reto;
b) O volume de um prisma reto é igual ao produto da área da base pela altura do sólido, isto é:

$$V = Ab \cdot a$$

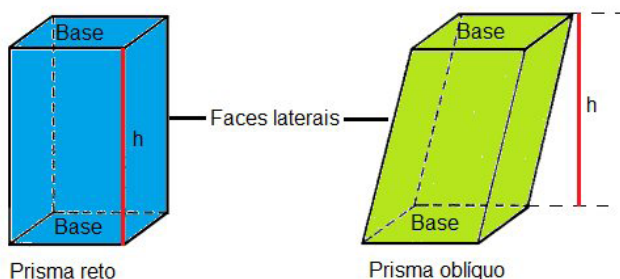
Onde a é igual a h (altura do sólido)

- c) O cubo e o paralelepípedo retângulo são prismas;

- d) O volume do cilindro também se pode calcular da mesma forma que o volume de um prisma reto.

Área e Volume dos sólidos geométricos

PRISMA: é um sólido geométrico que possui duas bases iguais e paralelas.



Área Lateral: soma das áreas das faces retangulares

Área Total: soma das áreas das bases com a área lateral

Volume: Área da base x Altura

Exemplo:

(PREF. JUCÁS/CE – PROFESSOR DE MATEMÁTICA – INSTITUTO NEO EXITUS) O número de faces de um prisma, em que a base é um polígono de n lados é:

- (A) $n + 1$.
(B) $n + 2$.
(C) n .
(D) $n - 1$.
(E) $2n + 1$.

Resolução:

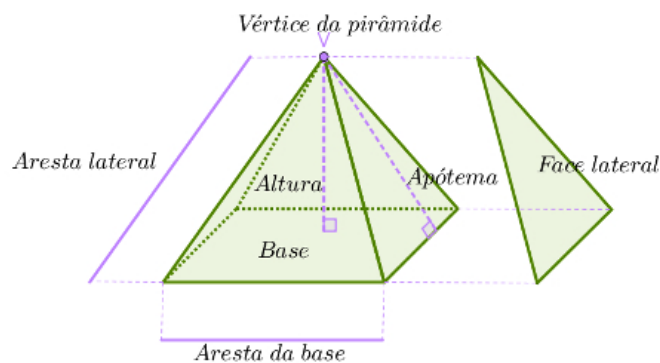
Se a base tem n lados, significa que de cada lado sairá uma face.

Assim, teremos n faces, mais a base inferior, e mais a base superior.

Portanto, $n + 2$

Resposta: B

PIRÂMIDE: é um sólido geométrico que tem uma base e um vértice superior.



Área Lateral: soma das áreas dos triângulos das faces

Área total: soma da área da base com a área lateral

Volume: $\frac{\text{área da base} \times \text{altura}}{3}$

Exemplo:

Uma pirâmide triangular regular tem aresta da base igual a 8 cm e altura 15 cm. O volume dessa pirâmide, em cm^3 , é igual a:

- (A) 60
(B) 60
(C) 80
(D) 80
(E) 90

Resolução:

Do enunciado a base é um triângulo equilátero. E a fórmula da área do triângulo equilátero é . A aresta da base é $a = 8$ cm e $h = 15$ cm.

Cálculo da área da base:

$$A_b = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{64 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = 16 \sqrt{3}$$

Cálculo do volume:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

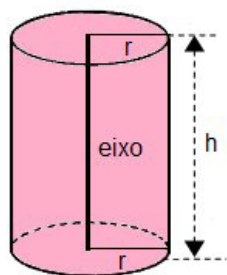
$$V = \frac{1}{3} \cdot 16\sqrt{3} \cdot 15$$

$$V = 16\sqrt{3} \cdot 5$$

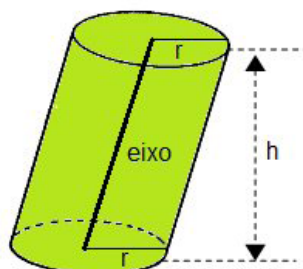
$$V = 80\sqrt{3}$$

Resposta: D

CILINDRO: é um sólido geométrico que tem duas bases iguais, paralelas e circulares.



Cilindro reto



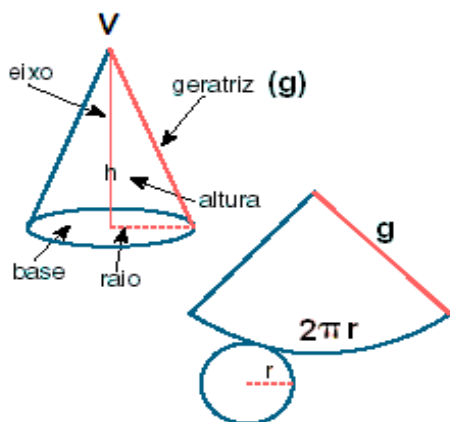
Cilindro oblíquo

$$\text{Área das bases: } \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área lateral: } 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Volume: } V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

CONE: é um sólido geométrico que tem uma base circular e vértice superior.



$$\text{Área lateral: } \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Área da base: } \pi \cdot r^2$$

$$\text{Volume: } \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Exemplo:

Um cone equilátero tem raio igual a 8 cm. A altura desse cone, em cm, é:

(A) $6\sqrt{3}$

(B) $6\sqrt{2}$

(C) $8\sqrt{2}$

(D) $8\sqrt{3}$

(E) 8

Resolução:

Em um cone equilátero temos que $g = 2r$. Do enunciado o raio é 8 cm, então a geratriz é $g = 2 \cdot 8 = 16$ cm.

$$g^2 = h^2 + r^2$$

$$16^2 = h^2 + 8^2$$

$$256 = h^2 + 64$$

$$256 - 64 = h^2$$

$$h^2 = 192$$

$$h = \sqrt{192}$$

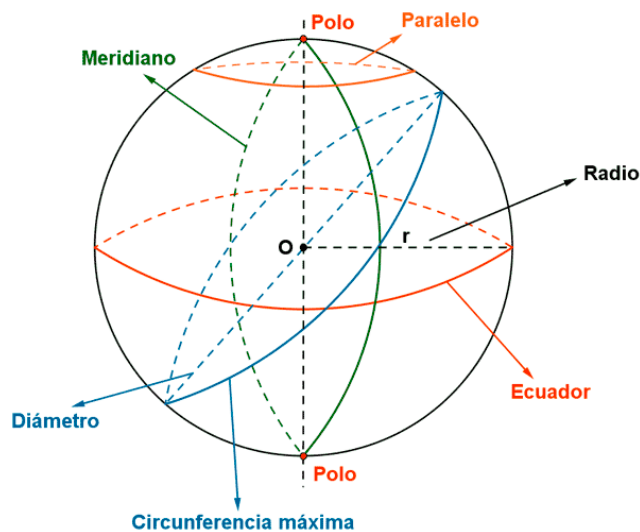
$$h = \sqrt{2^6 \cdot 3}$$

$$h = 2^3 \sqrt{3}$$

$$h = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

Resposta: D

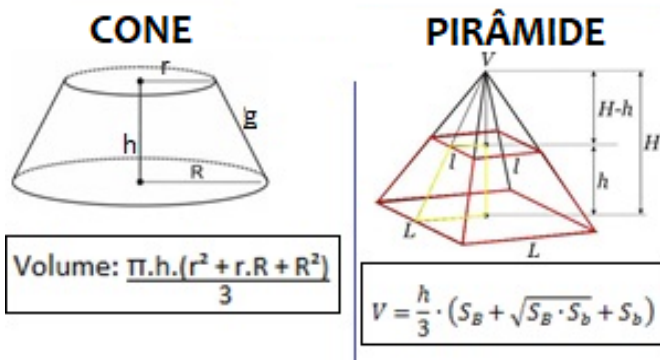
ESFERA: superfície curva, possui formato de uma bola.



$$\text{Área superficial: } 4\pi r^2$$

$$\text{Volume: } \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

TRONCOS: são cortes feitos nas superfícies de alguns dos sólidos geométricos. São eles:



Exemplo:

(ESCOLA DE SARGENTO DAS ARMAS – COMBATENTE/LOGÍSTICA – TÉCNICA/AVIAÇÃO – EXÉRCITO BRASILEIRO) O volume de um tronco de pirâmide de 4 dm de altura e cujas áreas das bases são iguais a 36 dm² e 144 dm² vale:

- (A) 330 cm³
- (B) 720 dm³
- (C) 330 m³
- (D) 360 dm³
- (E) 336 dm³

Resolução:

$$V = \frac{h_t}{3} (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$$

$$A_b = 144 \text{ dm}^2$$

$$A_B = 36 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} (144 + \sqrt{144 \cdot 36} + 36) = \frac{4}{3} (144 + 72 + 36) = \frac{4}{3} 252 = 336 \text{ dm}^3$$

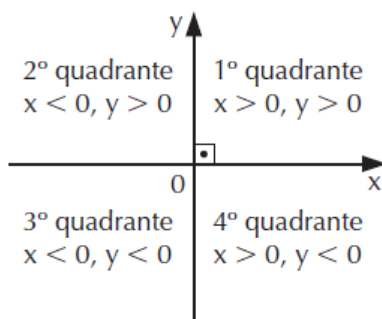
Resposta: E

GEOMETRIA ANALÍTICA: ESTUDO ANALÍTICO: DO PONTO (PONTO MÉDIO, CÁLCULO DO BARICENTRO, DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS, ÁREA DO TRIÂNGULO, CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS); DA RETA (EQUAÇÃO GERAL, EQUAÇÃO REDUZIDA, EQUAÇÃO SEGMENTÁRIA, POSIÇÃO ENTRE DUAS RETAS, PARALELISMO E PERPENDICULARISMO DE RETAS, ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS, DISTÂNCIA DE UM PONTO A UMA RETA); E DA CIRCUNFERÊNCIA (EQUAÇÕES, POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE PONTO E CIRCUNFERÊNCIA, ENTRE RETA E CIRCUNFERÊNCIA, E ENTRE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS)

Um dos objetivos da Geometria Analítica é determinar a reta que representa uma certa equação ou obter a equação de uma reta dada, estabelecendo uma relação entre a geometria e a álgebra.

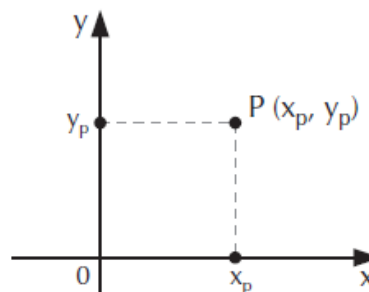
Sistema cartesiano ortogonal (PONTO)

Para representar graficamente um par ordenado de números reais, fixamos um referencial cartesiano ortogonal no plano. A reta x é o eixo das abscissas e a reta y é o eixo das ordenadas. Como se pode verificar na imagem é o Sistema cartesiano e suas propriedades.



Para determinarmos as coordenadas de um ponto P , traçamos linhas perpendiculares aos eixos x e y .

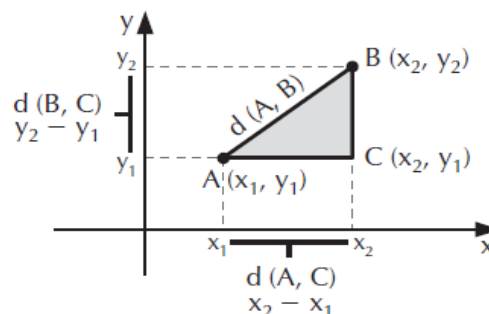
- x_p é a abscissa do ponto P ;
- y_p é a ordenada do ponto P ;
- x_p e y_p constituem as coordenadas do ponto P .



Mediante a esse conhecimento podemos destacar as formulas que serão uteis ao cálculo.

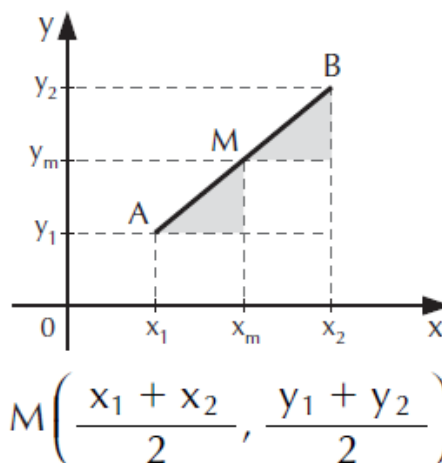
Distância entre dois pontos de um plano

Por meio das coordenadas de dois pontos A e B , podemos localizar esses pontos em um sistema cartesiano ortogonal e, com isso, determinar a distância $d(A, B)$ entre eles. O triângulo formado é retângulo, então aplicamos o Teorema de Pitágoras.



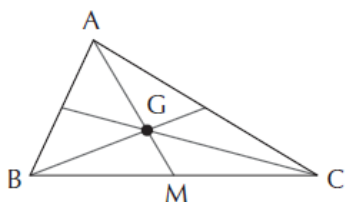
$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ponto médio de um segmento



Baricentro

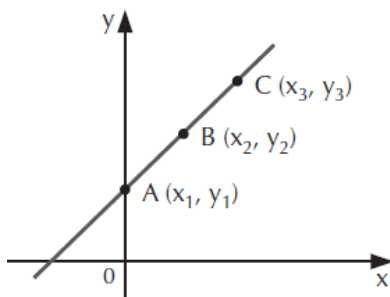
O baricentro (G) de um triângulo é o ponto de intersecção das medianas do triângulo. O baricentro divide as medianas na razão de 2:1.



$$G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

Condição de alinhamento de três pontos

Consideremos três pontos de uma mesma reta (colineares), $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$.



Estes pontos estarão alinhados se, e somente se:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

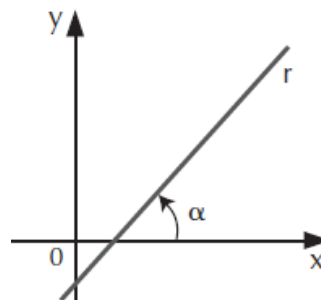
Por outro lado, se $D \neq 0$, então os pontos A, B e C serão vértices de um triângulo cuja área é:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} |D|$$

onde o valor do determinante é sempre dado em módulo, pois a área não pode ser um número negativo.

Inclinação de uma reta e Coeficiente angular de uma reta (ou declividade)

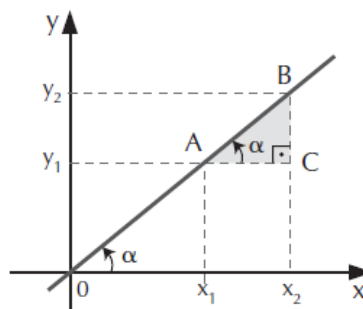
À medida do ângulo α , onde α é o menor ângulo que uma reta forma com o eixo x, tomado no sentido anti-horário, chamamos de inclinação da reta r do plano cartesiano.



Já a declividade é dada por: $m = \operatorname{tg} \alpha$

Cálculo do coeficiente angular

Se a inclinação α nos for desconhecida, podemos calcular o coeficiente angular m por meio das coordenadas de dois pontos da reta, como podemos verificar na imagem.



$$\operatorname{tg} \alpha = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ com } x_1 \neq x_2$$

Reta

Equação da reta

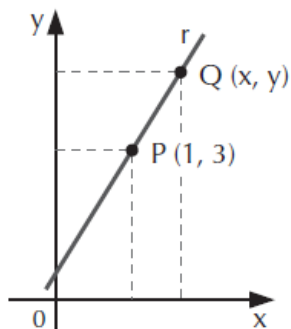
A equação da reta é determinada pela relação entre as abscissas e as ordenadas. Todos os pontos desta reta obedecem a uma mesma lei. Temos duas maneiras de determinar esta equação:

1) Um ponto e o coeficiente angular

Exemplo:

Consideremos um ponto $P(1, 3)$ e o coeficiente angular $m = 2$.

Dados $P(x_1, y_1)$ e $Q(x, y)$, com $P \in r$, $Q \in r$ e m a declividade da reta r, a equação da reta r será:



$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

2) Dois pontos: $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$

Consideremos os pontos $A(1, 4)$ e $B(2, 1)$. Com essas informações, podemos determinar o coeficiente angular da reta:

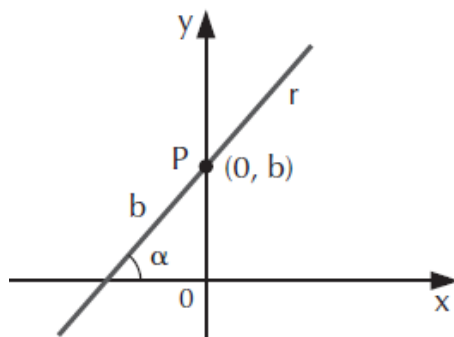
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{2 - 1} = -\frac{3}{1} = -3$$

Com o coeficiente angular, podemos utilizar qualquer um dos dois pontos para determinarmos a equação da reta. Temos $A(1, 4)$, $m = -3$ e $Q(x, y)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = -3(x - 1) \Rightarrow y - 4 = -3x + 3 \Rightarrow 3x + y - 4 - 3 = 0 \Rightarrow 3x + y - 7 = 0$$

Equação reduzida da reta

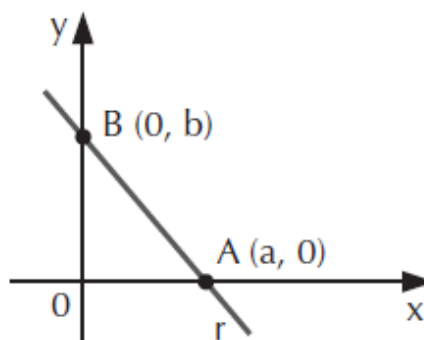
A equação reduzida é obtida quando isolamos y na equação da reta $y - b = mx$



$$y = mx + b$$

– Equação segmentária da reta

É a equação da reta determinada pelos pontos da reta que interceptam os eixos x e y nos pontos $A(a, 0)$ e $B(0, b)$.



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Equação geral da reta

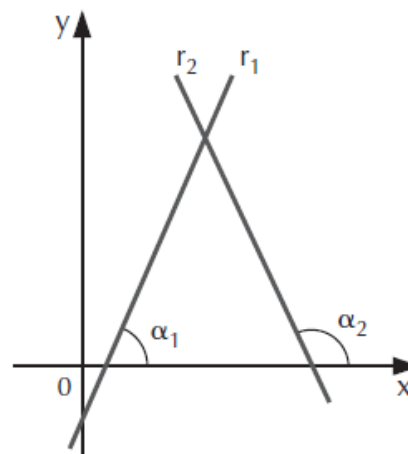
Toda equação de uma reta pode ser escrita na forma:
 $ax + by + c = 0$

onde a , b e c são números reais constantes com a e b não simultaneamente nulos.

Posições relativas de duas retas

Em relação a sua posição elas podem ser:

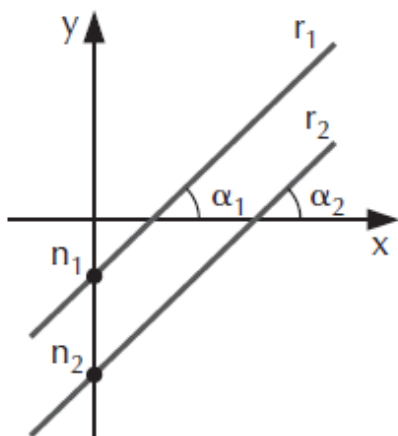
A) Retas concorrentes: Se r_1 e r_2 são concorrentes, então seus ângulos formados com o eixo x são diferentes e, como consequência, seus coeficientes angulares são diferentes.



$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \Rightarrow \text{tg } \alpha_1 \neq \text{tg } \alpha_2$$

$$m_1 \neq m_2$$

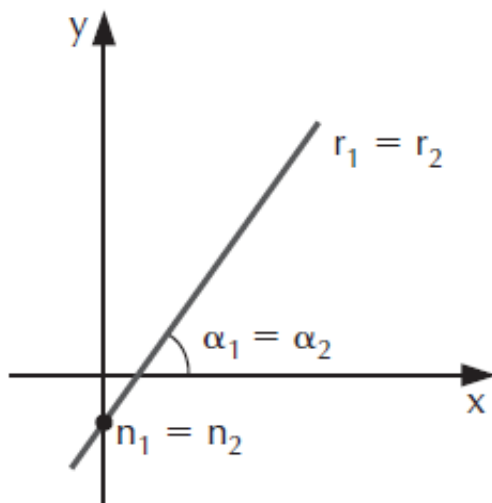
B) Retas paralelas: Se r_1 e r_2 são paralelas, seus ângulos com o eixo x são iguais e, em consequência, seus coeficientes angulares são iguais ($m_1 = m_2$). Entretanto, para que sejam paralelas, é necessário que seus coeficientes lineares n_1 e n_2 sejam diferentes



$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 \neq \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$m_1 = m_2 \text{ e } n_1 \neq n_2$$

C) Retas coincidentes: Se r_1 e r_2 são coincidentes, as retas cortam o eixo y no mesmo ponto; portanto, além de terem seus coeficientes angulares iguais, seus coeficientes lineares também serão iguais.



$$m_1 = m_2 \text{ e } n_1 = n_2$$

Intersecção de retas

Duas retas concorrentes, apresentam um ponto de intersecção $P(a, b)$, em que as coordenadas (a, b) devem satisfazer as equações de ambas as retas. Para determinarmos as coordenadas de P , basta resolvermos o sistema constituído pelas equações dessas retas.

Condição de perpendicularismo

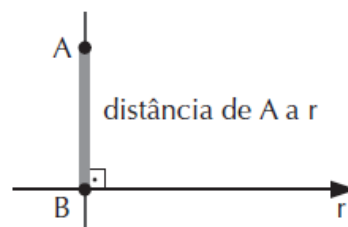
Se duas retas, r_1 e r_2 , são perpendiculares entre si, a seguinte relação deverá ser verdadeira.

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

onde m_1 e m_2 são os coeficientes angulares das retas r_1 e r_2 , respectivamente.

Distância entre um ponto e uma reta

A distância de um ponto a uma reta é a medida do segmento perpendicular que liga o ponto à reta. Utilizamos a fórmula a seguir para obtermos esta distância.



$$d(P, r) = \frac{|a \cdot x_p + b \cdot y_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

onde $d(P, r)$ é a distância entre o ponto $P(x_p, y_p)$ e a reta r .

Exemplo:

(UEPA) O comandante de um barco resolveu acompanhar a procissão fluvial do Círio-2002, fazendo o percurso em linha reta. Para tanto, fez uso do sistema de eixos cartesianos para melhor orientação. O barco seguiu a direção que forma 45° com o sentido positivo do eixo x , passando pelo ponto de coordenadas $(3, 5)$. Este trajeto ficou bem definido através da equação:

- (A) $y = 2x - 1$
- (B) $y = -3x + 14$
- (C) $y = x + 2$
- (D) $y = -x + 8$
- (E) $y = 3x - 4$

Resolução:

$x_0 = 3$, $y_0 = 5$ e $e = 1$. As alternativas estão na forma de equação reduzida, então:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 5 = 1 \cdot (x - 3)$$

$$y - 5 = x - 3$$

$$y = x - 3 + 5$$

$$y = x + 2$$

Resposta: C

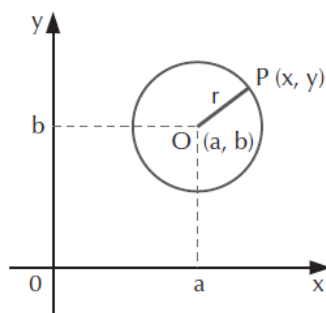
Circunferência

É o conjunto dos pontos do plano equidistantes de um ponto fixo O, denominado centro da circunferência.

A medida da distância de qualquer ponto da circunferência ao centro O é sempre constante e é denominada raio.

Equação reduzida da circunferência

Dados um ponto P(x, y) qualquer, pertencente a uma circunferência de centro O(a, b) e raio r, sabemos que: $d(O, P) = r$.



$$\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r$$

Elevando ambos os membros ao quadrado temos:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Equação Geral da circunferência

A equação geral de uma circunferência é obtida através do desenvolvimento da equação reduzida.

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Exemplo:

(VUNESP) A equação da circunferência, com centro no ponto C(2, 1) e que passa pelo ponto P(0, 3), é:

(A) $x^2 + (y - 3)^2 = 0$

(B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

(C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$

(D) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$

(E) $x^2 + (y - 3)^2 = 8$

Resolução:

Temos que C(2, 1), então $a = 2$ e $b = 1$. O raio não foi dado no enunciado.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ (como a circunferência passa pelo ponto P, basta substituir o x por 0 e o y por 3 para achar o raio.

$$(0 - 2)^2 + (3 - 1)^2 = r^2$$

$$(-2)^2 + 2^2 = r^2$$

$$4 + 4 = r^2$$

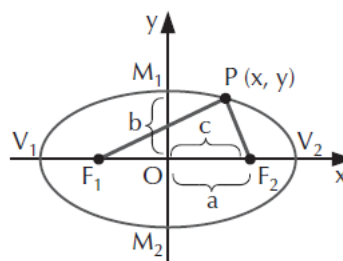
$$r^2 = 8$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$$

Resposta: C

Elipse

É o conjunto dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos do plano é constante. Onde F_1 e F_2 são focos:



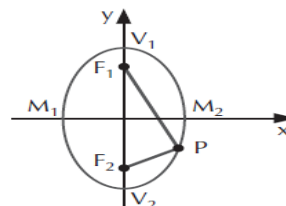
$\overline{F_1F_2} = 2c$ é a distância focal;

V_1 e V_2 são vértices;

$\overline{V_1V_2} = 2a$ é o eixo maior;

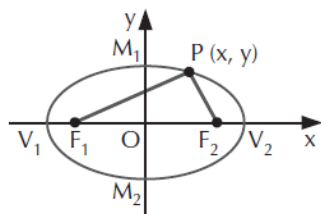
$\overline{M_1M_2} = 2b$ é o eixo menor da elipse;

Mesmo que mudemos o eixo maior da elipse do eixo x para o eixo y, a relação de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$) continua sendo válida.



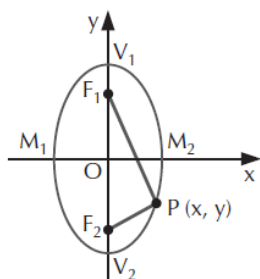
Equações da elipse

a) Centrada na origem e com o eixo maior na horizontal.



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

b) Centrada na origem e com o eixo maior na vertical.



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

ÁLGEBRA III: NÚMEROS COMPLEXOS: CONCEITOS; CONJUGADO; IGUALDADE; OPERAÇÕES; POTÊNCIAS DE I; REPRESENTAÇÃO NO PLANO DE ARGAND-GAUSS; MÓDULO; ARGUMENTO; FORMA TRIGONOMÉTRICA E OPERAÇÕES NA FORMA TRIGONOMÉTRICA. POLINÔMIOS: CONCEITO; GRAU; VALOR NUMÉRICO; POLINÔMIO NULO; IDENTIDADE E OPERAÇÕES. EQUAÇÕES POLINOMIAIS: CONCEITOS; TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA; TEOREMA DA DECOMPOSIÇÃO; MULTIPLICIDADE DE UMA RAIZ; RAÍZES COMPLEXAS E RELAÇÕES DE GIRARD

Dada uma equação:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-1}$$

Para que equações como essa tivessem solução, os matemáticos ampliaram o campo dos números, criando um novo número, não-real, chamado de unidade imaginária (i).

Onde $i = \sqrt{-1}$

E esse número, elevado ao quadrado: $i^2 = -1$

Assim, todas as raízes quadradas de números negativos podem ser escritas a partir de i:

$$\sqrt{-1} = i$$

$$\sqrt{-2} = \sqrt{2 \cdot (-1)} = \pm \sqrt{2} i$$

$$\sqrt{-3} = \sqrt{3 \cdot (-1)} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \pm \sqrt{3} i$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = \pm 2i$$

Conjunto dos números complexos

Com a criação da unidade imaginária (i), surgiram novos números, formando um novo conjunto numérico. A este conjunto chamamos conjunto dos números complexos, denotado por C. Os números complexos apresentam a forma genérica $z = a + bi$, onde a e b são números reais. Assim, podemos definir o conjunto C como:

$$\mathbb{C} = \{z \mid z = a + bi, a \in \mathbb{R} \text{ e } b \in \mathbb{R}\},$$

onde z é o número complexo.

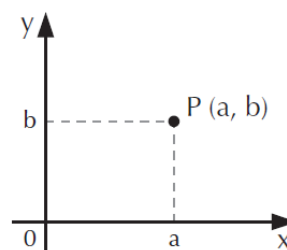
O número complexo

Sendo $z = a + bi$ um número complexo, temos:

$$M = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 11 & 10 & 13 & 17 & 19 \\ 15 & 18 & 12 & 11 & 12 & 10 & 11 \\ 10 & 10 & 19 & 10 & 18 & 25 & 16 \end{pmatrix}$$

Representação gráfica

Podemos associar qualquer número complexo $z = a + bi$ a um ponto no plano de Argand-Gauss. No eixo das abscissas (eixo real,) representa-se a parte real, e, no eixo das ordenadas (eixo imaginário), a parte imaginária do número complexo. O ponto P é o afixo ou imagem geométrica de z.



Temos então:

- o eixo x é o eixo real;
- o eixo y é o eixo imaginário;
- xOy é o plano de Argand-Gauss;
- P é a imagem de z, também chamado de afixo de z.

As potências de i

Se realizarmos cálculos sucessivos, poderemos observar que as potências de i vão-se repetindo de quatro em quatro unidades, na seguinte sequência: 1, i, -1, -i.

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot -1 = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = -i \dots\dots$$

Observamos que no desenvolvimento de i^n (n pertencente a $\mathbb{N}$, com n variando, os valores repetem-se de 4 em 4 unidades. Desta forma, para calcularmos i^n basta calcularmos i^r onde r é o resto da divisão de n por 4.

Exemplo:

(CPTM – ALMOXARIFE – MAKIYAMA) O valor do módulo do número complexo $(i^{62} + i^{123})$ é:

- (A) Um número natural.
- (B) Um número irracional maior que 5.
- (C) Um número racional menor que 2.
- (D) Um número irracional maior que 3.
- (E) Um número irracional menor que 2.

Resolução:

$$62/4=15 \text{ e resto } 2 \text{ então } i^{62}=i^2=-1$$

$$123/4=30 \text{ e resto } 3 \text{ então } i^{123}=i^3=-i, \text{ como } i = \sqrt{-1}$$

$$i^{62} + i^{123} = -1 - \sqrt{-1}$$

Resposta: E

Igualdade de números complexos

Uma diferença importante entre números complexos e números reais é que os números complexos não são comparáveis, isto é, não é definida, para o campo dos números complexos, a relação de ordem. Assim, não existe um complexo maior ou menor do que outro.

Mas podemos compará-los desde que siga a seguinte condição:

$$\begin{array}{ccc} z = a + bi & & w = c + di \\ \hline z = w \\ \hline a = c \quad e \quad b = d \end{array}$$

Ou seja, suas partes reais e imaginárias são iguais.

Exemplo:

(UCMG) O complexo z , tal que $5z + z^* = 12 + 16i$, é igual a:

- (A) $-2 + 2i$
- (B) $2 - 3i$
- (C) $1 + 2i$
- (D) $2 + 4i$
- (E) $3 + i$

Resolução:

A fórmula do número complexo é $z = a + bi$

Logo temos:

$$5(a + bi) + (a - bi) = 12 + 16i$$

$$5a + 5bi + a - bi = 12 + 16i$$

$6a + 4bi = 12 + 16i$, para um número complexo ser igual ao outro, vamos igualar a parte real com a imaginária:

$$6a = 12$$

$$a = 2; 4bi = 16i$$

$$b = 4$$

Montando o complexo: $z = a + bi$

$$z = 2 + 4i$$

Resposta: D

Conjugado de um número complexo

Definimos como complexo conjugado de $z = a + bi$ o número complexo $\bar{z} = a - bi$. Assim:

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$$

ATENÇÃO: É interessante observar que, multiplicando-se um número complexo pelo seu conjugado, teremos partes reais iguais, mas partes imaginárias simétricas. Logo z , um número real e recebe a denominação de norma de z .

$$N(z) = z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

Exemplo:

(PREF. CHUPINGUAIA/RO - PROFESSOR – MATEMÁTICA – MSCONCURSOS) O conjugado do número complexo $\frac{3+2i}{7-i}$ é:

$$(A) \frac{19}{50} - \frac{17i}{50}$$

$$(B) \frac{7}{48} - \frac{i}{48}$$

$$(C) \frac{21}{50} - \frac{17i}{50}$$

$$(D) \frac{3+2i}{7+i}$$

Resolução:

O conjugado de um n° complexo $z = x + yi$ é $\bar{z} = x - yi$ (troca-se o sinal somente da parte imaginária. Neste exercício, primeiro precisamos efetuar a divisão multiplicando o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador. (lembrando sempre que $i^2 = -1$)

- o conjugado de $7 - i$ é $7 + i$

$$\begin{aligned}
 \frac{3+2i}{7-i} \cdot \frac{(7+i)}{(7+i)} &= \\
 &= \frac{21+3i+14i+2i^2}{7^2-i^2} = \\
 &= \frac{21+17i-2}{49+1} = \\
 &= \frac{19+17i}{50} = \frac{19}{50} + \frac{17i}{50} \rightarrow \text{o conjugado é } \frac{19}{50} - \frac{17i}{50}
 \end{aligned}$$

Resposta: A

Operações com números complexos

As operações com números complexos são feitas de forma análoga aos números reais ou com expressões do tipo $a + bx$.

- Adição: para somarmos dois ou mais números complexos, basta somarmos suas partes reais e imaginárias separadamente.

$$z = a + bi \text{ e } w = c + di \Rightarrow z + w = (a + c) + (b + d)i$$

Exemplo:

(PETROBRAS - TÉCNICO DE ADMINISTRAÇÃO E CONTROLE JÚNIOR – CESGRANRIO) Sendo i a unidade imaginária e escrevendo o complexo $z = ((3+i)^2)/(1+i)$ na forma $z = a + bi$ tem-se que $a + b$ é igual a

- (A) -1.
- (B) 1.
- (C) 2.
- (D) 6.
- (E) 8.

Resolução:

Nos números complexos temos que $i^2 = -1$. E o conjugado do complexo $z = a + bi$ é o complexo $\bar{z} = a - bi$, pois na divisão de complexos temos que multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador. Então:

$$z = \frac{(3+i)^2}{1+i}, \text{ primeiro resolvemos a potência.}$$

$$z = \frac{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot i + i^2}{1+i} = \frac{9+6i-1}{1+i} = \frac{8+6i}{1+i}, \text{ agora multiplicamos por } 1-i.$$

$$z = \frac{8+6i}{1+i} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)}$$

$$z = \frac{8-8i+6i-6i^2}{1^2-i^2} = \frac{8-2i-6(-1)}{1-(-1)}$$

$$z = \frac{8-2i+6}{1+1} = \frac{14-2i}{2} = \frac{14}{2} - \frac{2i}{2}$$

$$z = 7 - i$$

$$a = 7 \text{ e } b = -1$$

$$a + b = 7 - 1 = 6$$

Resposta: D

- Subtração: o processo de subtração de números complexos é análogo à soma; portanto:

$$z = a + bi \text{ e } w = c + di \Rightarrow z - w = (a - c) + (b - d)i$$

- Multiplicação: usaremos a regra da multiplicação de binômios para multiplicar dois números complexos, lembrando que $i^2 = -1$. Sendo $z = a + bi$ e $w = c + di$ dois números complexos, temos que:

$$z \cdot w = (a + bi) \cdot (c + di) = ac + adi + bci + bd - 1$$

$$z \cdot w = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

- Divisão: dois números complexos z por w , com $w \neq 0$, é obtida utilizando-se a representação fracionária e, em seguida, racionalizando essa fração, utilizando o conceito de conjugado de w .

$$\frac{z}{w} = \frac{z \cdot \overline{w}}{w \cdot \overline{w}}$$

Exemplo:

(UFPA) A divisão $\frac{1+2i}{1-i}$ dá como resultado

(A) $\frac{-1}{2} - \frac{3}{2}i$

(B) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

(C) $\frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$

(D) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

Resolução:

Temos $a = 1$; $b = 2$; $c = 1$; $d = -1$

Através da fórmula já vista vamos efetuar a divisão:

$$\left(\frac{ac + db}{c^2 + d^2}\right) + \left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right)i \rightarrow \left(\frac{1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2}{1^2 + (-1)^2}\right) + \left(\frac{2 \cdot 1 - (1 \cdot (-1))}{1^2 + (-1)^2}\right)i \rightarrow$$

$$\frac{1 - 2}{2} + \frac{2 + 1}{2}i \rightarrow \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$$

Resposta: C

Equações de grau 1 e 2 em C

Resolvemos as equações em C de maneira análoga a em R.

Exemplos:

(PROFESSOR/PREF ITABORAÍ) O inverso do número complexo $\frac{1+\sqrt{5}i}{2}$ é:

(A) $\frac{1 + \sqrt{5}i}{2}$

(B) $\frac{1 - \sqrt{5}i}{2}$

(C) $1 - \sqrt{5}i$

(D) $\frac{1 + \sqrt{5}i}{3}$

(E) $\frac{1 - \sqrt{5}i}{3}$

Resolução:

O inverso de z é $1/z$:

$$\frac{2}{1 + \sqrt{5}i} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}i} \cdot \frac{1 - \sqrt{5}i}{1 - \sqrt{5}i} = \frac{2 - 2\sqrt{5}i}{1^2 - (\sqrt{5}i)^2} = \frac{2 - 2\sqrt{5}i}{1 - 5i^2} = \frac{2 - 2\sqrt{5}i}{6} = \frac{1 - \sqrt{5}i}{3}$$

Resposta: E

(TRANSPETRO - TÉCNICO DE CONTABILIDADE – CESGRANRIO) As raízes da equação $2x^2 - 4x + 15 = 0$ são números complexos que, representados no Plano de Argand-Gauss, localizam-se nos quadrantes

(A) 1º e 2º.

(B) 1º e 3º.

(C) 1º e 4º.

(D) 2º e 3º.

(E) 2º e 4º.

Resolução:

Temos que lembrar que na definição de número complexos

$$i^2 = -1 \rightarrow i = \sqrt{-1}$$

$$2x^2 - 4x + 15 = 0, \text{ onde } a = 2, b = -4 \text{ e } c = 15$$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4.2.15$$

$$\Delta = 16 - 120$$

$$\Delta = -104$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-104}}{2.2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{104}i}{4}, \text{ então:}$$

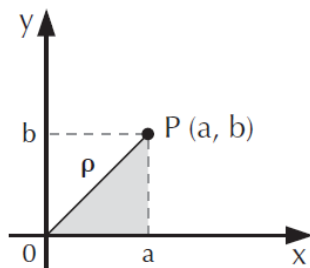
$$x' = \frac{4 + \sqrt{104}i}{4} = \frac{4}{4} + \frac{\sqrt{104}i}{4} = 1 + \frac{\sqrt{104}i}{4} \rightarrow \text{parte real positiva e parte imaginária positiva} \rightarrow 1^\circ \text{ quadrante.}$$

$$x'' = \frac{4 - \sqrt{104}i}{4} = \frac{4}{4} - \frac{\sqrt{104}i}{4} = 1 - \frac{\sqrt{104}i}{4} \rightarrow \text{parte real positiva e parte imaginária negativa} \rightarrow 4^\circ \text{ quadrante.}$$

Resposta: C

Módulo de um número complexo

Consideremos o complexo $z = a + bi$, representado pelo ponto $P(a, b)$, indicado no gráfico:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado, temos:

$$\rho^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Portanto, podemos concluir que o módulo de z é a distância ρ de P à origem dos eixos. O módulo de z é indicado por $|z|$, $|a + bi|$ ou ρ .

$$|z| = |a + bi| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Exemplo:

(CPTM – ALMOXARIFE – MAKIYAMA) O valor do módulo do número complexo $(i^{62} + i^{123})$ é:

- (A) Um número natural.
- (B) Um número irracional maior que 5.
- (C) Um número racional menor que 2.
- (D) Um número irracional maior que 3.
- (E) Um número irracional menor que 2.

Resolução:

$$62/4=15 \text{ e resto } 2 \text{ então } i^{62}=i^2=-1$$

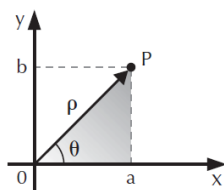
$$123/4=30 \text{ e resto } 3 \text{ então } i^{123}=i^3=-i, \text{ como } i = \sqrt{-1}$$

$$i^{62} + i^{123} = -1 - \sqrt{-1}$$

Resposta: E

Argumento de um número complexo

Dado um número complexo $z = a + bi$, com $z \neq 0$ e sendo P o afixo de z , denomina-se argumento do complexo z o ângulo θ ($0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$), formado por OP com o eixo real x , medido no sentido anti-horário, como podemos observar no gráfico.



$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{\rho}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{\rho}$$

Notação: $\theta = \arg(z)$, onde θ é o ângulo e $\arg(z)$ é o argumento de z .

Por meio do seno e cosseno de θ , podemos determinar o ângulo θ usando os valores da tabela trigonométrica.

Forma trigonométrica ou polar dos números complexos

Vimos que a forma algébrica de um número complexo z é $z = a + bi$. Agora, escreveremos o mesmo número complexo z , só que em função de seu módulo e de seu argumento. A esta forma denominamos forma trigonométrica ou polar de z . Como:

$$\cos \theta = \frac{a}{\rho} \Rightarrow a = \rho \cdot \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{b}{\rho} \Rightarrow b = \rho \cdot \sin \theta$$

então, substituindo esses valores na forma algébrica $z = a + bi$, temos: $z = \rho \cdot \cos \theta + \rho \cdot \sin \theta \cdot i$

$$z = \rho(\cos \theta + i \cdot \sin \theta), \text{ que é a forma trigonométrica ou polar de } z.$$

Exemplo:

(CPTM – ALMOXARIFE – MAKIYAMA) Assinale a alternativa correspondente à forma trigonométrica do número complexo $z = 1 + i$:

$$(A) z = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$(B) z = 2(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$(C) z = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$(D) z = \frac{1}{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$$

$$(E) z = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3})$$

Resolução:

$$\begin{aligned}\rho &= \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ \cos\theta &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{sen}\theta \\ \theta &= \frac{\pi}{4} \\ z &= \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen}\frac{\pi}{4})\end{aligned}$$

Resposta: A

Operações na forma polar

Sejam $z_1 = \rho_1(\cos\theta_1 + i \text{sen}\theta_1)$ e $z_2 = \rho_2(\cos\theta_2 + i \text{sen}\theta_2)$. Então, temos que:

- Multiplicação

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \rho_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \text{sen}(\theta_1 + \theta_2)]$$

- Divisão

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)]$$

- Potenciação

$$z^n = \rho^n [\cos(n\theta) + i \text{sen}(n\theta)]$$

- Radiciação

$$z_k = \sqrt[n]{\rho} \{ \cos[(\theta + 2k\pi) / n] + i \text{sen}[(\theta + 2k\pi) / n] \}$$

para $n = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$

POLINÔMIOS

Polinômio é uma expressão algébrica com todos os termos semelhantes reduzidos.

Como os monômios, os polinômios também possuem grau e é assim que eles são separados. Para identificar o seu grau, basta observar o grau do maior monômio, esse será o grau do polinômio.

Função polinomial

Chamamos de função polinomial ou polinômio a toda função $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por uma equação do tipo:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Princípio de identidade de polinômios

Dois polinômios são iguais quando seus coeficientes são iguais, ou seja, os polinômios

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \text{ e}$$

$$B(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

serão iguais se, e somente se:

$$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \dots, a_2 = b_2, a_1 = b_1, a_0 = b_0$$

Polinômio identicamente nulo

Dizemos que um polinômio é identicamente nulo, quando todos os seus coeficientes são iguais a zero, e indicamos por $P(x) \equiv 0$.

Sendo $A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$, temos:

$$a_n = a_{n-1} = \dots = a_0 = 0$$

Operações com Polinômios

• Adição: somar dois ou mais polinômios é obter um polinômio onde os coeficientes são dados pela adição dos coeficientes dos termos semelhantes. Reduzindo os termos semelhantes numa só linha

• Subtração: a diferença de dois polinômios $A(x)$ e $B(x)$ é o polinômio obtido pela soma de $A(x)$ com o oposto de $B(x)$.

Exemplo:

(UF/AL) Seja o polinômio do 3º grau $p = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cujos coeficientes são todos positivos. O n° real k é solução da equação

$p(x) = p(-x)$ se, e somente se, k é igual a:

- (A) 0
- (B) 0 ou 1
- (C) -1 ou 1
- (D) $\pm \sqrt{c/a}$
- (E) 0 ou $\pm \sqrt{-c/a}$

Resolução:

$$p(x) = p(-x)$$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = -ax^3 + bx^2 - cx + d$$

$$2ax^3 + 2cx = 0$$

$$2(ax^3 + cx) = 0$$

$$ax^3 + cx = 0$$

Como k é solução da equação $ax^3 + cx = 0$, teremos

$$p(k) = ak^3 + ck = 0$$

$$ak^3 + ck = 0$$

$$k(ak^2 + c) = 0$$

$$k = 0 \text{ ou}$$

$$ak^2 + c = 0$$

$$k^2 = -c/a$$

$$k = \pm \sqrt{-c/a}$$

Resposta: E

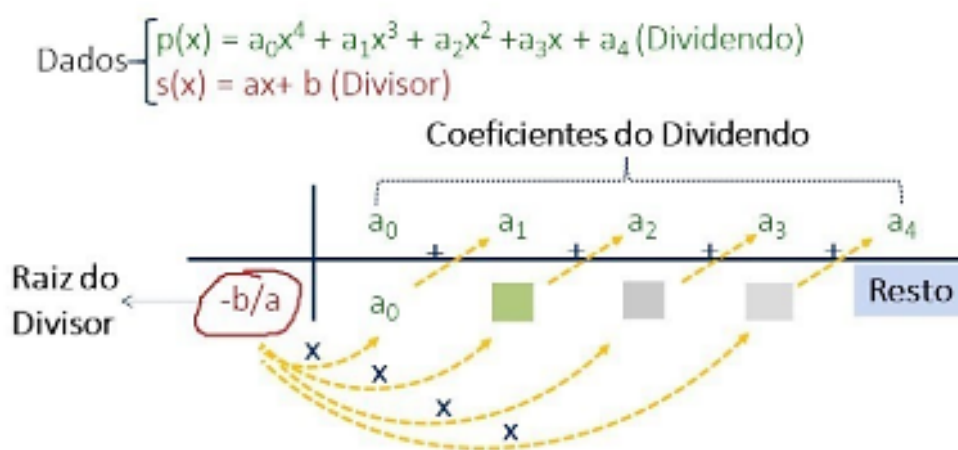
Resolução:

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \quad | \quad x - 2 \\
 \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
 5x^2 - 5x + 1 \\
 \underline{-(5x^2 - 10x)} \\
 5x + 1 \\
 \underline{-(5x - 10)} \\
 11
 \end{array}$$

Resposta: D

Dispositivo de Briot-Ruffini

Utiliza-se para efetuar a divisão de um polinômio $P(x)$ por um binômio da forma $(ax + b)$.



Exemplo:

Determinar o quociente e o resto da divisão do polinômio $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + x - 2$ por $(x - 2)$.

Resolução:

RAIZ DO DIVISOR	COEFICIENTES DE $P(x)$			
2	3	-5	1	-2
	↓	$3 \cdot (2) - 5$	$1 \cdot (2) + 1$	$3 \cdot (2) - 2$
	3	1	3	4
	COEFICIENTES DO QUOCIENTE $Q(x)$			RESTO

Veja que:

O termo constante do divisor $h(x)$ igual a -2 , ele com sinal trocado será 2 ;

Os coeficientes de x do dividendo $p(x)$ são $3, -5$ e 1 ;

O termo constante do dividendo $p(x) = -2$.

Para resolvermos este problema, vamos seguir o passo a passo abaixo:

1) Vamos achar a raiz do divisor: $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$;

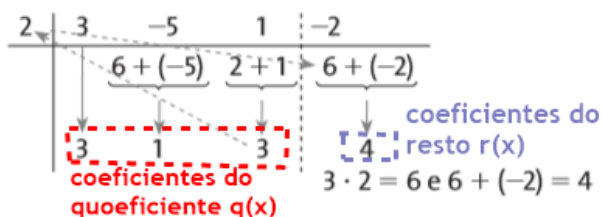
2) Colocamos a raiz do divisor e os coeficientes do dividendo ordenadamente na parte de cima da reta, como mostra a figura acima;

3) O primeiro coeficiente do dividendo é repetido abaixo;

4) Multiplicamos a raiz do divisor por esse coeficiente repetido abaixo e somamos o produto com o 2º coeficiente do dividendo, colocando o resultado abaixo deste;

5) Multiplicamos a raiz do divisor pelo número colocado abaixo do 2º coeficiente e somamos o produto com o 3º coeficiente, colocando o resultado abaixo deste, e assim sucessivamente;

6) Separamos o último número formado, que é igual ao resto da divisão, e os números que ficam à esquerda deste serão os coeficientes do quociente.



Observe que o grau de $Q(x)$ é uma unidade inferior ao de $P(x)$, pois o divisor é de grau 1.

Resposta: $Q(x) = 3x^2 + x + 3$ e $R(x) = 4$.

Máximo divisor comum de um polinômio

Um máximo divisor comum de um grupo de dois ou mais polinômios não nulos, de coeficientes racionais, $P_1(x)$, $P_2(x)$, ..., $P_m(x)$ é um polinômio de maior grau $M(x)$ que divide todos os polinômios $P_1(x)$, $P_2(x)$, ..., $P_m(x)$.

$M(x)$ também deve só conter coeficientes racionais.

Um polinômio $D(x)$ divide um polinômio $A(x)$ - não nulo - se existe um polinômio $Q(x)$ tal que

$$A(x) \equiv Q(x)D(x)$$

Cárdica

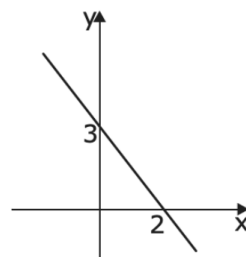
O MDC entre polinômios não é único, mas se P é um mdc entre os polinômios considerados, todo mdc entre eles pode ser escrito como $a \cdot P$ (a é uma constante não nula).

Não se esqueça que para ser mdc é OBRIGATÓRIO que ele seja o produto de TODOS os divisores dos polinômios dados (desconsiderando as constantes multiplicativas). O grau do mdc é único.

QUESTÕES

1. FAPEC - 2025

Observe o gráfico a seguir:



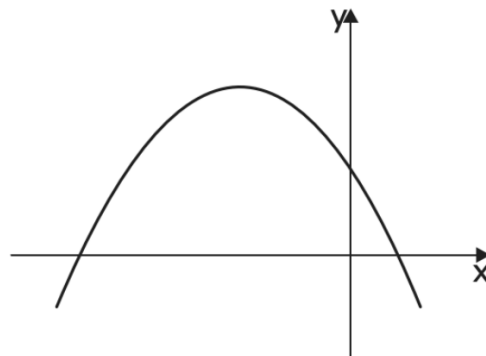
A reta que contém os pontos $(0; 3)$ e $(2; 0)$ é uma representação da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax + b$.

É correto afirmar que:

- (A) $a + b < 0$.
- (B) $a = b/2$.
- (C) $b/a < 0$.
- (D) $b = a/2$.
- (E) $a - b > 0$.

2. FAPEC - 2025

Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que $a \neq 0$. Se seu gráfico tem um esboço representado por uma parábola, como a exibida na figura seguinte, no plano de coordenadas cartesianas ortogonais, então:



- (A) $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$.
- (B) $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$.
- (C) $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.
- (D) $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$.
- (E) $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$.

3. VUNESP - 2025

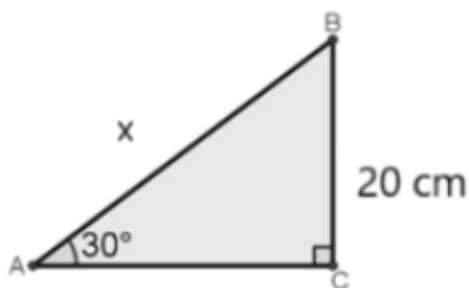
Ao analisar a planta de um apartamento, Reginaldo observou que a sala, em forma retangular, possuía o triplo da área do banheiro, em forma quadrada. Além disso, observou que o comprimento da sala era 2 metros maior do que o lado do banheiro, e a largura da sala, 1 metro maior do que o lado do banheiro. A soma das áreas da sala e do banheiro desse apartamento é igual a

- (A) 16 m^2 .

- (B) 20 m^2
 (C) 24 m^2
 (D) 28 m^2
 (E) 36 m^2

4. ABCP - 2025

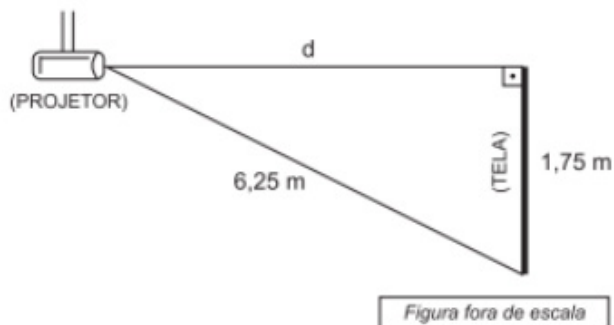
Considerando que $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$, assinale a alternativa que representa o correto valor de "x", no triângulo retângulo abaixo:



- (A) 40 cm
 (B) 30 cm
 (C) 20 cm
 (D) 10 cm

5. VUNESP - 2025

Considere um protótipo de projetor que possa ser configurado para projetar imagens em uma tela de altura 1,75 m, a uma distância d (em metros) dessa tela, conforme representado na figura a seguir:



Nessa situação hipotética, a distância d seria igual a

- (A) 6,2 metros.
 (B) 6,0 metros.
 (C) 5,8 metros.
 (D) 5,6 metros.
 (E) 5,4 metros.

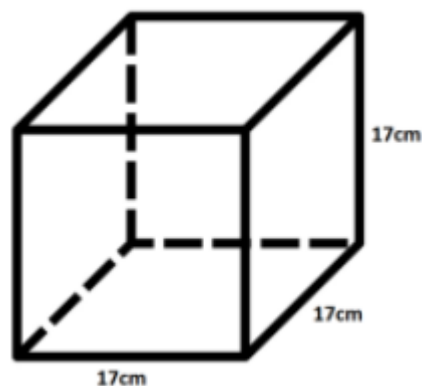
6. OBJETIVA - 2025

Um paralelepípedo retangular tem dimensões de 8m, 5m e 3m. Se um cubo de 2m de lado é removido de seu interior, qual é o volume restante?

- (A) 104 m^3
 (B) 96 m^3
 (C) 120 m^3
 (D) 112 m^3

7. OBJETIVA - 2025

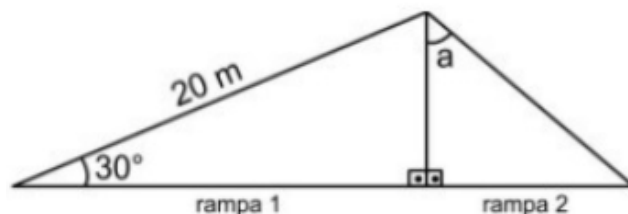
Assinalar a alternativa que apresenta o volume do sólido.



- (A) 1.703 cm^3
 (B) 2.891 cm^3
 (C) 4.913 cm^3
 (D) 5.652 cm^3

8. CIS-AMAVI - 2025

Duas rampas de skate serão construídas de acordo com a imagem abaixo. Qual deve ser a medida do ângulo a para que a rampa 2 tenha o mesmo comprimento da rampa 1?



- (A) 45°
 (B) 90°
 (C) 30°
 (D) 60°
 (E) 37°

9. COTEC - 2024

Em determinado triângulo retângulo, $\text{sen}(a) = 0,23$. Nesse caso, é possível afirmar que $\cos(a)$ é:

- (A) $\sqrt{0,77}$.
 (B) $\sqrt{0,23}$.
 (C) $\sqrt{0,50}$.
 (D) $\sqrt{0,95}$.
 (E) $\sqrt{0,10}$.

10. IV - UFG - 2024

Sabendo-se que $\text{sen}(\beta) + \cos(\beta) = 9/4$ e β é um ângulo agudo, qual é o valor de $(1/5) \cdot \text{sen}(2\beta)$?

- (A) $16/13$.
 (B) $13/16$.
 (C) $81/16$.
 (D) $16/81$.

11. Avança SP - 2025

Em uma livraria, uma pessoa comprou três livros de romance e dois livros de ficção, gastando um total de R\$ 250,00. Se o preço de um livro de ficção é R\$ 80,00, qual é o preço de um livro de romance?

- (A) R\$ 30,00
- (B) R\$ 50,00
- (C) R\$ 60,00
- (D) R\$ 70,00
- (E) Nenhuma das alternativas

12. Avança SP - 2025

Em uma fazenda, há galinhas e coelhos. Se o número total de cabeças (animais) é 30 e o número total de patas é 84, quantas galinhas e quantos coelhos há na fazenda?

- (A) 10 galinhas e 20 coelhos
- (B) 14 galinhas e 20 coelhos
- (C) 14 galinhas e 16 coelhos
- (D) 16 galinhas e 14 coelhos
- (E) 18 galinhas e 12 coelhos

13. OBJETIVA - 2025

Uma urna contém 6 bolas vermelhas, 4 bolas azuis e 5 bolas verdes. Se duas bolas são retiradas, sem reposição, qual é a probabilidade de que ambas sejam da mesma cor?

- (A) 31/105
- (B) 29/105
- (C) 17/35
- (D) 2/17
- (E) 17/105

14. Ibest - 2025

Guilherme, para impressionar sua amada, escolheu 8 músicas para cantar, mas ainda não decidiu a ordem em que irá cantá-las. A quantidade de formas que ele pode escolher a ordem para cantar essas músicas é de

- (A) 5.040.
- (B) 10.080.
- (C) 20.160.
- (D) 40.320.

15. IDECAN - 2024

Considerando os números complexos $z_1 = 3 + 2i$ e $z_2 = 4 - 3i$, é correto afirmar que a parte real e a parte imaginária de $z_3 = (z_1 + z_2)/(z_1 - z_2)$ são, respectivamente,

- (A) $-1/13$ e $-17/13$.
- (B) $1/2$ e $-1/2$.
- (C) $-6/13$ e $-17/13$.
- (D) $1/13$ e $17/13$.
- (E) $6/13$ e $17/13$.

16. IV - UFG - 2024

Considere os números complexos $z = 3 + 4i$ e $w = 1 - i$. O módulo do produto $z \cdot w$ é dado por

- (A) $\sqrt{15}$.
- (B) $\sqrt{50}$.
- (C) $\sqrt{151}$.
- (D) $\sqrt{250}$.

17. EVO Concursos - 2025

Dados os polinômios $p(x) = 2x^3 + 3x^2 + 3$ e $q(x) = 3x^2 + 5x - 5$, a soma $p(-1) + q(3)$ é igual a:

- (A) 41
- (B) 43
- (C) 45
- (D) 47

18. FAFIPA - 2025

Uma gráfica consegue imprimir 500 livros em 5 dias, utilizando 10 impressoras. Quantos livros essa gráfica conseguirá imprimir em 6 dias, utilizando 12 impressoras, considerando o mesmo ritmo de trabalho?

- (A) 800.
- (B) 720.
- (C) 600.
- (D) 650.
- (E) 850.

19. ADM&TEC - 2025 - Prefeitura de João Alfredo - PE - Auxiliar de Farmácia

Texto associado

Em um laboratório de botânica da universidade Rural, os pesquisadores estavam estudando o crescimento de uma planta leguminosa, e registraram o crescimento diariamente, durante um período de oito dias.

1º dia... 2 cm; 2º dia... 3 cm; 3º dia... 5 cm;
4º dia... 7 cm; 5º dia... 7 cm; 6º dia... 10 cm;
7º dia... 14 cm; 8º dia... 20 cm.

Em relação a questão anterior, qual o valor da mediana do crescimento da planta?

- (A) 7
- (B) 5
- (C) 10
- (D) 14

230

FÍSICA

CONCEITOS BÁSICOS E FUNDAMENTAIS: NOÇÕES DE ORDEM DE GRANDEZA. NOTAÇÃO CIENTÍFICA. OBSERVAÇÕES E MENSURAÇÕES: REPRESENTAÇÃO DE GRANDEZAS FÍSICAS COMO GRANDEZAS MENSURÁVEIS, SISTEMAS DE UNIDADES. GRÁFICOS E VETORES. CONCEITUAÇÃO DE GRANDEZAS VETORIAIS E ESCALARES. OPERAÇÕES BÁSICAS COM VETORES; COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE VETORES

Noções de ordem de grandeza

Conceito de grandeza¹

Não conseguimos definir grandeza, nem espécie de grandeza, porque são conceitos primitivos, quer dizer, termos não definidos, assim como são ponto, reta e plano na Geometria Elementar. É suficiente que tenhamos a ideia do que seja o comprimento, o tempo, o ponto, a reta, pois já os compreendemos sem a necessidade de uma formulação linguística.

É através das grandezas físicas que nós medimos ou quantificamos as propriedades da matéria e da energia. Estas medidas podem ser feitas de duas maneiras distintas:

de maneira direta:

- Quando medimos com uma régua o comprimento de algum objeto;
- Quando medimos com um termômetro a temperatura do corpo humano;
- Quando medimos com um cronômetro o tempo de queda de uma pedra.

de maneira indireta:

- Quando medimos, através de cálculos e instrumentos especiais, a distância da Terra ao Sol;
- Quando medimos, através de cálculos e instrumentos especiais, a temperatura de uma estrela;
- Quando medimos, através de cálculos, o tempo necessário para que a luz emitida pelo Sol chegue à Terra.

Notação científica.

A notação científica serve para expressar números muito grandes ou muito pequenos. O segredo é multiplicar um número pequeno por uma potência de 10.

Qualquer número pode ser expresso em potência de 10.

A distância do Sol a Terra é de 150 milhões de km (150.000.000 km), um número muito grande que pode ser expresso por $150 \cdot 10^6$ ou $15 \cdot 10^7$ ou $1,5 \cdot 10^8$

- Transformando os números em potência de 10

Todo número positivo pode ser escrito em potência de 10, como já havíamos falado. Vejamos alguns exemplos:

$$\begin{aligned}1 &= 10^0 \\10 &= 10^1 \\100 &= 10^2 \\1.000 &= 10^3 \text{ etc.}\end{aligned}$$

Podemos também escrever os números 0,1; 0,01 e 0,001 em potência de 10:

$$\begin{aligned}0,1 &= 10^{-1} \\0,01 &= 10^{-2} \\0,001 &= 10^{-3}\end{aligned}$$

- Multiplicando por potência de base 10

Quanto multiplicamos por 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 ... estamos deslocando a vírgula quantas casas forem o expoente da base 10, para a direita.

Exemplos:

$$\begin{aligned}\text{a)} & 2,53 \times 10^1 = 25,3 \\ \text{b)} & 3,7589 \times 10^2 = 375,89 \\ \text{c)} & 0,2567 \times 10^3 = 256,7\end{aligned}$$

Ao multiplicarmos por base 10 com expoente negativo (10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^{-3} ; ...), deslocamos a vírgula a quantidade de casa do valor do expoente para a esquerda!!!

Exemplos:

$$\begin{aligned}\text{a)} & 2,53 \times 10^{-1} = 0,253 \\ \text{b)} & 3,7589 \times 10^{-2} = 0,037589 \\ \text{c)} & 0,2567 \times 10^{-3} = 0,0002567\end{aligned}$$

- Escrita notação científica

$$\begin{array}{l} \text{———— número real ou mantissa} \\ \text{a} \cdot 10^{\text{b}} \text{ ————— expoente (número inteiro)} \end{array}$$

Exemplos:

1) Escrever o número 2014 em potência de 10
 $201,4 \cdot 10^1 \rightarrow 20,14 \cdot 10^2 \rightarrow 2,014 \cdot 10^3$, observa-se que colocar um número na base 10, é o mesmo que o dividir por dez, ou escrever o mesmo na forma decimal acrescido de vírgula. Para cada divisão aumenta-se o expoente.

A notação científica chega a sua parte final, quando a mantissa tem seu módulo compreendido entre:

¹ <https://www.coladaweb.com/fisica/fisica-geral/grandezas-fisicas>

No exemplo acima, $a = 2,014$, logo esta compreendido entre os valores acima.

2) $1.500.000.000 \rightarrow 1,5 \times 10^9$ (deslocamos a vírgula 9 casas para esquerda);

3) $0,000\ 000\ 000\ 256 \rightarrow 2,56 \times 10^{-10}$ (deslocamos a vírgula 10 casa para direita);

▪ Observações e mensurações: representação de grandezas físicas como grandezas mensuráveis, sistemas de unidades.

Grandeza física

É um conceito primitivo relacionado à possibilidade de medida, como comprimento, tempo, massa, velocidade e temperatura, entre outras unidades. As leis da Física exprimem relações entre grandezas. Medir uma grandeza envolve compará-la com algum valor unitário padrão.

Desde 1960 foi adotado o Sistema Internacional de unidades (SI), que estabeleceu unidades padrão para todas as grandezas importantes, uniformizando seu emprego em nível internacional. As unidades fundamentais do SI estão relacionadas na tabela a seguir:

Grandeza física	Unidade de medida
Comprimento	metro (m)
Massa	quilograma (kg)
Tempo	segundo (s)
Corrente elétrica	ampère (A)
Temperatura termodinâmica	Kelvin (K)
Quantidade de matéria	mol (mol)
Intensidade luminosa	candela (cd)

Medida² é um processo de comparação de grandezas de mesma espécie, ou seja, que possuem um padrão único e comum entre elas. Duas grandezas de mesma espécie possuem a mesma dimensão.

No processo de medida, a grandeza que serve de comparação é denominada de grandeza unitária ou padrão unitário.

As grandezas físicas são englobadas em duas categorias:

- Grandezas fundamentais (comprimento, tempo).
- Grandezas derivadas (velocidade, aceleração).

Também temos o conceito de Grandeza mensurável que é aquela que pode ser medida. São mensuráveis as grandezas aditivas ou sejam as extensivas. Exemplo: a área

Já a Grandeza incomensurável ou não mensurável é aquela que não pode ser medida. São incomensuráveis as grandezas não aditivas ou sejam as intensivas. Exemplo: a temperatura.

Sistema de unidades

É um conjunto de definições que reúne de forma completa, coerente e concisa todas as grandezas físicas fundamentais e derivadas. Ao longo dos anos, os cientistas tentaram estabelecer sistemas de unidades universais como por exemplo o CGS, MKS, SI.

Sistema Internacional (SI)

É derivado do MKS e foi adotado internacionalmente a partir dos anos 60. É o padrão mais utilizado no mundo, mesmo que alguns países ainda adotem algumas unidades dos sistemas precedentes.

Grandezas fundamentais:

grandeza	unidade	simbologia
Comprimento	metro	[m]
Massa	quilograma	[kg]
Tempo	segundo	[s]
Intensidade de corrente	ampères	[A]
Temperatura termodinâmica	kelvin	[K]
Quantidade de matéria	mole	[mol]
Intensidade luminosa	candela	[cd]

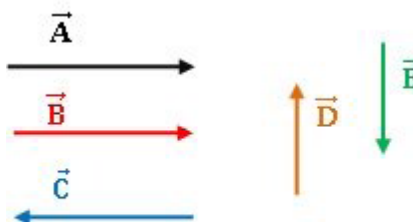
Gráficos e vetores

Vetores³

A ideia matemática de vetor encaixou-se perfeitamente na Física para descrever as grandezas que necessitavam de uma orientação. Vetores não são entes palpáveis, como um objeto que se compra no mercado, eles são representações. Vejamos um exemplo:



Vetores tem a mesmo sentido se tiverem as flechas apontando para um mesmo lugar.

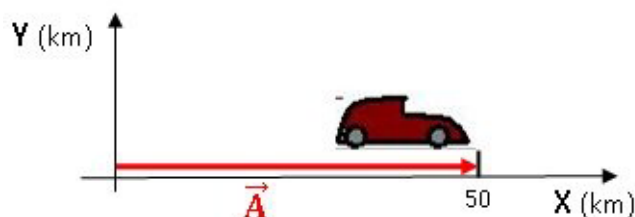


- A, B e C estão na mesma direção.
- A e B estão no mesmo sentido.
- A e B tem sentido oposto ao vetor C.
- D e E estão na mesma direção.
- D e E tem sentidos opostos.

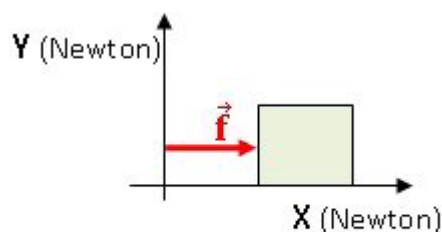
3 <https://blogdoenem.com.br/fisica-enem-vetor-soma-vetorial/>. Acesso em 25.03.2020

VETORES são usados para:

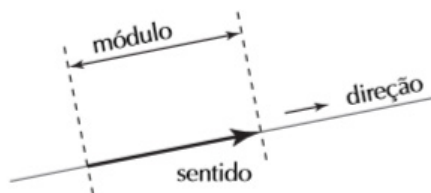
Indicar a posição de um objeto – O carro está no km 50, na direção e sentido Leste. Sua posição é representada pelo vetor $\vec{A}$:



Indicar uma força: O bloco é empurrado com uma força F de módulo 5 Newton e na direção e sentido positivo do eixo X .



Para simplificar as operações envolvendo grandezas vetoriais, utiliza-se a entidade geométrica denominado vetor. O vetor se caracteriza por possuir módulo, direção e sentido, e é representado geometricamente por um segmento de reta orientado. Representamos graficamente um vetor por uma letra, sobre a qual colocamos uma seta: (lê-se vetor A .)



O módulo do vetor representa seu valor numérico e é indicado utilizando-se barras verticais:

$$|\vec{A}| \quad (\text{lê-se módulo do vetor } A)$$

$$|\vec{A}| = A$$

Conceituação de grandezas vetoriais e escalares

Grandezas escalares e vetoriais

Por definição temos que as grandezas escalares e vetoriais podem ser definidas por:

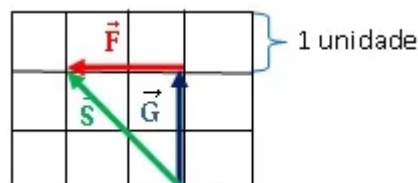
Escalares: são aquelas em que basta o número e a unidade de medida para defini-la. Exemplos podem ser a medida de uma febre de 40°C , o tempo de caminhada de 30 minutos, 3 litros de água, 5 kg de arroz, entre outros.

Vetoriais: são aquelas em que só o número e a unidade de medida não são suficientes, é necessário saber também a direção (horizontal, vertical, diagonal, etc.) e o sentido (direita, esquerda, para cima, para baixo, a noroeste, horário, anti-horário, etc.). Nas grandezas físicas vetoriais a direção e o sentido fazem toda a diferença, e, por isso, sempre haverá uma pergunta para fazer além da medida a ser feita, por exemplo: Junior caminhou 6 m, mas para onde? Será necessário responder à pergunta. No caso, suponha-se que Junior caminhou 6m da porta da casa até a beira do mar. Contudo se é dito que João tem 60 kg, já está claro, não há perguntas a se fazer, por isso que massa é uma grandeza escalar e não vetorial.

Operações básicas com vetores;

Adição vetorial gráfica: Com este método a soma de vetores é realizada desenhando os vetores, do qual se quer saber a soma, em uma sequência.

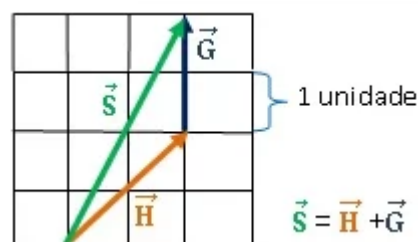
Exemplo: Queremos saber a soma dos vetores $S = G + F$, onde S é o vetor resultante dessa soma.



Desenhamos o vetor G , depois desenhamos o vetor F na extremidade (ponta) do vetor G . O vetor resultante é um vetor que começa no início do vetor G e termina na ponta do vetor F .

O mesmo pode ser feito para encontrar o vetor resultante S da soma do vetor $S = H + G$.

Se a extremidade do último vetor da soma, coincidir com a origem do primeiro vetor, isso significa que o vetor resultante é nulo.



Propriedades da Soma de vetores⁴

I) **Comutativa**: Para todos os vetores u e v de $\mathbb{R}^2$:

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{w} + \mathbf{v}$$

II) **Associativa**: Para todos os vetores u, v e w de $\mathbb{R}^2$:

$$\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$$

III) **Elemento neutro**: Existe um vetor $\mathbf{O}=(0,0)$ em $\mathbb{R}^2$ tal que para todo vetor u de $\mathbb{R}^2$, se tem:

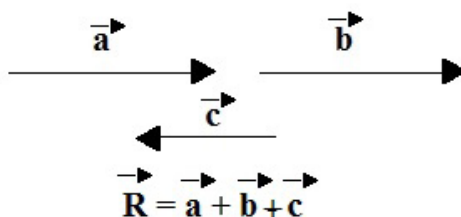
$$\mathbf{O} + \mathbf{u} = \mathbf{u}$$

IV) **Elemento oposto**: Para cada vetor v de $\mathbb{R}^2$, existe um vetor $-v$ em $\mathbb{R}^2$ tal que:

$$\mathbf{v} + (-\mathbf{v}) = \mathbf{O}$$

Soma de vetores na mesma direção

Inicialmente estabelecemos um sentido positivo, sendo o sentido oposto negativo. Normalmente, considera-se positivo o vetor orientado para a direita. Observe como é calculado o vetor resultante:



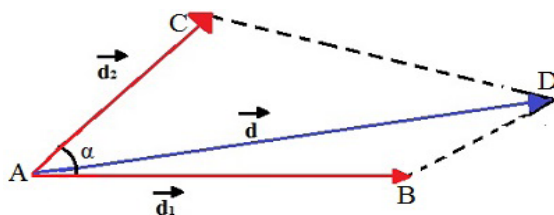
Os vetores a, b e c têm a mesma direção. O sentido horizontal para a direita é o positivo, e o para a esquerda, negativo. Logo, o módulo do vetor resultante pode ser dado por:

$$R = a + b - c$$

Soma de vetores em direções quaisquer

No caso de dois vetores d_1 e d_2 que possuem um ângulo α entre si, a situação é bem parecida com a situação anterior. Não conseguimos utilizar o teorema de Pitágoras, pois o ângulo entre os dois vetores não é 90° . (Usamos o teorema de Pitágoras somente quando os ângulos forem de 90°)

Observe na figura abaixo que o deslocamento resultante de d_1 e d_2 é uma reta que vai do ponto A até o ponto D:



4 Disponível em "Vetores" em Só Física. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2021. Acesso em 21.06.2021 - <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/Vetores.php>

O módulo do vetor resultante, nesse caso, é dado pela regra do paralelogramo:

$$d_2 = d_1^2 + d_2^2 + 2 d_1 d_2 \cos \alpha$$

Diferença de vetores

Se $v = (a,b)$ e $w = (c,d)$, definimos a diferença entre v e w , por:

$$v - w = (a - c, b - d)$$

Multiplicação de vetor por um número real

Seja $u = (a,b)$ um vetor e k um número real, a multiplicação do vetor u pelo número real k é dada por:

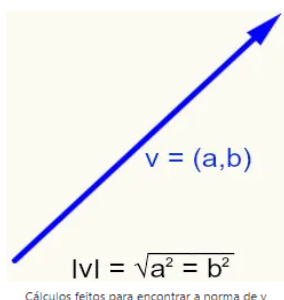
$$k \cdot u = k \cdot (a,b) = (k \cdot a, k \cdot b)$$

Considerando que k , i , a e b são números reais, para vetores multiplicados por um número real, valem as seguintes propriedades:

- i) Comutativa: $k \cdot u = u \cdot k$
- ii) Associativa: $k \cdot (i \cdot v) = k \cdot i \cdot (v)$
- iii) Distributiva: $k \cdot (u + v) = k \cdot u + k \cdot v$
- iv) Elemento neutro: $1 \cdot v = v \cdot 1 = v$

Módulo de um vetor

A norma ou módulo do vetor $v = (a,b)$ é denotada por $|v|$ e pode ser calculada por meio da distância entre o ponto (a,b) e o ponto $(0,0)$, já que esses são o ponto final e o inicial do vetor v , respectivamente. Dessa forma, escrevemos:



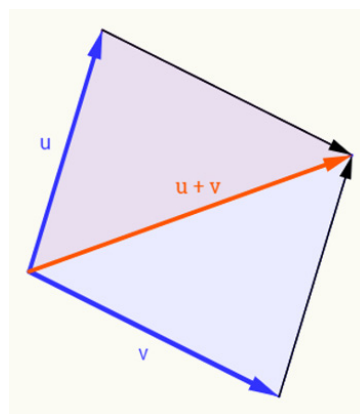
Produto interno

Sejam os vetores $u = (a,b)$ e $v = (c,d)$, o produto interno entre eles, denotado por $\langle u, v \rangle$, é definido pela seguinte expressão:

$$\langle u, v \rangle = \cos \delta \cdot |u| \cdot |v|$$

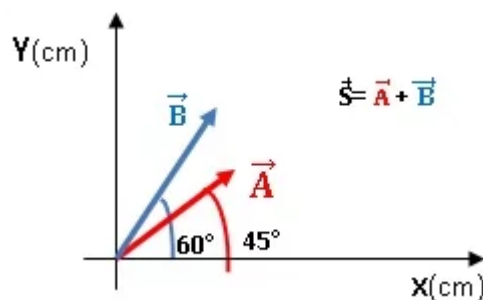
δ é o ângulo entre os vetores u e v . Outra maneira de calcular o produto interno entre dois vetores é a seguinte:

$$\langle u, v \rangle = a \cdot c + b \cdot d$$



Composição e decomposição de vetores

Adição vetorial por decomposição: Sabendo que o vetor A tem módulo igual a 4 cm, e o vetor B tem módulo igual a 5 cm, vamos calcular a soma desses vetores $S = A + B$.



Primeiro devemos decompor os vetores, vamos começar com o vetor A , em suas componentes x e y (ver figura). Onde $|A|$ representa o módulo.

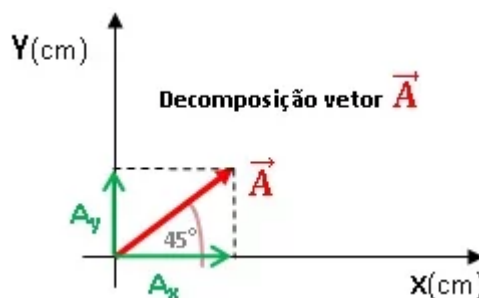
$$A_x = |A| \cos 45^\circ = (4) \cdot \cos 45^\circ = (4) \cdot 0,70 = 2,82$$

$$A_y = |A| \sin 45^\circ = (4) \cdot \sin 45^\circ = (4) \cdot 0,70 = 2,82$$

Fazendo o mesmo com o vetor B :

$$B_x = |B| \cos 60^\circ = (5) \cdot \cos 60^\circ = (5) \cdot 0,50 = 2,50$$

$$B_y = |B| \sin 60^\circ = (5) \cdot \sin 60^\circ = (5) \cdot 0,86 = 4,33$$



Assim o vetor resultante S terá componentes iguais:

$$S_x = A_x + B_x = 2,82 + 2,50 = 5,32$$

$$S_y = A_y + B_y = 2,82 + 4,33 = 7,15$$

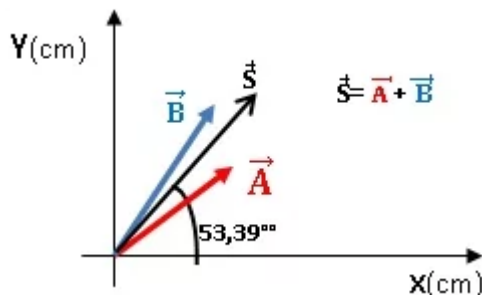
Para encontrar o módulo do vetor resultante basta realizar o seguinte cálculo:

$$|S| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = (\sqrt{5,32})^2 + 7,15^2 = 8,91 \text{ cm}$$

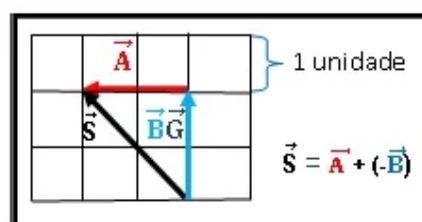
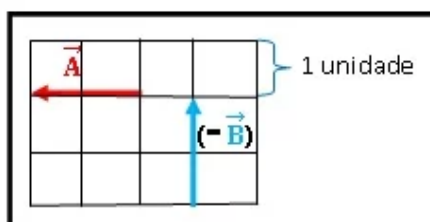
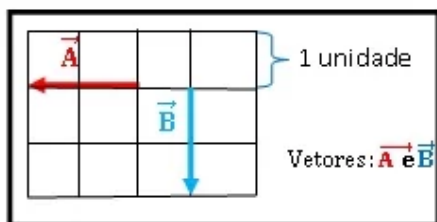
E o ângulo que o vetor resultante forma com o eixo X é dado por:

$$\tan(\text{ângulo}) = S_y/S_x = 7,15/5,32, \text{ realizando o cálculo teremos } \text{ângulo} = 53,39^\circ$$

Agora podemos desenhar o vetor resultante no gráfico, assim observar sua posição no gráfico

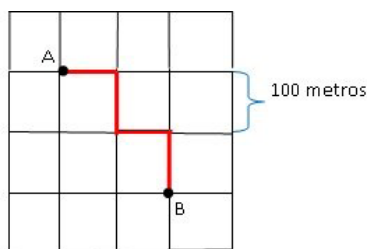


Além de serem somados dois vetores, também podemos subtraí-los, para tal basta inverter o sentido (trocar a ponta) de um dos vetores, e então prosseguir como se estivesse resolvendo uma soma. Como mostra a sequência de figuras:

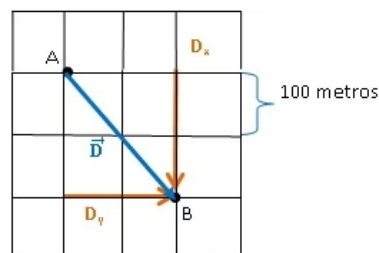
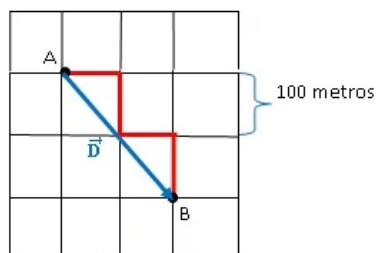


$S = A - B$ virar uma soma $S = A + (-B)$ usando o vetor B no sentido oposto.

Exemplo: Numa cidade do interior de São Paulo, um novo bairro foi planejado para que todos os quarteirões sejam quadrados e suas ruas paralelas. A distância entre um par de ruas será de 100 m. Imagine um pedestre que realiza o percurso mostrado na figura, começando no ponto A e terminando sua trajetória no ponto B. Qual o módulo do vetor que representa a deslocamento (deslocamento vetorial) do pedestre?



Para resolver esse problema, devemos lembrar a sobre trajetória e deslocamento. A trajetória é o que está traçado na figura, já o deslocamento é uma linha reta entre o ponto inicial e o ponto final. Esse então pode ser desenhado como um vetor: o vetor deslocamento representado



Para calcular o módulo precisamos ter os valores do comprimento dos componentes do vetor, neste caso chamado de D_x e D_y . Pelo gráfico podemos ver que $D_x = 200$ metros e $D_y = 200$ metros.

Assim módulo do vetor deslocamento é:

$$|\vec{D}| = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = 282,84 \text{ metros.}$$

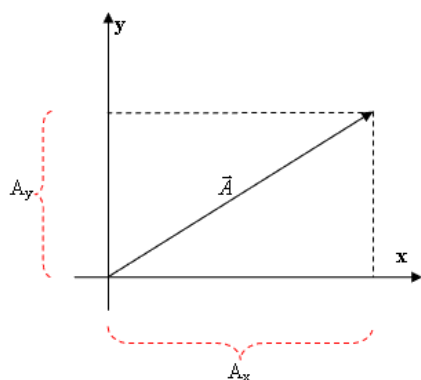
Observe que pela figura inicial, também podemos dizer qual foi a distância percorrida (trajetória) pelo pedestre, foi de 400 metros.

Decomposição de vetores em Vetores Unitários

Para fazer cálculos de vetores em apenas um dos planos em que ele se apresenta, pode-se decompor este vetor em vetores unitários em cada um dos planos apresentados.

Sendo simbolizados, por convenção, $\hat{i}$ como vetor unitário do

plano x e $\hat{j}$ como vetor unitário do plano y. Caso o problema a ser resolvido seja dado em três dimensões, o vetor utilizado para o plano z é o vetor unitário $\hat{k}$.



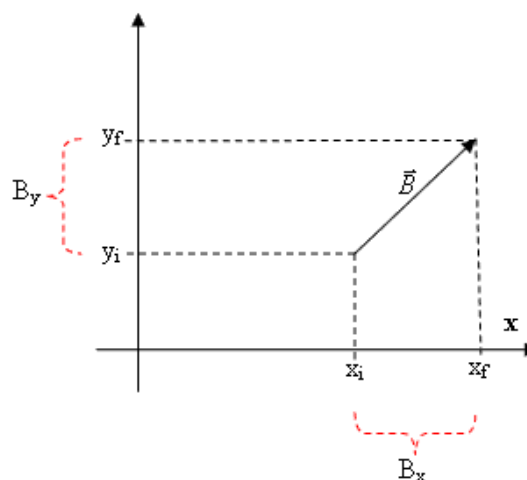
Então, a projeção do vetor $\vec{A}$ no eixo x do plano cartesiano

será dado por $A_x \hat{i}$, e sua projeção no eixo y do plano será: $A_y \hat{j}$. Este vetor pode ser escrito como:

$$\vec{A} = (A_x \hat{i}, A_y \hat{j}),$$

Respeitando que sempre o primeiro componente entre parênteses é a projeção em x e o segundo é a projeção no eixo y. Caso apareça um terceiro componente, será o componente do eixo z.

No caso onde o vetor não se encontra na origem, é possível redesenhá-lo, para que esteja na origem, ou então descontar a parte do plano onde o vetor não é projetado.



$$\vec{B} = [(x_f - x_i)\hat{i}, (y_f - y_i)\hat{j}]$$

Referências Bibliográficas:

Apostilas do Telecurso 2000

Disponível em <http://www.matematicamuitofacil.com>

Acesso em 21.06.2021

Disponível em <http://www.infoescola.com> Acesso em

21.06.2021

Disponível em <https://www.preparaenem.com/matematica/operacoes-basicas-envolvendo-vetores.htm> Acesso em 21.06.2021

Disponível em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/Vetores.php> Acesso em 21.06.2021.

O MOVIMENTO, O EQUILÍBRIO E A DESCOBERTA DAS LEIS FÍSICAS: GRANDEZAS FUNDAMENTAIS DA MECÂNICA: TEMPO, ESPAÇO, VELOCIDADE E ACELERAÇÃO. DESCRIÇÕES DO MOVIMENTO E SUA INTERPRETAÇÃO: QUANTIFICAÇÃO DO MOVIMENTO E SUA DESCRIÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CASOS ESPECIAIS DE MOVIMENTOS E SUAS REGULARIDADES OBSERVÁVEIS; MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (M.R.U.): CONCEITUAÇÃO, EQUAÇÃO HORÁRIA E GRÁFICOS; MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.R.U.V.): CONCEITO, EQUAÇÕES HORÁRIAS E DE TORRICELLI E GRÁFICOS; ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE, QUEDA LIVRE E LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS; MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.): CONCEITO DE INÉRCIA, SISTEMAS DE REFERÊNCIA INÉRCIAIS E NÃO INÉRCIAIS. MASSA E QUANTIDADE DE MOVIMENTO (MOMENTO LINEAR) FORÇA E VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

CINEMÁTICA

A cinemática estuda os movimentos dos corpos, sendo principalmente os movimentos lineares e circulares os objetos do nosso estudo que costumam estar divididos em Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U) e Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V)

Para qualquer um dos problemas de cinemática, devemos estar a par das seguintes variáveis:

- Deslocamento (ΔS)
- Velocidade (V)
- Tempo (Δt)
- Aceleração (a)

Movimento Uniformemente Variado (MUV).

Os exercícios que cobram MUV são geralmente associados a enunciados de queda livre ou lançamentos verticais, horizontais ou oblíquos.

É importante conhecer os gráficos do MUV e as fórmulas, como a Equação de Torricelli ($v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$). O professor reforça ainda que os problemas elencados pelo Enem são contextualizados. "São questões de movimento uniformemente variado, mas associadas a situações cotidianas.

Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U)

No M.R.U. o movimento não sofre variações, nem de direção, nem de velocidade. Portanto, podemos relacionar as nossas grandezas da seguinte forma:

$$\Delta S = V \cdot \Delta t$$

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V)

No M.R.U.V é introduzida a aceleração e quanto mais acelerarmos (ou seja, aumentarmos ou diminuirmos a velocidade andaremos mais, ou menos. Portanto, relacionamos as grandezas da seguinte forma:

$$\Delta S = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

No M.R.U.V. o deslocamento aumenta ou diminui conforme alteramos as variáveis.

Pode existir uma outra relação entre essas variáveis, que é dada pela fórmula:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Nessa equação, conhecida como Equação de Torricelli, não temos a variável do tempo, o que pode nos ajudar em algumas questões, quando o tempo não é uma informação dada, por exemplo.

Impulso e quantidade de movimento

O impulso e a quantidade de movimento aparecem em questões que tratam de colisões e pelo Teorema do impulso ($I = \Delta Q$). Uma dos modos em que a temática foi cobrada pelo exame foi em um problema que enunciava uma colisão entre carrinhos num trilho de ar, em um experimento feito em laboratório, conta o professor.

Choques ou colisões mecânicas

No estudo das colisões entre dois corpos, a preocupação está relacionada com o que acontece com a energia cinética e a quantidade de movimento (momento linear) imediatamente antes e após a colisão. As possíveis variações dessas grandezas classificam os tipos de colisões.

Definição de sistema

Um sistema é o conjunto de corpos que são objetos de estudo, de modo que qualquer outro corpo que não esteja sendo estudado é considerado como agente externo ao sistema. As forças exercidas entre os corpos que compõem o sistema são denominadas de forças internas, e aquelas exercidas sobre os corpos do sistema por um agente externo são denominadas de forças externas.

Quantidade de movimento e as colisões

As forças externas são capazes de gerar variação da quantidade de movimento do sistema por completo. Já as forças internas podem apenas gerar mudanças na quantidade de movimento individual dos corpos que compõem o sistema. Uma colisão leva em consideração apenas as forças internas existentes entre os objetos que constituem o sistema, portanto, a quantidade de movimento sempre será a mesma para qualquer tipo de colisão.

Energia cinética e as colisões

Durante uma colisão, a energia cinética de cada corpo participante pode ser totalmente conservada, parcialmente conservada ou totalmente dissipada. As colisões são classificadas a partir do que ocorre com a energia cinética de cada corpo. As características dos materiais e as condições de ocorrência determinam o tipo de colisão que ocorrerá.

Coeficiente de restituição

O coeficiente de restituição (e) é definido como a razão entre as velocidades imediatamente antes e depois da colisão. Elas são denominadas de velocidades relativas de aproximação e de afastamento dos corpos.

$$e = \frac{V_{\text{rel. afastamento}}}{V_{\text{rel. aproximação}}}$$

Tipos de colisão

▪ Colisão perfeitamente elástica

Nesse tipo de colisão, a energia cinética dos corpos participantes é totalmente conservada. Sendo assim, a velocidade relativa de aproximação e de afastamento dos corpos será a mesma, o que fará com que o coeficiente de restituição seja igual a 1, indicando que toda a energia foi conservada. A colisão perfeitamente elástica é uma situação idealizada, sendo impossível a sua ocorrência no cotidiano, pois sempre haverá perda de energia.

▪ Colisão parcialmente elástica

Quando ocorre perda parcial de energia cinética do sistema, a colisão é classificada como parcialmente elástica. Desse modo, a velocidade relativa de afastamento será ligeiramente menor que a velocidade relativa de aproximação, fazendo com que o coeficiente de restituição assumira valores compreendidos entre 0 e 1.

▪ Colisão inelástica

Quando há perda máxima da energia cinética do sistema, a colisão é classificada como inelástica. Após a ocorrência desse tipo de colisão, os objetos participantes permanecem grudados e executam o movimento como um único corpo. Como após a colisão não haverá afastamento entre os objetos, a velocidade relativa de afastamento será nula, fazendo com que o coeficiente de restituição seja zero.

A tabela a seguir pode ajudar na memorização das relações entre os diferentes tipos de colisões:

TIPO DE COLISÃO	ENERGIA CINÉTICA	QUANTIDADE DE MOVIMENTO	COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO
PERFEITAMENTE ELÁSTICA	Totalmente conservada	Conservada	$e = 1$
PARCIALMENTE ELÁSTICA	Parcialmente conservada	Conservada	$0 < e < 1$
INELÁSTICA	Dissipada ao máximo	Conservada	$e = 0$

Gráficos na cinemática

Na cinemática, a variável independente é o tempo, por isso escolhemos sempre o eixo das abscissas para representar o tempo. O espaço percorrido, a velocidade e a aceleração são variáveis dependentes do tempo e são representadas no eixo das ordenadas.

Para construir um gráfico devemos estar de posse de uma tabela. A cada par de valores correspondentes dessa tabela existe um ponto no plano definido pelas variáveis independente e dependente.

Vamos mostrar exemplos de tabelas e gráficos típicos de vários tipos de movimento: movimento retilíneo e uniforme, movimento retilíneo uniformemente variado.

Exemplo 1

MOVIMENTO RETILÍNEO E UNIFORME

Seja o caso de um automóvel em movimento retilíneo e uniforme, que tenha partido do ponto cujo espaço é 5km e trafega a partir desse ponto em movimento progressivo e uniforme com velocidade de 10km/h.

Considerando a equação horária do MRU $s = s_0 + v_0 t$, a equação dos espaços é, para esse exemplo,

$$s = 5 + 10t$$

A velocidade podemos identificar como sendo:

$$v = 10\text{km/h}$$

E o espaço inicial:

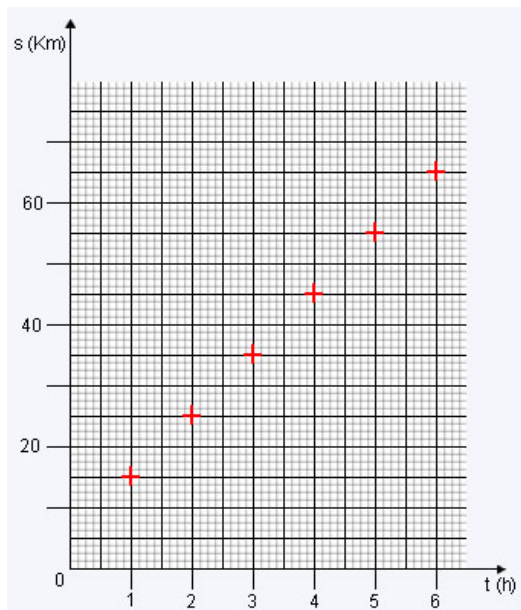
$$s_0 = 5\text{km}$$

Para construirmos a tabela, tomamos intervalos de tempo, por exemplo, de 1 hora, usamos a equação $s(t)$ acima e anotamos os valores dos espaços correspondentes:

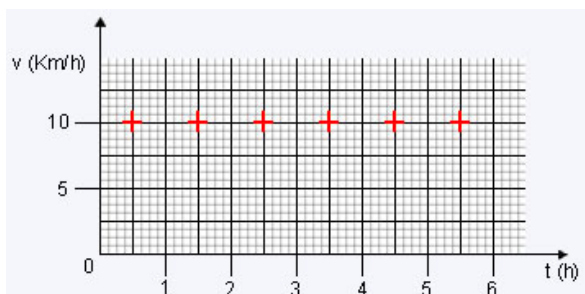
t(h)	s(km)
0	5
1	15
2	25
3	35
4	45
5	55
6	65

Tabela 3 - MRU

Agora fazemos o gráfico $s \times t$.



O gráfico da velocidade é muito simples, pois a velocidade é constante, uma vez que para qualquer t , a velocidade se mantém a mesma.



Note que:

As abscissas e as ordenadas estão indicadas com espaçamentos iguais.

As grandezas representadas nos eixos estão indicadas com as respectivas unidades.

Os pontos são claramente mostrados.

A reta representa o comportamento médio.

As escalas são escolhidas para facilitar o uso; não é necessário usar "todo o papel" com uma escala de difícil subdivisão.

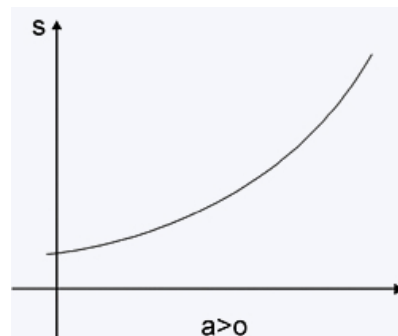
Exemplo 2

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Considerando-se o movimento uniformemente variado, podemos analisar os gráficos desse movimento dividindo-os em duas categorias, as quais se distinguem pelo sinal da aceleração.

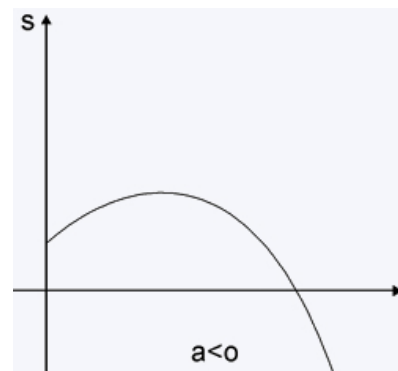
MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO POSITIVA

Neste caso, como a aceleração é positiva, os gráficos típicos do movimento acelerado são



MOVIMENTO COM ACELERAÇÃO NEGATIVA

Sendo a aceleração negativa ($a < 0$), os gráficos típicos são



A curva que resulta do gráfico $s \times t$ tem o nome de parábola.

A título de exemplo, consideremos o movimento uniformemente variado associado à equação horária $s = s_0 + v_0 t + at^2/2$, onde o espaço é dado em metros e o tempo, em segundos, e obteremos:

$$s(t) = 2 + 3t - 2t^2.$$

A velocidade inicial é, portanto:

$$v_0 = 3 \text{ m/s}$$

A aceleração:

$$a_0 = -4 \text{ m/s}^2 \quad (a < 0)$$

e o espaço inicial:

$$s_0 = 2 \text{ km}$$

Para desenharmos o gráfico $s \times t$ da equação acima, construímos a tabela de $s \times t$ (atribuindo valores a t).

$s(m)$	$t(s)$
2,0	0
3,0	0,5
3,125	0,75
3,0	1
2,0	1,5
0	2,0
-3,0	2,5
-7,0	3

A partir da tabela obtemos o gráfico $s \times t$:



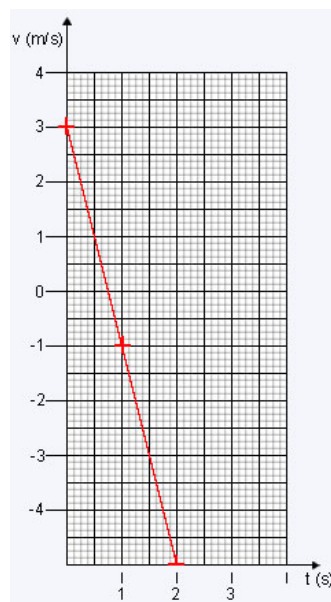
Para o caso da velocidade, temos a equação $v = v_0 + at$. Assim, para o movimento observado temos:

$$v = 3 - 4t$$

obtendo assim a tabela abaixo:

$v(m/s)$	$t(s)$
3	0
-1	0,5
-7	2,0

Obtendo o gráfico $v \times t$:



Exemplo 3

Como exemplo de gráfico representando dados experimentais vamos usar os dados da tabela:

Tabela Dados de um indivíduo andando	Gráfico referente à tabela														
<table> <tr> <th>$t(min)$</th><th>$s(m)$</th></tr> <tr> <td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>62</td></tr> <tr> <td>2</td><td>158</td></tr> <tr> <td>3</td><td>220</td></tr> <tr> <td>4</td><td>283</td></tr> <tr> <td>5</td><td>335</td></tr> </table>	$t(min)$	$s(m)$	0	0	1	62	2	158	3	220	4	283	5	335	
$t(min)$	$s(m)$														
0	0														
1	62														
2	158														
3	220														
4	283														
5	335														

Note:

- Até o instante $t = 4min$ pode-se dizer que os pontos podem ser representados por uma reta.
- Entre $t = 4$ e $t = 5$ houve uma alteração de comportamento.
- Não ligue os pontos em ziguezague utilizando segmentos de reta. Trace curvas médias lisas ou retas que representem comportamentos médios.

Observação: A reta traçada deixa dois pontos para baixo e dois para cima. A origem é um ponto experimental.

LEIS DE NEWTON LEI DE HOOKE CENTRO DE MASSA, CENTRO DE GRAVIDADE E A IDÉIA DE PONTO MATERIAL CONCEITO DE FORÇAS EXTERNAS E INTERNAS LEI DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO (MOMENTO LINEAR), TEOREMA DO IMPULSO E COLISÕES MOMENTO DE UMA FORÇA (TORQUE) CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO ESTÁTICO DE PONTO MATERIAL E DE CORPOS EXTENSOS FORÇA DE ATRITO, FORÇA PESO, FORÇA NORMAL DE CONTATO E TRAÇÃO DIAGRAMAS DE FORÇAS FORÇAS QUE ATUAM NOS MOVIMENTOS CIRCULARES

ESTÁTICA

A Estática é o capítulo da Mecânica que estuda corpos que não se movem, estáticos. A ausência de movimento é um caso especial de aceleração nula, ou seja, pelas Leis de Newton, uma situação em que todas as forças que atuam sobre um corpo se equilibram. Portanto, a soma vetorial de todas as forças que agem sobre o corpo deve ser nula.

Por exemplo, um edifício de apartamentos ou de escritórios está sujeito à força peso de sua massa e dos móveis e utensílios em seu interior, além da força peso da massa de todos os seus ocupantes. Existem também outras forças: a carga do vento, da chuva e eventualmente, em países frios, a carga da neve acumulada em seu teto. Todas essas forças devem ser absorvidas pelo solo e pelas fundações do prédio, que exercem reações sobre ele de modo a sustentá-lo, mantê-lo de pé e parado. A soma vetorial de todas essas forças deverá ser nula.

1. Equilíbrio do Ponto Material

Define-se como ponto material todo corpo cujas dimensões, para o estudo em questão, não são importantes, não interferem no resultado final. Por exemplo, o estudo da trajetória de um atleta de saltos ornamentais na piscina a partir de uma plataforma de 10 m. Se o estudo está focalizado na trajetória do atleta da plataforma até a piscina, e não nos seus movimentos em torno de si mesmo, pode-se adotar o centro de massa do atleta, ignorar seu tamanho e desenvolver o estudo. (Caso outros estudos, dos movimentos do atleta em torno do seu centro de massa, sejam necessários, eles poderão ser realizados posteriormente.)

Na Estática consideramos o ponto material como um corpo suficientemente pequeno para podermos admitir que todas as forças que agem sobre o corpo se cruzem num mesmo. Para que este ponto material esteja em equilíbrio a somatória vetorial das forças que nele atuam tem necessariamente de ser nula.

Ou:

$$\sum \vec{F} = 0$$

No caso do estudo se restringir ao plano, podemos adotar dois eixos (x e y) como referência e estudar as componentes das forças:

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

2. Equilíbrio dos Corpos Rígidos

Quando as dimensões dos corpos não podem ser ignoradas (não podemos considerar as forças todas se cruzando num mesmo ponto), o estudo passa a considerar movimentos de rotação. Por exemplo, na figura:



Sendo as forças de mesmo módulo, a resultante seria nula, mas isto seria insuficiente para o equilíbrio, pois existe uma tendência de giro que pode ser representado por:



A essa tendência de giro dá-se o nome de momento da força, e é igual à força multiplicada pela distância ao centro de giro. No caso acima, supondo que o comprimento da barra seja x, o momento de cada força seria:

$$M = \pm \frac{Fx}{2}$$

O momento total seria o dobro

$$M_T = \pm Fx$$

O sinal será definido pelo sistema de referência adotado: no nosso caso, adotando um sistema em que os momentos sejam positivos no sentido horário, o momento total seria negativo, pois o corpo tende a girar no sentido anti-horário:

$$M_T = -Fx$$

A unidade do momento de uma força é o newton-metro ou N·m.

Então, para o corpo permanecer estático, além das duas equações do ponto:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x &= 0 \\ \sum \vec{F}_y &= 0\end{aligned}$$

Uma terceira condição deve ser imposta: a somatória dos momentos deve ser nula:

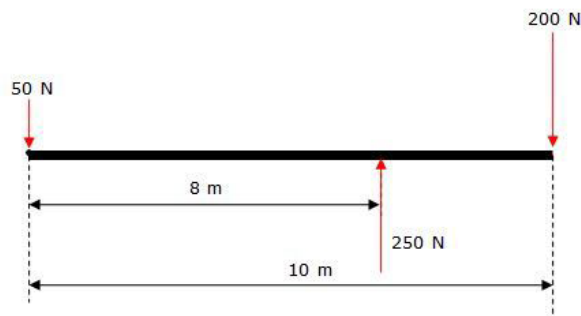
$$\sum M = 0$$

Nota: considera-se que todas as forças e momentos pertençam ao mesmo plano.

3. Alavancas

Ao se utilizar o princípio da estática e da somatória dos momentos nulos pode-se analisar uma das primeiras máquinas simples inventada pelo homem: a alavanca.

Veja o esquema abaixo onde a barra está equilibrada:



Nesse exemplo, ao se imaginar uma gangorra apoiada na distância de 8 m nota-se que uma força de 50N provoca uma ação na outra ponta de 200 N ampliando em 4 vezes a ação inicial. Para isto, basta comparar os momentos das duas forças nas extremidades em relação ao apoio, e constatar que eles se equilibram, pois têm o mesmo valor e sinais opostos (a força à esquerda tende a fazer a barra girar no sentido anti-horário e a da extremidade direita no sentido horário). Assim:

$$50 \text{ N} \times 8 \text{ m} = 200 \text{ N} \times 2 \text{ m}$$

Com isso pode-se amplificar ações de forças com a utilização dessa máquina simples, provavelmente pré-histórica.

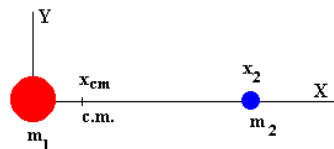
CENTRO DE MASSA DE UM SÓLIDO, CENTRO DE MASSA DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PARTÍCULAS

O Centro de Massa

O Sistema de Referência do Centro de Massa (sistema-C) é especialmente útil para descrever as colisões comparando com o Sistema de Referência do Laboratório (sistema-L).

Movimento do Centro de Massas

Na figura, temos duas partículas de massas m_1 e m_2 , como m_1 é maior que m_2 , a posição do centro de massas do sistema de duas partículas estará próxima da massa maior.



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Em geral, a posição r_{cm} do centro de massa de um sistema de N partículas é

$$r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i r_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

A velocidade do centro de massas v_{cm} é obtida derivando com relação ao tempo

$$v_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i v_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{P}{M}$$

No numerador figura o momento linear total e no denominador a massa total do sistema de partículas.

Da dinâmica de um sistema de partículas temos que

$$\frac{dP}{dt} = F_{ext} \quad M \frac{dv_{cm}}{dt} = F_{ext}$$

O centro de massas de um sistema de partículas se move como se fosse uma partícula de massa igual a massa total do sistema sob a ação da força externa aplicada ao sistema.

Em um sistema isolado $F_{ext}=0$ o centro de massas se move com velocidade constante $v_{cm}=cte$.

O Sistema de Referência do Centro de Massas
Para um sistema de duas partículas

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

A velocidade da partícula 1 relativa ao centro de massas é

$$v_{1cm} = v_1 - v_{cm} = \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

A velocidade da partícula 2 relativa ao centro de massas é

$$v_{2cm} = v_2 - v_{cm} = -\frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

No sistema-C, as duas partículas se movem em direções opostas.

A massa também pode ser considerada como sendo uma medida do conceito de Inércia, sendo pequena, apresentando Inércia. É também uma grandeza escalar, onde em sua fórmula F é o módulo da força que atua no corpo e a é o valor da aceleração que F produz nele, sendo uma propriedade constante, não variando de corpo para qualquer outro local, ou quando se altera a temperatura do corpo.

A força com que a Terra atrai um corpo, podemos chamar de Peso do corpo, também denominada de grandeza vetorial, então podemos concluir que: o peso de um corpo é uma força que imprime a este corpo uma aceleração g .

Podemos entender as variações de peso, onde uma pessoa situada mais próxima aos pólos da terra tem um peso maior do que se estivesse próximo ao equador, devendo esse fato simplesmente ao valor da força da gravidade, sendo que há lugares onde a força gravitacional, embora com o mesmo valor, exerce maior pressão nos indivíduos, sendo que na lua a gravidade é cerca de 6 vezes menor que na terra, consequentemente o indivíduo pesará 6 vezes menos que na terra.

Medida de Massa

A massa é medida, pela sua simples fórmula $m = F/a$, definindo assim a massa de um corpo, onde o quociente de F/a nos fornecerá o valor de m .

Exemplos de Aplicação da Segunda Lei de Newton

É usado para que consiga resolver o maior número de problemas, principalmente em Física, onde através da observação de um objeto e determinando a sua aceleração, podemos definir a resultante das forças que atuam no corpo, sendo que o contrário também é verdadeiro, ou seja, sabendo as forças que atuam em um corpo e determinando a sua resultante, poderemos calcular a aceleração de um corpo ($a = R/m$). Com base na aceleração, podemos conseguir a velocidade do corpo e a posição que ele ocupará em qualquer instante, onde podemos tirar conclusões sobre o movimento que o corpo descreve.

EQUILÍBRIO ESTÁTICO DE UM CORPO RÍGIDO, MOMENTO DE UMA FORÇA

Um dispositivo que é utilizado para demonstrar que um corpo fica em equilíbrio desde que a vertical que passa pelo seu centro de gravidade intersecte a sua base de sustentação. O equilíbrio será estável se o centro de gravidade do corpo estiver localizado abaixo dessa base.

O aparelho é constituído por uma peça de ferro, tendo uma parte direita de secção quadrada e outra parte encurvada, terminando por um gancho, no qual se suspende um corpo relativamente pesado.

A porção direita entra numa bainha, também de ferro, cujas dimensões são tais que há um ajuste perfeito entre esta e a parte reta da peça.

Para a realização de experiências destinadas às lições de Física Experimental, o professor deveria apoiar a bainha sobre uma mesa, de maneira a poder fazer deslocar por debaixo do tampo a parte curva que suspende o peso, enfiando ou retirando a parte reta no interior da bainha. Esta, ao ser puxada para o exterior da bainha, faz com que o corpo suspenso se aproxime da vertical que passa pela periferia do tampo da mesa. Desta forma, o centro de gravidade do conjunto desloca-se no mesmo sentido. Quando a vertical que passa pelo centro de gravidade do conjunto intersecta a superfície de apoio da bainha sobre a mesa, este fica em equilíbrio, apesar de o vértice de ligação entre a parte reta e a parte encurvada da peça estar consideravelmente afastado da base de apoio.

Caso a peça seja puxada quase totalmente para o exterior da bainha, de forma a que o centro de gravidade do conjunto fique localizado sobre uma vertical que não intersecte o tampo da mesa, a bainha inclina-se e o peso suspenso move-se, aproximando-se da vertical que passa pela periferia da mesa. Nestas condições, o conjunto ficará apoiado sobre a mesa apenas por uma linha de apoio que é transversal ao eixo longitudinal da bainha. A configuração de equilíbrio exige que esta linha se encontre, necessariamente, acima do centro de gravidade do conjunto. Se o conjunto for largado numa posição tal que a vertical que passa pelo seu centro de gravidade não intersecte a linha de apoio, então iniciará um movimento pendular amortecido, até atingir a posição de equilíbrio.

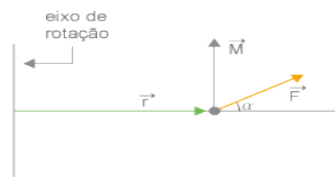
Um equilibrista segura uma vara dobrada, nas extremidades da qual existem duas esferas de latão. Era utilizado nas lições de Física Experimental, para mostrar a importância da posição do centro de gravidade de um corpo relativamente à sua base de sustentação, quando em equilíbrio estável.

O equilibrista tem a particularidade de se encontrar apoiado sobre um pequeno disco de latão, através de um espigão de ferro existente sob o seu pé esquerdo. O disco encontra-se no topo de uma coluna de madeira ricamente trabalhada.

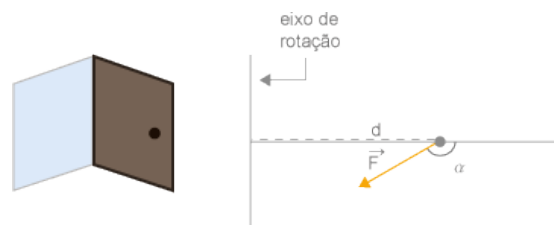
Momento de uma Força

O momento de uma força $\vec{F}$, em relação a um ponto de um eixo, exercida num ponto (por exemplo, o momento da força exercida por uma mão num ponto de uma porta em relação ao eixo de rotação da porta), cuja posição é descrita por um vector posição $\vec{r}$, é uma grandeza vectorial que se obtém através do produto vectorial entre o vector posição e o vector força:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



O momento de uma força em relação a um eixo é uma grandeza escalar que consiste na projecção, sobre o eixo de rotação, do momento de uma força em relação a um ponto. A figura seguinte representa a porta citada no exemplo e, ao lado, o esquema geométrico da força e da distância ao eixo:



Define-se o momento de uma força $\vec{F}$, M , em relação a um eixo de rotação, como o produto do módulo da força pela distância entre o seu ponto de aplicação e o eixo e pelo seno do ângulo (que não tem unidade) formado entre a direcção da força e a distância referida:

$$M = \|\vec{M}\| = F \cdot d \cdot \sin \alpha$$

As unidades em jogo são:

ou M em N.m;

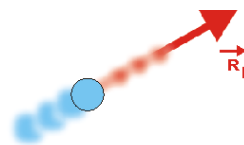
F em N;

d em m.

MOMENTO RESULTANTE

A resultante livre de um sistema de forças é igual à soma das forças componentes do sistema. $R_L = F_1 + F_2 + \dots >>> R_L = \sum F_i$

A resultante livre de um sistema de forças mede o efeito de translação produzido pelo sistema.



A direcção e o sentido da resultante livre correspondem à direcção e o sentido do efeito de translação. O módulo da resultante livre nos informa sobre a intensidade do efeito de translação

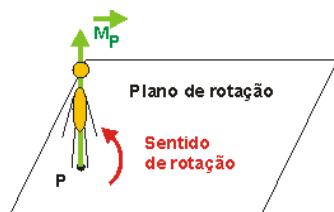
Momento resultante de um sistema de forças em relação a um ponto P é igual à soma dos momentos das forças componentes do sistema em relação a este mesmo ponto P.

$$M_p = M_{p1} + M_{p2} + \dots >>> M_p = \sum M_{pi}$$

Observação importante: Se as forças componentes do sistema e o ponto P forem coplanares, os vetores momento serão paralelos e a soma vetorial acima se reduz a uma soma escalar.

$$M_p = M_p F_1 + M_p F_2 \dots \dots \gg M_p = S M_p F_i$$

O momento resultante de um sistema de forças em relação a um ponto P, mede o efeito de rotação em torno do ponto P, produzido pelo sistema.

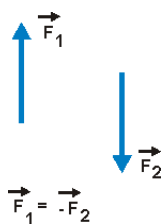


A direção do momento resultante é normal ao plano de rotação. O sentido do momento resultante é indicativo do sentido do efeito de translação, isto é, o sentido do momento resultante é dos pés à cabeça de um observador que em pé sobre o plano de rotação veria a rotação se realizar no sentido anti-horário. O módulo do momento resultante nos informa sobre a intensidade do efeito de rotação.

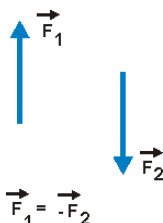
Resultante de um sistema de forças é uma força única capaz de produzir o mesmo efeito do sistema.

Existem sistemas de forças cujo efeito não pode ser produzido por uma única força.

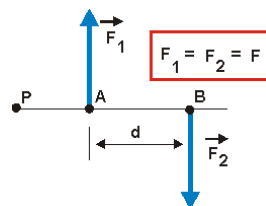
O binário é um sistema constituído por duas forças de mesma direção, mesmo módulo e sentidos contrários.



A resultante livre de um binário é nula. A resultante livre é a soma das forças componentes do sistema $\gg R_L = F_1 + F_2$ como $F_1 = -F_2 \gg R_L = 0$

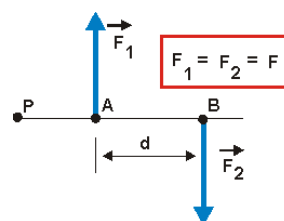


Considere o binário da figura, vamos calcular o módulo de seu momento resultante em relação ao ponto P.



Convencionaremos que uma rotação no sentido horário corresponde a uma momento positivo. $M_p = -F_1 \cdot PA + F_2 \cdot PB$, representando o módulo das forças componentes do binário por $F \gg F_1 = F_2 = F \gg M_p = -F \cdot PA + F \cdot PB \gg M_p = F \cdot (PB - PA) \gg M_p = F \cdot d$

Significa dizer que o momento do binário não varia quando o ponto P muda de posição, como já mostramos.



Uma força única não é capaz de produzir o efeito de rotação que o binário produz.

Sabemos que a resultante livre mede o efeito de translação e que o momento resultante mede o efeito de rotação. Se R_L não é zero $\gg$ sistema produz efeito de translação. Se $M = 0 \gg$ sistema não produz efeito de rotação.

Na sua forma mais simples o sistema se reduz à uma única força. O sistema admite resultante sendo esta igual à sua resultante livre.

Sabemos que a resultante livre mede o efeito de translação e que o momento resultante mede o efeito de rotação. Se $R_L = 0 \gg$ sistema não produz efeito de translação. Se M não é zero $\gg$ sistema produz efeito de rotação.

Na sua forma mais simples o sistema se reduz à um binário.

O sistema não admite resultante. Sabemos que a resultante livre mede o efeito de translação e que o momento resultante mede o efeito de rotação. Se R_L não é zero $\gg$ sistema produz efeito de translação. Se M não é zero $\gg$ sistema produz efeito de rotação.

Na sua forma mais simples o sistema se reduz à um conjunto constituído por uma força e um binário.

O sistema não admite resultante. Sabemos que a resultante livre mede o efeito de translação e que o momento resultante mede o efeito de rotação. Se $R_L = 0 \gg$ sistema não produz efeito de translação. Se $M = 0 \gg$ sistema não produz efeito de rotação.

Na sua forma mais simples o sistema se reduz à uma única força nula.

O sistema admite resultante sendo esta igual à uma força nula.

Este sistema que não produz efeito é chamado de sistema de forças em equilíbrio.

Conceito de Pressão, Pressão em um Fluido Uniforme em Equilíbrio

Muitas pessoas pensam que pressão é sinônimo de força. Pressão, no entanto, leva em conta não apenas a força que você exerce mas também a área em que a força atua. Um bloco de 1 decímetro quadrado por dois decímetros de altura, pesando 4 kg. O peso do bloco é distribuído sobre uma área de 1dm^2 , de modo que exerce uma pressão de 4kg por decímetro quadrado. Se o bloco estiver apoiado na face lateral de modo que a área em contato com a mesa seja de 2dm^2 , a pressão será de 2kg por dm^2 . Um pneu de automóvel, de cerca de 20 centímetros de largura tem uma grande superfície em contato com o chão. Com esse pneu um carro pesado roda mais suavemente que com um pneu menor que exigiria maior pressão.

Pressão = Força / Área.

(A) O peso do bloco (4 kg), distribuído em 1dm^2 , exerce uma pressão de 4 kg por dm^2 .

(B) Qual é a pressão? (A) representa um homem de 80kg tentando andar em areia movediça. Seu peso produz grande pressão porque a área dos seus sapatos é pequena e ele afunda na areia. Se ele se deitar de costas seu peso atuará sobre uma área maior causando pressão muito menor e ele não afundará.

Pressão e Área. (A) Quando o homem tenta ficar de pé na areia movediça, ele afunda porque seu peso causa uma grande pressão na pequena área de seus sapatos. (B) Quando se deita na areia ele não afunda porque seu peso atua numa área maior e a pressão que ele exerce é menor.

Um veículo perigoso tem as rodas formadas por grandes sacos cheios de ar com uma pressão 8 vezes que o dos pneus de um jipe. Os sacos podem sustentar o enorme peso do veículo porque têm uma grande área em contato com o solo. O veículo anda facilmente nas piores estradas porque os sacos amortecem os choques ou solavancos.

Uma patinadora de gelo produz uma pressão de 45kg por cm^2 em vista da pequena área da lâmina do patim. A moça está patinando no gelo com patins que se apóiam sobre uma lâmina estreita, seu peso causa enorme pressão. Pressão é a força dividida pela área.

$$\text{Pressão} = \frac{\text{força}}{\text{área}}; p = \frac{f}{a}$$

Exemplo: Uma caixa pesando 150kg mede 1,20m de comprimento por 0,5m de largura. Que pressão exerce ela sobre o chão?

120 kg = peso da caixa;

0,5 m = largura da caixa;

1,2 m = comprimento da caixa.

Determinar a pressão.

$$p = \frac{f}{a}; p = \frac{120\text{kg} \cdot g}{0,5\text{m} \times 1,2\text{m}} = \frac{120\text{kg} \cdot g}{0,6\text{m}^2} = 200\text{kg} \cdot g / \text{m}^2.$$

Líquidos em Equilíbrio em um Campo Gravitacional Uniforme, Princípios de Pascal e de Arquimedes

Princípio de Arquimedes

Todo corpo imerso, total ou parcialmente, num fluido em equilíbrio, sofre a ação de uma força vertical, para cima, aplicada pelo fluido. Essa força é denominada empuxo, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo. $E = P_{\text{fd}} = m_{\text{fd}} \cdot g$ $E = d \cdot V_{\text{fd}} \cdot g$



Assim, quando um barco está flutuando na água, em equilíbrio, ele está recebendo um empuxo cujo valor é igual ao seu próprio peso, isto é, o peso do barco está sendo equilibrado pelo empuxo que ele recebe da água: $E = P$.

Aplicação

Um mergulhador e seu equipamento têm massa total de 80kg. Qual deve ser o volume total do mergulhador para que o conjunto permaneça em equilíbrio imerso na água?

Solução: Dados: $g = 10\text{m/s}^2$; $d_{\text{água}} = 10^3\text{kg/m}^3$; $m = 80\text{kg}$. Como o conjunto deve estar imerso na água, o volume de líquido deslocado (V_{ld}) é igual ao volume do conjunto (V). Condição de equilíbrio:

$$E = P$$

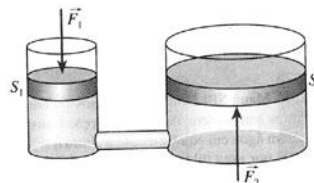
$$d \cdot V_{\text{ld}} \cdot g = m \cdot g$$

$$10^3 \times V \times 10 = 80 \times 10$$

$$V = 8 \times 10^{-2}\text{m}^3$$

Princípio de Pascal

Quando um ponto de um líquido em equilíbrio sofre uma variação de pressão, todos os outros pontos do líquido também sofrem a mesma variação.



Dois recipientes ligados pela base são preenchidos por um líquido (geralmente óleo) em equilíbrio. Sobre a superfície livre do líquido são colocados êmbolos de áreas S_1 e S_2 . Ao aplicar uma força F_1 ao êmbolo de área menor, o êmbolo maior ficará sujeito a uma força F_2 , em razão da transmissão do acréscimo de pressão p . Segundo o Princípio de Pascal:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \therefore \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Importante: o Princípio de Pascal é largamente utilizado na construção de dispositivos ampliadores de força – macaco hidráulico, prensa hidráulica, direção hidráulica, etc.

Aplicação

Numa prensa hidráulica, as áreas dos êmbolos são $S_A = 100\text{cm}^2$ e $S_B = 20\text{cm}^2$. Sobre o êmbolo menor, aplica-se uma força de intensidade de 30N que o desloca 15cm. Determine:

- a) a intensidade da força que atua sobre o êmbolo maior;
- b) o deslocamento sofrido pelo êmbolo maior.

Solução:

a) Pelo Princípio de Pascal:

a) Pelo Princípio de Pascal:

$$\frac{F_A}{S_1} = \frac{F_B}{S_2} \therefore \frac{F_A}{100} = \frac{30}{20} \therefore F_A = 150\text{N}$$

b) O volume de líquido transferido do êmbolo menor para o maior é o mesmo:

$$\Delta V = S_A \cdot h_A = S_B \cdot h_B \\ 100 \cdot h_A = 20 \cdot 15 \therefore h_A = 3\text{cm}$$

b) O volume de líquido transferido do êmbolo menor para o maior é o mesmo:

a) Pelo Princípio de Pascal:

$$\frac{F_A}{S_1} = \frac{F_B}{S_2} \therefore \frac{F_A}{100} = \frac{30}{20} \therefore F_A = 150\text{N}$$

b) O volume de líquido transferido do êmbolo menor para o maior é o mesmo:

$$\Delta V = S_A \cdot h_A = S_B \cdot h_B \\ 100 \cdot h_A = 20 \cdot 15 \therefore h_A = 3\text{cm}$$

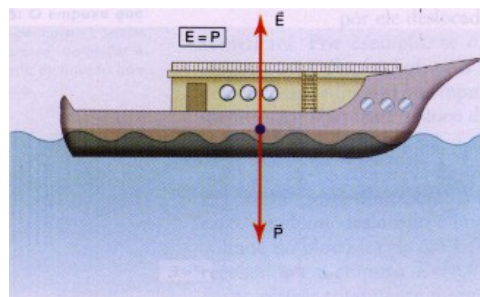
Equilíbrio de Corpos Flutuantes

Quando um corpo emerge na superfície da água, ele passa a deslocar um menor volume de água. De acordo com o Princípio de Arquimedes, seu empuxo (que antes era maior do que seu peso)

diminui. O bloco ficará em equilíbrio de flutuação na superfície da água quando a força de empuxo for exatamente igual ao peso. Dizemos que o corpo ficará flutuando em equilíbrio estático.

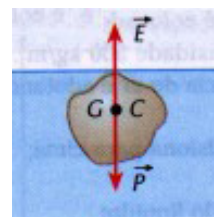
Ocasionalmente, algumas embarcações ou navios podem ser modificadas, introduzindo-se mastros maiores ou canhões mais pesados; nestes casos, eles se tornam mais pesados e tendem a emborcar em mares mais agitados. Os “icebergs” muitas vezes também viram quando derretem parcialmente.

Estes fatos sugerem que, além das forças, os torques destas forças também são importantes para o estudo do equilíbrio de flutuação.

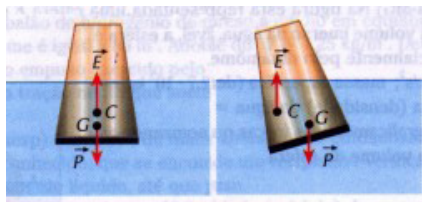


Quando um corpo está flutuando em um líquido, ele está sujeito à ação de duas forças de mesma intensidade, mesma direção (vertical) e sentidos opostos: a força-peso e o empuxo. Os pontos de aplicação dessas forças são, respectivamente, o centro de gravidade do corpo G e o centro de empuxo C , que corresponde ao centro de gravidade do líquido deslocado ou centro de empuxo.

Se o centro de gravidade G coincide com o centro de empuxo C , situação mais comum quando o corpo está totalmente mergulhado, o equilíbrio é indiferente, isto é, o corpo permanece na posição em que for colocado.



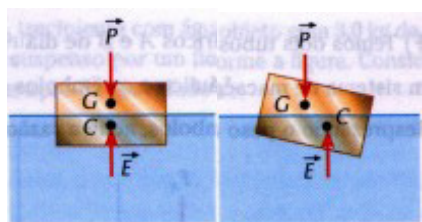
Quando um corpo flutua parcialmente imerso no fluido e se inclina num pequeno ângulo, o volume da parte da água deslocada se altera e, portanto, o centro de empuxo muda de posição. Para que um objeto flutuante permaneça em equilíbrio estável, seu centro de empuxo deve ser deslocado de tal modo que a força de empuxo (de baixo para cima) e o peso (de cima para baixo) produzam um torque restaurador, que tende a fazer o corpo retornar a sua posição anterior.



Quando o centro de gravidade G estiver acima do centro de empuxo C , o equilíbrio pode ser estável ou não. Vai depender de como se desloca o centro de empuxo em virtude da mudança na força do volume de líquido deslocado. As figuras mostram essa situação, onde o centro de gravidade G está acima do centro de empuxo mas, ao deslocar o corpo da posição inicial, o centro de empuxo muda, de modo que o torque resultante faz com que o corpo volte para sua posição inicial de equilíbrio.

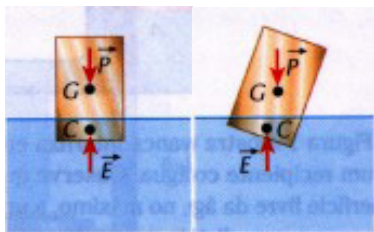
Obs.: A diferença conceitual entre centro de empuxo e centro de gravidade é que a posição do centro de gravidade não se altera em relação ao corpo, a menos que ele seja deformado.

Mas o centro de empuxo do corpo flutuante muda de acordo com a forma do líquido deslocado porque o centro de empuxo está localizado no centro de gravidade do líquido deslocado pelo corpo.



As figuras abaixo mostram o equilíbrio chamado instável. Movimentando o corpo (oscilando) de sua posição inicial, o deslocamento do centro de empuxo faz com que o torque resultante vire o corpo.

A tarefa de um engenheiro naval consiste em projetar os navios de modo que isto não ocorra.

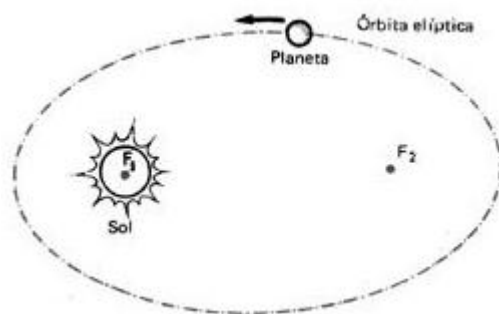


As Leis de Kepler (1571-1630)

O astrônomo Tycho Brahe (1546-1601) realizou medições de notável precisão. Johannes Kepler (1571-1630), discípulo de Tycho Brahe, utilizando os dados colhidos por seu mestre, descreveu, de modo singelo e preciso, os movimentos planetários.

1ª Lei (Lei das órbitas):

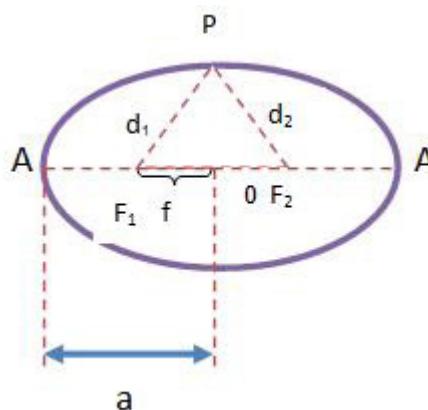
– Tomando o Sol como referencial, todos os planetas movem-se em órbitas elípticas, localizando-se o Sol em dos focos da elipse descrita.



O que é uma elipse?

Denomina-se elipse uma curva correspondente ao espaço geométrico de todos os pontos de um plano, onde a distância entre dois pontos fixos do plano é considerada uma soma constante. Esses pontos fixos são denominados focos da elipse.

Vejamos uma elipse:



Em relação ao ponto P da elipse acima, temos:

$$d_1 + d_2 = K \text{ (constante)}$$

Como podemos observar na elipse acima, existe uma distância entre os pontos A e A', essa distância é considerada uma medida denominada eixo maior da elipse.

Já a letra a é o semi eixo maior, e o f representa a medida da semi distância focal. Podemos adotar e para representar a excentricidade da elipse.

Vejamos:

$$e = \frac{f}{a}, \text{ ou seja, } 0 < e < 1$$

Se $e=0$, a elipse irá se degenerar dentro de uma circunferência, ou seja, no caso da elipse acima, F1 e F2 irão coincidir com O.

O tamanho da elipse irá depender do valor de e , ou seja, quanto maior for o valor de e maior será a elipse. Já quando $e = 1$, irá se degenerar em um único segmento de reta.

Enunciado da 1ª Lei de Kepler

É importante sabermos que todas as órbitas que são expostas por todos os planetas em volta do Sol, estarão localizadas em um dos focos. Vejamos agora uma tabela que apenas Mercúrio e Plutão apresentam uma elipse maior, ou seja, uma elipse que contenha maior excentricidade, já os outros planetas apresentam as elipses mais perto das circunferências, ou seja, as que possuem uma excentricidade menor.

Vejamos essa tabela:

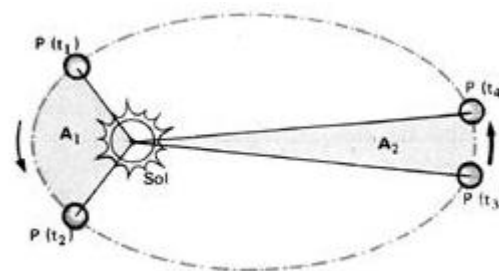
Planeta	Excentricidade
Mercúrio	0,206
Vênus	0,007
Terra	0,017
Marte	0,093
Júpiter	0,048
Saturno	0,056
Urano	0,047
Netuno	0,009
Plutão	0,250

Porém é importante sabermos que a órbita de um planeta em volta de uma estrela, teoricamente pode ser circular.

2.a Lei (Lei das Áreas):

Essa lei é referente à parte de um planeta que foi “varrida” pelo raio vetor, durante um intervalo de tempo.

– O segmento de reta traçada do centro de massa do Sol ao centro de massa de um planeta do Sistema Solar varre áreas iguais em tempos iguais.



Importante!

Considerando a figura acima, que representa um planeta em quatro posições de sua órbita elíptica em torno do Sol. O ponto mais próximo do Sol chama-se periélio e o mais afastado, afélio.

a) No periélio, a velocidade escalar de um planeta tem módulo máximo, enquanto que, no afélio, tem módulo mínimo.

b) Do periélio para o afélio, um planeta descreve movimento retardado, enquanto que, do afélio para o periélio, movimento acelerado.

Enunciados da 2ª lei de Kepler:

A) Quando falamos dos raios vetores que ligam os planetas com o Sol, devemos saber que esses raios varrem as áreas iguais nos intervalos de tempos iguais.

Com isso temos que:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \longleftrightarrow A_1 = A_2$$

B) Se tratando da área que foi varrida pelo raio vetor de um dos planetas, podemos dizer que ela é proporcional ao intervalo de tempo que foi gasto.

Com isso temos que:

$$V_{t1 t2} > V_{t3 t4}$$

Onde K é considerada a constante de proporcionalidade, que pode ser chamada de velocidade areolar do planeta.

c) Essa velocidade areolar é considerada constante, pois ela é a razão entre a área varrida e o intervalo de tempo gasto. É importante lembrar que essa velocidade é variável, ou seja, ela pode variar de um planeta para o outro, fazendo com que a distância média do planeta ao Sol aumente se tornando mínima para Mercúrio e máxima para Plutão.

Consequência da 2ª lei de Kepler

Como vimos anteriormente a velocidade areolar de um planeta é constante, e por este fator ela pode interferir na velocidade de translação, ou seja, ela não deixa com que a velocidade de translação seja variável.

Como podemos observar na figura acima, A1 e A2, são iguais, porém essa igualdade impede que a medida do arco t1 t2 seja maior do que a medida do arco t3 t4, portanto podemos concluir que a velocidade de translação em t1 t2 se torna maior do que em t3 t4, pelo fato do intervalo de tempo ser o mesmo.

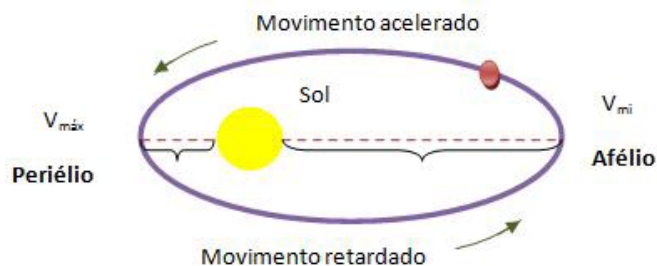
Portanto:

$$V_{t1 t2} > V_{t3 t4}$$

Com base na conclusão acima, podemos dizer que o planeta vai chegando próximo do Sol, e a sua órbita elíptica, e com isso sua velocidade de translação vai aumentando. Com isso podemos ver que conforme o Sol vai chegando perto o raio vetor vai diminuindo e para que ele consiga “varrer” a mesma área, o planeta deverá se movimentar mais rápido.

No ponto mais próximo do Sol, a velocidade de translação irá ser a maior. Isso recebe o nome de periélio. Já quando o ponto estiver bem longe do Sol, a velocidade de translação irá ser a menor. Isso recebe o nome de afélio.

Vejamos a ilustração:



Com base na figura acima, podemos observar que o movimento de translação se torna uniforme, pois a órbita do planeta é circular, onde do afélio para o periélio o movimento é considerado acelerado e do periélio para o afélio, o movimento é considerado retardado.

Velocidade média de translação

Com relação a um planeta, essa velocidade possui uma função decrescente em relação à distância média de cada planeta ao Sol.

O planeta mais rápido possui uma velocidade média de 50 Km/s, que é o Mercúrio, sendo que a Terra possui uma velocidade de mais ou menos 30 Km/s.

Considerando as órbitas como circulares, podemos afirmar que a velocidade média possui um valor totalmente inversamente proporcional à raiz quadrada do raio de cada órbita.

Vejamos:

$$V_m = \frac{K}{\sqrt{R}}$$

O raio de órbita de Plutão é considerado mais ou menos 100 vezes maior que o raio de órbita de Mercúrio, com isso a velocidade média de Mercúrio chega a ser 10 vezes maior que a de Plutão.

Vejamos:

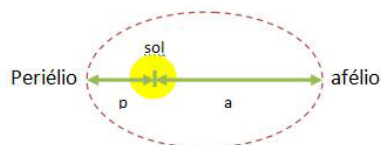
$$R_p = 100R_m \longleftrightarrow V_p = \frac{V_m}{10}$$

3.a Lei (Lei dos Períodos):

– Para qualquer planeta do sistema solar, o quociente entre o cubo do raio médio (r) da órbita e o quadrado do período de revolução (T) em torno do Sol é constante.

$$\frac{r^3}{T^2} = K_p$$

Na figura abaixo, as distâncias do afélio e do periélio ao centro de massa do Sol são a e p.



Raio médio da órbita (r) – A média aritmética entre a e p:

$$r = \frac{a+p}{2}$$

T é o período de revolução do planeta em torno do Sol (intervalo de tempo também chamado de ano do planeta).

Período de translação ou ano de um planeta

O período de translação de um planeta é o intervalo de tempo, representado por T, em que o planeta consegue dar uma volta completa em volta do Sol.

Enunciado da 3ª Lei de Kepler

É importante sabermos que dentre os planetas do Sistema Solar, a razão entre o cubo do raio médio da órbita e o quadrado do período de translação, são constantes. Portanto:

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{constante}$$

Quando falamos de dois planetas, representados por A e B, teremos:

$$\frac{R_A^3}{T_A^2} = \frac{R_B^3}{T_B^2}$$

Se tratando da constante de proporcionalidade da 3ª lei de Kepler, temos:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM R^3}{4\pi^2 T^2}$$

Onde G representa a constante de gravitação universal, e M representa a massa do Sol.

Vejamos algumas observações:

1- Considerando m como a massa do planeta, e $M \gg m$ podemos desconsiderar m, quando comparado com M, podendo chegar à expressão da 3ª Lei de Kepler. Vejamos:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{G(M + m)}{4\pi^2}$$

2- Quanto menor o tempo de translação do planeta, mais próximo do Sol estaremos, pois quanto mais longe do Sol, mais a velocidade média do planeta vai diminuir, assim aumentando a extensão da sua órbita. Isso é o que podemos chamar de período de translação crescente.

A unidade astronômica, representada por UA, é considerada a distância média da Terra ao Sol, que vale:

$$1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m.}$$

Vejamos agora um quadro que apresenta a variação do período com a distância média ao Sol que é medida em UA.

Planeta	Raio médio de órbita (UA)	Período em anos terrestres
Mercúrio	0,39	0,24
Vênus	0,72	0,61
Terra	1,0	1,0
Marte	1,5	1,9
Júpiter	5,2	12
Saturno	9,5	29
Urano	19	84
Netuno	30	165
Plutão	39	248

3- Vejamos alguns fatores que são funções de órbita, ou seja, são totalmente dependentes da massa do Sol e do raio médio da órbita:

- velocidade areolar;
- velocidade média de translação.

Porém esses fatores não são dependentes das características do planeta que está gravitando.

Isso nos mostra que se um corpo celeste resolver gravitar em volta do Sol e na órbita da Terra, ele irá adquirir:

- Uma velocidade areolar igual a da Terra;
- Uma velocidade média de translação, que é de aproximadamente 30 km/s;
- Um período de translação de 1 ano.

4- Todas as Leis de Kepler são válidas tanto para os planetas do nosso sistema solar, como para os corpos que gravitam em volta das grandes massas centrais, ou seja, planetas que estejam em volta de estrelas, satélites tanto naturais como artificiais que estejam em volta de um planeta e corpos celestes que estejam em volta da Lua.

5- Quando falamos a respeito dos satélites da Terra, é importantíssimo ressaltar que:

- Suas órbitas podem ser tanto elíptica como circular;
- Em relação à Terra, podemos afirmar que seu ponto mais próximo é denominado perigeu, e seu ponto mais afastado é denominado apogeu.
- Alguns fatores como a velocidade areolar e a velocidade média da translação, dependem somente da massa da Terra e do raio médio da órbita, porém não dependem da massa do satélite.

• Quanto à translação da Lua, podemos considerar sua velocidade média como ordem de 1,0 km/s, já de um satélite estacionário, consideramos sua ordem como 3,0 km/s e de um satélite rasante 8,0 km/s. Lembrando que esses valores é sem considerar os efeitos do ar.

DINÂMICA

A terceira área da mecânica que mais aparece no exame é a dinâmica, com as Leis de Newton. Ela vem em exercícios que pedem elementos como atrito e componentes da resultante, com a força centrípeta e a aceleração centrípeta.

A prova pode pedir, por exemplo, para o candidato associar a aceleração confortável para os passageiros de um trem com dimensões curvas, que faz um caminho curvo. Isso está completamente ligado à aceleração centrípeta.

As leis de Newton

A cinemática é o ramo da ciência que propõe um estudo sobre movimento, sem, necessariamente se preocupar com as suas causas.

Quando partimos para o estudo das causas de um movimento, aí sim, falamos sobre a dinâmica. Da dinâmica, temos três leis em que todo o estudo do movimento pode ser resumido. São as chamadas leis de Newton:

Primeira lei de Newton – a lei da inércia, que descreve o que ocorre com corpos que estão em equilíbrio.

Segunda lei de Newton – o princípio fundamental da dinâmica, que descreve o que ocorrer com corpos que não estão em equilíbrio.

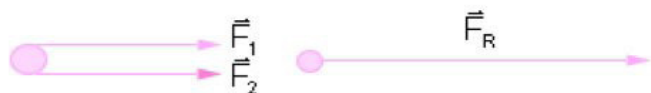
Terceira lei de Newton – a lei da ação e reação, que explica o comportamento de dois corpos interagindo entre si.

Força Resultante

A determinação de uma força resultante é definida pela intensidade, direção e sentido que atuam sobre o objeto. Veja diferentes cálculos da força resultante:

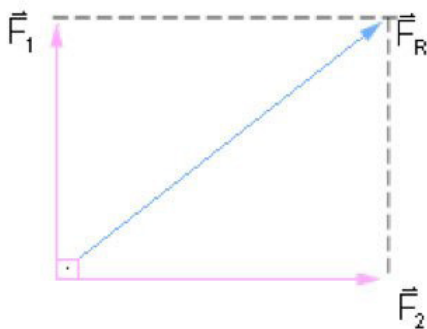
Caso 1 – Forças com mesma direção e sentido.

$$\text{Se } \alpha = 0^\circ \Rightarrow F_R = F_1 + F_2$$



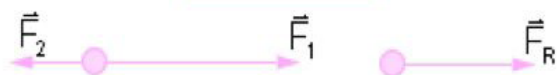
Caso 2 – Forças perpendiculares.

$$\text{Se } \alpha = 90^\circ \Rightarrow F_R^2 = F_1^2 + F_2^2$$



Caso 3 – Forças com mesma direção e sentidos opostos

$$\text{Se } \alpha = 180^\circ \Rightarrow \vec{F}_R = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$



$\vec{F}_R \Rightarrow$ tem a direção e o sentido da força de maior módulo

Caso 4 – Caso Geral – Com base na lei dos Cossenos

$$\text{Se } \alpha = \text{qualquer} \Rightarrow F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$$



A Segunda lei de Newton

Quando há uma força resultante, caímos na segunda lei de Newton que diz que, nestas situações, o corpo irá sofrer uma aceleração. Força resultante e aceleração são duas grandezas físicas intimamente ligadas e diretamente proporcionais, ou seja, se aumentarmos a força, aumentamos a aceleração na mesma proporção. Essa constante é a massa do corpo em que é aplicada a força resultante. Por isso, a segunda lei de Newton é representada matematicamente pela fórmula:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

A segunda lei de Newton também nos ensina que força resultante e aceleração serão vetores sempre com a mesma direção e sentido.

Unidades de força e massa no Sistema Internacional:

Força – newton (N).

Massa – quilograma (kg).

A terceira Lei de Newton

A terceira lei, também conhecida como lei da ação e reação diz que, se um corpo faz uma força em outro, imediatamente ele receberá desse outro corpo uma força de igual intensidade, igual direção e sentido oposto à força aplicada, como é mostrado na figura a seguir.



Leis de Newton

Em primeiro lugar, para que se possa entender as famosas leis de Newton, é necessário ter o conhecimento do conceito de força. Assim existem alguns exemplos que podem definir tal conceito, como a força exercida por uma locomotiva para arrastar os vagões, a força exercida pelos jatos d'água para que se acione as turbinas ou a força de atração da terra sobre os corpos situados próximo à sua superfície. Porém é necessário também definir o seu módulo, sua direção e o seu sentido, para que a força possa ser bem entendida, sendo que o conceito que melhor a defini é uma grandeza vetorial e poderá, portanto ser representada por um vetor. Então podemos concluir que: peso de um corpo é a força com que a terra atrai este corpo.

Podemos definir as forças de atração, como aquela em que se tem a necessidade de contato entre os corpos (ação à distância). Para que se possa medir a quantidade de força usada em nossos dias, os pesquisadores estabeleceram a medida de 1 quilograma força = 1 kgf, sendo este o peso de um quilograma-padrão, ao nível do mar e a 45º de latitude. Um dinamômetro, aparelho com o qual se consegue saber a força usada em determinados casos, se monta colocando pesos de 1 kgf, 2 kgf, na extremidade de uma mola, onde as balanças usadas em muitas farmácias contém tal método, onde podemos afirmar que uma pessoa com aproximadamente 100 Kg, pesa na realidade 100 kgf.

Outra unidade para se saber a força usada, também muito utilizada, é o newton, onde 1 newton = 1 N e equivale a 1kgf = 9,8 N. Portanto, conforme a tabela, a força de 1 N equivale, aproximadamente, ao peso de um pacote de 100 gramas (0,1 kgf). Segundo Aristóteles, ele afirmava que “um corpo só poderia permanecer em movimento se existisse uma força atuando sobre ele. Então, se um corpo estivesse em repouso e nenhuma força atuasse sobre ele, este corpo permaneceria em repouso. Quando uma força agisse sobre o corpo, ele se poria em movimento mas, cessando a ação da força, o corpo voltaria ao repouso” conforme figura abaixo. A primeira vista tais idéias podem estas certas, porém com o passar do tempo descobriu-se que não eram bem assim.

Segundo Galileu, devido às afirmações de Aristóteles, decidiu analisar certas experiências e descobriu que uma esfera quando empurrada, se movimentava, e mesmo cessando a força principal, a mesma continuava a se movimentar por um certo tempo, gerando assim uma nova conclusão sobre as afirmações de Aristóteles. Assim Galileu, verificou que um corpo podia estar em movimento sem a ação de uma força que o empurrasse, conforme figura demonstrando tal experiência. Galileu repetiu

a mesma experiência em uma superfície mais lisa, e chegou a conclusão que o corpo percorria uma distância maior após cessar a ação da força, concluindo que o corpo parava, após cessado o empurrão, em virtude da ação do atrito entre a superfície e o corpo, cujo efeito sempre seria retardar o seu movimento. Segundo a conclusão do próprio Galileu podemos considerar que: se um corpo estiver em repouso, é necessária a ação de uma força sobre ele para colocá-lo em movimento. Uma vez iniciado o movimento, cessando a ação das forças que atuam sobre o corpo, ele continuará a se mover indefinidamente, em linha reta, com velocidade constante.

Todo corpo que permanece em seu estado de repouso ou de movimento, é considerado segundo Galileu como um corpo em estado de Inércia. Isto significa que se um corpo está em inércia, ele ficará parado até que sob ele seja exercida uma ação para que ele possa sair de tal estado, onde se a força não for exercida o corpo permanecerá parado. Já um corpo em movimento em linha reta, em inércia, também deverá ser exercido sob ele uma força para movimentá-lo para os lados, diminuindo ou aumentando a sua velocidade. Vários são os estados onde tal conceito de Galileu pode ser apontado, como um carro considerado corpo pode se movimentar em linha reta ou como uma pessoa dormindo estando em repouso (por inércia), tende a continuar em repouso.

Primeira Lei de Newton

A primeira lei de Newton pode ser considerada como sendo uma síntese das idéias de Galileu, pois Newton se baseou em estudos de grandes físicos da Mecânica, relativas principalmente a Inércia; por este fato pode-se considerar também a primeira lei de Newton como sendo a lei da Inércia. Conforme Newton, a primeira Lei diz que: Na ausência de forças, um corpo em repouso continua em repouso e um corpo em movimento move-se em linha reta, com velocidade constante. Para que ocorra um equilíbrio de uma partícula é necessário que duas forças ajam em um corpo, sendo que as mesmas podem ser substituídas por uma resultante r das duas forças exercidas, determinada em módulo, direção e sentido, pela regra principal do paralelogramo.

Podemos concluir que: quando a resultante das forças que atuam em um corpo for nula, se ele estiver em repouso continuará em repouso e, se ele estiver em movimento, estará se deslocando com movimento retilíneo uniforme. Para que uma partícula consiga o seu real equilíbrio é necessário que:

- a partícula esteja em repouso
- a partícula esteja em movimento retilíneo uniforme.

Segunda Lei de Newton

Para que um corpo esteja em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, é necessário que o mesmo encontre-se com a resultante das forças que atuam sobre o corpo, nula, conforme vimos anteriormente. Um corpo, sob a ação de uma força única, adquire uma aceleração, isto é, se F diferente de 0 temos a (vetor) diferente de 0. Podemos perceber que:

- duplicando F , o valor de a também duplica.
- triplicando F , o valor de a também triplica.

Podemos concluir que:

- a força F que atua em um corpo é diretamente proporcional à aceleração a que ela produz no corpo, isto é, $F \propto a$.
- a massa de um corpo é o quociente entre a força que atua no corpo e a aceleração que ela produz nele, sendo:

$$M = \frac{F}{A}$$

Quanto maior for a massa de um corpo, maior será a sua inércia, isto é, a massa de um corpo é uma medida de inércia deste corpo. A resultante do vetor a terá sempre a mesma direção e o mesmo sentido do vetor F , quando se aplica uma força sobre um corpo, alterando a sua aceleração. De acordo com Newton, a sua Segunda Lei diz o seguinte: A aceleração que um corpo adquire é diretamente proporcional à resultante das forças que atuam nele e tem a mesma direção e o mesmo sentido desta resultante, sendo uma das leis básicas da Mecânica, utilizada muito na análise dos movimentos que observamos próximos à superfície da Terra e também no estudo dos movimentos dos corpos celestes.

Para a Segunda Lei de Newton, não se costuma usar a medida de força de 1 kgf (quilograma-força); sendo utilizado o Sistema Internacional de Unidades (S.I.), o qual é utilizado pelo mundo todo, sendo aceito e aprovado conforme decreto lei já visto anteriormente. As unidades podem ser sugeridas, desde que tenham-se como padrões as seguintes medidas escolhidas pelo S.I.:

A unidade de comprimento: 1 metro (1 m)

A unidade de massa: 1 quilograma (1 Kg)

A unidade de tempo: 1 segundo (s)

O Sistema MKS, é assim conhecido por ser o Sistema Internacional da Mecânica, de uso exclusivo dessa área de atuação, pelos profissionais. Para as unidades derivadas, são obtidas a partir de unidades fundamentais, conforme descreve o autor:

De área (produto de dois comprimentos) = $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}^2$

De volume (produto de três comprimentos) = $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}^3$

De velocidade (relação entre comprimento e tempo) = $1 \text{ m}/1 \text{ s} = 1 \text{ m/s}$

De aceleração (entre velocidade e tempo) = $1 \text{ m/s}/1 \text{ s} = 1 \text{ m/s}^2$

Podemos definir que: $1 \text{ N} = 1 \text{ g m/s}^2$, ou seja, 1 N é a força que, atuando na massa de 1 Kg , imprime a esta massa a aceleração de 1 m/s^2 . Para a Segunda Lei de Newton, deve-se usar as seguintes unidades:

R (em N)

m (em kg)

a (em m/s^2)

Terceira Lei de Newton

Segundo Newton, para que um corpo sofra ação é necessário que a ação provocada para tal movimentação, também seja provocada por algum outro tipo de força. Tal definição ocorreu segundo estudos no campo da Dinâmica. Além disso, Newton, percebeu também que na interação de dois corpos, as forças

sempre se apresentam aos pares: para cada ação de um corpo sobre outro existirá sempre uma ação contrária e igual deste outro sobre o primeiro. Podemos concluir que: Quando um corpo A exerce uma força sobre um corpo B, o corpo B reage sobre A com uma força de mesmo módulo, mesma direção e de sentido contrário.

As forças de ação e reação são enunciadas conforme a terceira lei de Newton, sendo que a ação está aplicada em um corpo, e a reação está aplicada no corpo que provocou a ação, isto é, elas estão aplicadas em corpos diferentes. As forças de ação e reação não podem se equilibrar segundo Newton, porque para isso, seria necessário que elas estivessem aplicadas em um mesmo corpo, o que nunca acontece. Podemos considerar o atrito, como sendo a tendência de um corpo não se movimentar em contato com a superfície. O corpo em repouso indica que vai continuar em repouso, pois as forças resultantes sobre o corpo é nula. Porém deve existir uma força que atuando no corpo faz com que ele permaneça em repouso, sendo que este equilíbrio (corpo em repouso e superfície) é consequência direta do atrito, denominada de força de atrito. Podemos então perceber que existe uma diferença muito grande entre atrito e força de atrito.

Podemos definir o atrito como: a força de atrito estático f , que atua sobre um corpo é variável, estando sempre a equilibrar as forças que tendem a colocar o corpo em movimento. A força de atrito estático cresce até um valor máximo. Este valor é dado em micras, onde a micra é o coeficiente de atrito estático entre as superfícies. Toda força que atua sobre um corpo em movimento é denominada de força de atrito cinético. Pequena biografia de Isaac Newton: Após a morte de Galileu, em 1642, nascia uma na pequena cidade da Inglaterra, Issac Newton, grande físico e matemático que formulou as leis básicas da Mecânica. Foi criado por sua avó sendo abandonado quando ainda criança, pela mãe, marcando a vida de Newton pelo seu temperamento tímido, introspectivo, intolerante que o caracterizou quando adulto. Com a morte de seu padrasto, é solicitado a assumir a fazenda da família, demonstrando pouco interesse, tornando-se num verdadeiro fracasso.

Aos 18 anos, em 1661, Newton é enviado ao Trinity College da Universidade de Cambridge (próximo a Londres), para prosseguir seus estudos. Dedicou-se primeiramente ao estudo da Matemática e em 1664, escrevia seu primeiro trabalho (não publicado) com apenas 21 anos de idade, sob a forma de anotações, denominado "Algumas Questões Filosóficas". Em 1665, com o avanço da peste negra (peste bubônica), newton retornou a sua cidade natal, refugiando-se na tranquila fazenda de sua família, onde permaneceu por 18 meses, até que os males da peste fossem afastados, permitindo o seu retorno a Cambridge. Alguns trabalhos executados por Newton durante seu refúgio:

- Desenvolvimento em série da potência de um binômio ensinado atualmente nas escolas com o nome de "binômio de Newton".

- Criação e desenvolvimento das bases do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral, uma poderosa ferramenta para o estudo dos fenômenos físicos, que ele próprio utilizou pela primeira vez.

- Estudo de alguns fenômenos óticos, que culminaram com a elaboração de uma teoria sobre as cores dos corpos.

- Concepção da 1ª e da 2ª leis do movimento (1ª e 2ª leis de Newton), lançando, assim, as bases da Mecânica.
- Desenvolvimento das primeiras idéias relativas à Gravidade Universal.

Em 1667, retornando a Cambridge, dedicou-se a desenvolver as ideias que havia concebido durante o tempo que permaneceu afastado da Universidade. Aos 50 anos de idade Newton, abandonava a carreira universitária em busca de uma profissão mais rendosa. Em 1699 foi nomeado diretor da Casa da Moeda de Londres, recebendo vencimentos bastante elevados, que tornaram um homem rico. Neste cargo, desempenhou brilhante missão, conseguindo reestruturar as finanças inglesas, então bastante abaladas. Foi membro do Parlamento inglês, em 1705, aos 62 anos de idade, sagrando-se cavaleiro pela rainha da Inglaterra, o que lhe dava condição de nobreza e lhe conferia o título de "Sir", passando a ser tratado como Sir Issac Newton. Até 1703 até a sua morte em 1727, Newton permaneceu na presidência da Real Academia de Ciências de Londres. Com a modéstia própria de muitos sábios, Newton afirmava que ele conseguiu enxergar mais longe do que os outros colegas porque se apoiou em "ombros de gigantes".

Aplicações Envolvendo Forças de Atrito

Podemos perceber a existência da força de atrito e entender as suas características através de uma experiência muito simples. Tomemos uma caixa bem grande, colocada no solo, contendo madeira. Podemos até imaginar que, à menor força aplicada, ela se deslocará. Isso, no entanto, não ocorre. Quando a caixa ficar mais leve, à medida que formos retirando a madeira, atingiremos um ponto no qual conseguiremos movimentá-la. A dificuldade de mover a caixa é devida ao surgimento da força de atrito F_{at} entre o solo e a caixa.



Várias experiências como essa levam-nos às seguintes propriedades da força de atrito (direção, sentido e módulo):

Direção: As forças de atrito resultantes do contato entre os dois corpos sólidos são forças tangenciais à superfície de contato. No exemplo acima, a direção da força de atrito é dada pela direção horizontal. Por exemplo, ela não aparecerá se você levantar a caixa.

Sentido: A força de atrito tende sempre a se opor ao movimento relativo das superfícies em contato. Assim, o sentido da força de atrito é sempre o sentido contrário ao movimento relativo das superfícies



Módulo: Sobre o módulo da força de atrito cabem aqui alguns esclarecimentos: enquanto a força que empurra a caixa for pequena, o valor do módulo da força de atrito é igual à força que empurra a caixa. Ela anula o efeito da força aplicada. Uma vez iniciado o movimento, o módulo da força de atrito é proporcional à força (de reação) do plano-N.

$$\text{Escrevemos: } F_{at} = \mu \cdot N$$

O coeficiente μ é conhecido como coeficiente de atrito. Como a força de atrito será tanto maior quanto maior for μ , vê-se que ele expressa propriedades das superfícies em contato (da sua rugosidade, por exemplo). Em geral, devemos considerar dois coeficientes de atrito: um chamado cinemático μ_c e outro, estático, μ_e . Em geral, $\mu_e > \mu_c$, refletindo o fato de que a força de atrito é ligeiramente maior quando o corpo está a ponto de se deslocar (atrito estático) do que quando ela está em movimento (atrito cinemático).

O fato de a força de atrito ser proporcional à força de reação normal representa a observação de que é mais fácil empurrar uma caixa à medida que a vamos esvaziando. Representa também por que fica mais difícil empurrá-la depois que alguém se senta sobre ela (ao aumentar o peso N também aumenta).

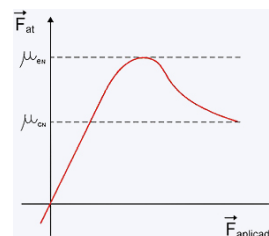
Podemos resumir o comportamento do módulo da força de atrito em função de uma força externa aplicada a um corpo, a partir do gráfico ao lado.

Note-se nesse gráfico que, para uma pequena força aplicada ao corpo, a força de atrito é igual à mesma. A força de atrito surge tão somente para impedir o movimento. Ou seja, ela surge para anular a força aplicada. No entanto, isso vale até um certo ponto. Quando o módulo da força aplicada for maior do que

$$F_{at}^e = \mu_e N$$

O corpo se desloca. Esse é o valor máximo atingido pela força de atrito. Quando o corpo se desloca, a força de atrito diminui, se mantém constante e o seu valor é

$$F_{at}^c = \mu_c N$$



Origem da Força de Atrito

A força de atrito se origina, em última análise, de forças interatômicas, ou seja, da força de interação entre os átomos.

Quando as superfícies estão em contato, criam-se pontos de aderência ou colagem (ou ainda solda) entre as superfícies. É o resultado da força atrativa entre os átomos próximos uns dos outros.

Se as superfícies forem muito rugosas, a força de atrito é grande porque a rugosidade pode favorecer o aparecimento de vários pontos de aderência.

Isso dificulta o deslizamento de uma superfície sobre a outra. Assim, a eliminação das imperfeições (polindo as superfícies) diminui o atrito. Mas isto funciona até um certo ponto. À medida que a superfície for ficando mais e mais lisa o atrito aumenta. Aumenta-se, no polimento, o número de pontos de “solda”. Aumentamos o número de átomos que interagem entre si. Pneus “carecas” reduzem o atrito e, por isso, devem ser substituídos. No entanto, pneus muito lisos (mas bem constituídos) são utilizados nos carros de corrida.

Força de Atrito no Cotidiano

A força de atrito é muito comum no nosso mundo físico. É ela que torna possível o movimento da grande maioria dos objetos que se movem apoiados sobre o solo. Vamos dar três exemplos:

Movimento dos Animais

Os animais usam as patas ou os pés (o caso do homem) para se movimentar. O que esses membros fazem é comprimir o solo e forçá-lo ligeiramente para trás. Ao fazê-lo surge a força de atrito. Como ela é do contra (na direção contrária ao movimento), a força de atrito surge nas patas ou pés impulsionando os animais ou o homem para frente.

Movimento dos Veículos a motor

As rodas dos veículos, cujo movimento é devido à queima de combustível do motor, são revestidas por pneus. A função dos pneus é tirar o máximo proveito possível da força de atrito (com o intuito de tirar esse proveito máximo, as equipes de carros de corrida trocam frequentemente os pneus).

Os pneus, acoplados às rodas, impulsionam a Terra para trás. O surgimento da força de atrito impulsiona o veículo para frente.

Quando aplicamos o freio vale o mesmo raciocínio anterior e a força de atrito atua agora no sentido contrário ao do movimento do veículo como um todo.

Impedindo a Derrapagem

A força de atrito impede a derrapagem nas curvas, isto é, o deslizamento de uma superfície - dos pneus - sobre a outra (o asfalto).

Momento linear, conservação do momento linear, impulso e variação do momento linear

O Momento linear (também chamado de quantidade de movimento linear ou momentum linear, a que a linguagem popular chama, por vezes, balanço ou “embalo”) é uma das duas grandezas físicas fundamentais necessárias à correta descrição do inter-relacionamento (sempre mútuo) entre dois entes ou sistemas físicos. A segunda grandeza é a energia. Os entes ou

sistemas em interação trocam energia e momento, mas o fazem de forma que ambas as grandezas sempre obedeçam à respectiva lei de conservação.

Em mecânica clássica o momento linear é definido pelo produto entre massa e velocidade de um corpo. É uma grandeza vetorial, com direção e sentido, cujo módulo é o produto da massa pelo módulo da velocidade, e cuja direção e sentido são os mesmos da velocidade. A quantidade de movimento total de um conjunto de objetos permanece inalterada, a não ser que uma força externa seja exercida sobre o sistema. Esta propriedade foi percebida por Newton e publicada na obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, na qual Newton define a quantidade de movimento e demonstra a sua conservação.

Particularmente importante não só em mecânica clássica como em todas as teorias que estudam a dinâmica de matéria e energia (relatividade, mecânica quântica, etc.), é a relação existente entre o momento e a energia para cada um dos entes físicos. A relação entre energia e momento é expressa em todas as teorias dinâmicas, normalmente via uma relação de dispersão para cada ente, e grandezas importantes como força e massa têm seus conceitos diretamente relacionados com estas grandezas.

Fórmulas

Na física clássica, a quantidade de movimento linear ($\vec{P}$) é definida pelo produto de massa (m) e velocidade ($\vec{v}$).

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v}$$

O valor é constante em sistemas nos quais não há forças externas atuando.

Mesmo em uma colisão inelástica - onde a conservação da energia mecânica não é observada - a conservação do momento linear permanece válida se sobre o sistema não atuar força externa resultante.

A unidade da quantidade de movimento linear no SI é o quilograma.metro por segundo(kg.m/s).

Sistema mecânico

Diz-se que um sistema está mecanicamente isolado quando o somatório das forças externas é nulo.

Consideremos um casal patinando sobre uma pista de gelo, desprezando os efeitos do ar e as forças de atrito entre a pista e as botas que eles estão usando. Veja que na vertical, a força peso é equilibrada com a normal, ou seja $P = N$, tanto no homem quanto na mulher, e neste eixo as forças se cancelam.

Mesmo que o casal resolva empurrar um ao outro (a terceira lei de Newton garante que o empurrão é sempre mútuo), não haverá força externa resultante uma vez que a força externa expressa a interação de um ente pertencente ao sistema com outro externo ao sistema: apesar de haver força resultante tanto no homem como sobre a mulher, ambos estão dentro do sistema em questão, e estas forças são forças internas ao mesmo. Na ausência de forças externas há conservação do momento linear do sistema. A conservação do momento linear permite calcular a razão entre a velocidade do homem e a velocidade da mulher

após o empurrão, conhecidas as suas massas e velocidades iniciais: Como o momento total deve ser conservado, a variação da velocidade do homem é $V_H = -M_M / M_H V_M$, onde V_M é a variação da velocidade da mulher.

A variação da quantidade de movimento é chamada Impulso.

Fórmula: $I = \Delta P = P_f - P_o$

I = Impulso, a unidade usada é N.s (Newton vezes segundo)

Lei da Variação do Momento Linear (ou da Variação da Quantidade de Movimento)

O impulso de uma força constante que actua num corpo durante um intervalo de tempo é igual à variação do momento linear desse corpo, nesse intervalo de tempo,

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

ou seja,

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Princípio da Conservação do Momento Linear

Quando dois ou mais corpos interagem, o momento linear desse sistema (conjunto dos corpos) permanece constante:

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$

Colisões entre partículas, elásticas e inelásticas, uni e bidimensionais

Empregamos o termo de colisão para representar a situação na qual duas ou mais partículas interagem durante um tempo muito curto. Supomos que as forças impulsivas devidas a colisão são muito maiores que qualquer outra força externa presente.

O momento linear total é conservado nas colisões. No entanto, a energia cinética não se conserva devido a que parte da energia cinética se transforma em energia térmica e em energia potencial elástica interna quando os corpos se deformam durante a colisão.

Definimos colisão inelástica como a colisão na qual não se conserva a energia cinética. Quando dois objetos que chocam e ficam juntos depois do choque dizemos que a colisão é perfeitamente inelástica. Por exemplo, um meteorito que se choca com a Terra.

Em uma colisão elástica a energia cinética se conserva. Por exemplo, as colisões entre bolas de bilhar são aproximadamente elásticas. A nível atômico as colisões podem ser perfeitamente elásticas.

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + Q$$

A grandeza Q é a diferença entre as energias cinéticas depois e antes da colisão. Q toma o valor zero nas colisões perfeitamente elásticas, porém pode ser menor que zero se no choque se perde energia cinética como resultado da deformação, ou pode ser maior que zero, se a energia cinética das partículas depois da

colisão é maior que a inicial, por exemplo, na explosão de uma granada ou na desintegração radiativa, parte da energia química ou energia nuclear se converte em energia cinética dos produtos.

Coefficiente de Restituição

Foi encontrado experimentalmente que em uma colisão frontal de duas esferas sólidas como as que experimentam as bolas de bilhar, as velocidades depois do choque estão relacionadas com as velocidades antes do choque, pela expressão

$$v_1 - v_2 = -e(u_1 - u_2)$$



onde e é o coeficiente de restituição e tem um valor entre 0 e 1, relação foi proposta por Newton. O valor de um é para um choque perfeitamente elástico e o valor de zero para um choque perfeitamente inelástico.

O coeficiente de restituição é a razão entre a velocidade relativa de afastamento depois do choque, e a velocidade relativa de aproximação antes do choque das partículas.

Colisão Elástica

Para dois corpos A e B em colisão elástica, não há perda de energia cinética (conservação da energia) entre os instantes antes e depois do choque. As energias cinéticas são escritas como

$$\frac{m_A v_{A1}^2}{2} + \frac{m_B v_{B1}^2}{2} = \frac{m_A v_{A2}^2}{2} + \frac{m_B v_{B2}^2}{2}$$

A quantidade de movimento é conservada por ser nulo o somatório das forças externas e para os dois corpos A e B os seus momentos lineares antes e depois da colisão são dados por:

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$

Colocando-se as massas m_A e m_B em evidência, temos

$$m_A (v_{A1}^2 - v_{A2}^2) = m_B (v_{B2}^2 - v_{B1}^2)$$

Podendo ser escrito como

$$m_A (v_{A1} - v_{A2})(v_{A1} + v_{A2}) = m_B (v_{B2} - v_{B1})(v_{B2} + v_{B1})$$

Reescrevendo a primeira equação após colocarmos as massas em evidência tem-se

$$m_A (v_{A1} - v_{A2}) = m_B (v_{B2} - v_{B1})$$

Dividindo-se a segunda equação pela terceira equação encontramos

$$v_{A1} + v_{A2} = v_{B2} + v_{B1}$$

em termos das velocidades relativas antes e depois do choque, a quarta equação terá a forma

$$v_{B2} - v_{A2} = -(v_{B1} - v_{A1})$$

Para o cálculo da colisão elástica, empregamos a primeira e a quinta equação em conjunto. A relação entre a velocidade relativa dos dois corpos depois do choque e a velocidade relativa dos corpos antes do choque é denominada coeficiente de restituição e, mostrado na sexta equação.

$$e = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{-(v_{B1} - v_{A1})}$$

O coeficiente de restituição “e” assume sempre o valor e = 1 para a colisão perfeitamente elástica.

Colisão Inelástica

Para dois corpos A e B em colisão inelástica, há perda de energia cinética, mas conservando-se a energia mecânica. Após o choque, os corpos deslocam-se em conjunto com velocidades finais iguais e um coeficiente de restituição e = 0.

Como é válida a conservação da quantidade de movimento

$$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v_{AB}$$

O que é importante lembrar? As colisões são divididas em dois grupos: as Elásticas e as Inelásticas (essa subdivida em colisões inelásticas e perfeitamente inelásticas). A colisão inelástica tem como característica o fato do momento linear do sistema se conservar, mas a energia cinética do sistema não. A colisão elástica tem como propriedade o fato de tanto o momento linear como a energia cinética do sistema se conservarem.

Estudo das Colisões

Quando dois corpos colidem como, por exemplo, no choque entre duas bolas de bilhar, pode acontecer que a direção do movimento dos corpos não seja alterada pelo choque, isto é, eles se movimentam sobre uma mesma reta antes e depois da colisão. Quando isso acontece, dizemos que ocorreu uma colisão unidimensional.

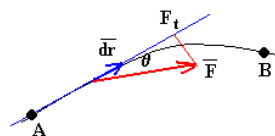
Entretanto, pode ocorrer que os corpos se movimentem em direções diferentes, antes ou depois da colisão. Nesse caso, a colisão é denominada de colisão bidimensional.

Para uma colisão unidimensional entre duas partículas, temos que:

$$M_1 V_{1i} + M_2 V_{2i} = M_1 V_{1f} + M_2 V_{2f}$$

Conceito de Trabalho

Se denomina trabalho infinitesimal, ao produto escalar do vetor força pelo vetor deslocamento.



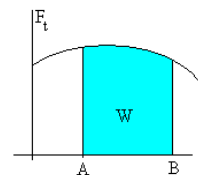
$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F ds \cos \theta = F_t ds$$

Onde F_t é a componente da força ao longo do deslocamento, ds é o módulo do vetor deslocamento dr , e θ o ângulo que forma o vetor força com o vetor deslocamento.

O trabalho total ao longo da trajetória entre os pontos A e B é a soma de todos os trabalhos infinitesimais

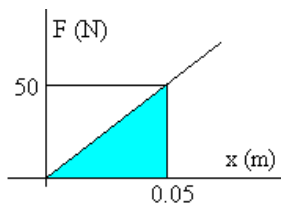
$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\text{Menor valor}}^{\text{Maior valor}} F ds \cos(\theta) = \int_{\text{Menor valor}}^{\text{Maior valor}} F_t ds$$

Seu significado geométrico é a área sob a representação gráfica da função que relaciona a componente tangencial da força F_t e o deslocamento s .



Exemplo: Calcular o trabalho necessário para alongar uma mola 5 cm, se a constante da mola é 1000 N/m.

A força necessária para deformar uma mola é $F=1000 \cdot x$ N, onde x é a deformação. O trabalho desta força é calculado mediante a integral



$$W = \int_0^{0,05} 1000x \cdot dx = 1000 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,05} = 1000 \frac{0,05^2}{2} = 1,25 \text{ J}$$

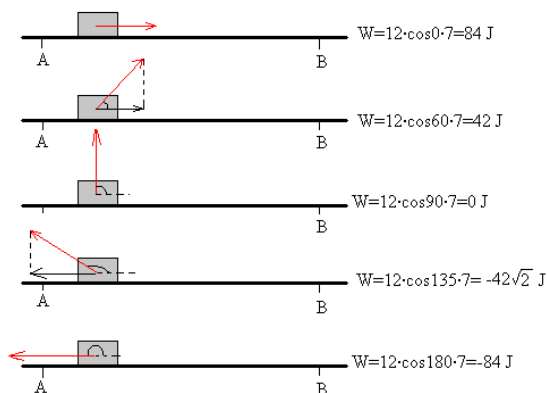
A área do triângulo da figura é $(0,05 \cdot 50)/2 = 1,25 \text{ J}$

Quando a força é constante, o trabalho é obtido multiplicando a componente da força ao longo do deslocamento pelo deslocamento.

$$W = F_t \cdot s$$

Exemplo:

Calcular o trabalho de uma força constante de 12 N, cujo ponto de aplicação se translada 7 m, se o ângulo entre as direções da força e do deslocamento são 0° , 60° , 90° , 135° , 180° .



- Se a força e o deslocamento tem o mesmo sentido, o trabalho é positivo
- Se a força e o deslocamento tem sentidos contrários, o trabalho é negativo
- Se a força é perpendicular ao deslocamento, o trabalho é nulo.

Conceito de Energia Cinética

Suponhamos que F é a resultante das forças que atuam sobre uma partícula de massa m . O trabalho desta força é igual a diferença entre o valor final e o valor inicial da energia cinética da partícula.

$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B F_t ds = \int_A^B m a_t ds = \int_A^B m \frac{dv}{dt} ds = \int_A^B m \frac{ds}{dt} dv = \int_A^B m v dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

Na primeira linha aplicamos a segunda lei de Newton; a componente tangencial da força é igual ao produto da massa pela aceleração tangencial.

Na segunda linha, a aceleração tangencial a_t é igual a derivada do módulo da velocidade, e o quociente entre o deslocamento ds e o tempo dt gasto em deslocar-se é igual a velocidade v do móvel.

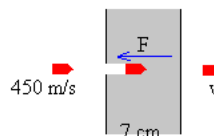
Define-se energia cinética pela expressão

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

O teorema do trabalho-energia indica que o trabalho da resultante das forças que atuam sobre uma partícula modifica sua energia cinética.

Exemplo: Achar a velocidade com a qual sai uma bala depois de atravessar uma tabela de 7 cm de espessura e que opõe uma resistência constante de $F=1800 \text{ N}$. A velocidade inicial da bala é de 450 m/s e sua massa é de 15 g .

O trabalho realizado pela força F é $-1800 \cdot 0,07 = -126 \text{ J}$



A velocidade final v é

$$-126 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 v^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot 450^2 \quad v = 431 \text{ m/s}$$

Força Conservativa - Energia Potencial

Uma força é conservativa quando o trabalho de esta força é igual a diferença entre os valores inicial e final de uma função que só depende das coordenadas. A dita função é denominada energia potencial.

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB} \quad E_p = E_p(x, y, z)$$

O trabalho de uma força conservativa não depende do caminho seguido para ir do ponto A ao ponto B.

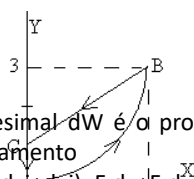
O trabalho de uma força conservativa ao longo de um caminho fechado é zero.

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Exemplo: Sobre uma partícula atua a força $\mathbf{F} = 2xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j}$ N

Calcular o trabalho efetuado pela força ao longo do caminho fechado ABCA.

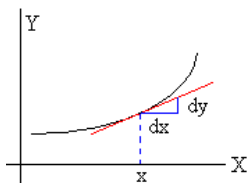
- A curva AB é um ramo de parábola $y = x^2/3$.
- BC é o segmento de reta que passa pelos pontos (0,1) e (3,3) e
- CA é a porção do eixo Y que vai desde a origem ao ponto (0,1)



O trabalho infinitesimal dW é o produto escalar do vetor força pelo vetor deslocamento

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}) \cdot (dx \mathbf{i} + dy \mathbf{j}) = F_x dx + F_y dy$$

As variáveis x e y são relacionadas através da equação da trajetória $y = f(x)$, e os deslocamentos infinitesimais dx e dy são relacionadas através da interpretação geométrica da derivada $dy = f'(x) \cdot dx$. onde $f'(x)$ quer dizer, derivada da função $f(x)$ relativo a x .



Vamos calcular o trabalho em cada um dos ramos e o trabalho total no caminho fechado.

- Ramo AB

Trajectoria $y = x^2/3$, $dy = (2/3)x \cdot dx$.

$$dW = F_x dx + F_y dy = 2x \frac{x^2}{3} dx + x^2 \frac{2}{3} x dx = \frac{4}{3} x^3 dx$$

$$W_{AB} = \int_0^3 \frac{4}{3} x^3 dx = 27 \text{ J}$$

- Ramo BC

A trajetória é a reta que passa pelos pontos (0,1) e (3,3). Se trata de uma reta de inclinação $2/3$ e cuja ordenada na origem é 1.

$$y = (2/3)x + 1, \quad dy = (2/3) \cdot dx$$

$$dW = F_x dx + F_y dy = 2x \left(\frac{2}{3}x + 1 \right) dx + x^2 \frac{2}{3} dx = (2x^2 + 2x) dx$$

$$W_{BC} = \int_1^3 (2x^2 + 2x) dx = -27 \text{ J}$$

- Ramo CA

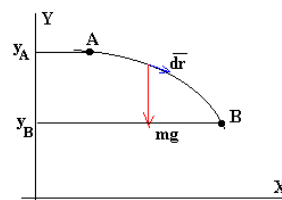
A trajetória é a reta $x=0$, $dx=0$, A força $F=0$ e por tanto, o trabalho $W_{CA}=0$

O trabalho total

$$W_{ABCA} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 27 + (-27) + 0 = 0$$

O Peso é uma Força Conservativa

Calculemos o trabalho da força peso $\mathbf{F} = -mg \mathbf{j}$ quando o corpo se desloca da posição A cuja ordenada é y_A até a posição B cuja ordenada é y_B .



$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B -mg \mathbf{j} \cdot (dx \mathbf{i} + dy \mathbf{j}) = \int_A^B -mg \cdot dy = mgy_A - mgy_B$$

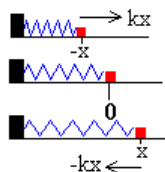
A energia potencial E_p correspondente a força conservativa peso tem a forma funcional

$$E_p = mgy + c$$

Onde c é uma constante aditiva que nos permite estabelecer o nível zero da energia potencial.

A Força que exerce uma Mola é Conservativa

Como vemos na figura quando um mola se deforma x , exerce uma força sobre a partícula proporcional a deformação x e de sinal contrária a esta.



Para $x > 0$, $F = -kx$

Para $x < 0$, $F = kx$

O trabalho desta força é, quando a partícula se desloca da posição x_A a posição x_B é

$$\int_A^B F dx = \int_A^B -kx dx = -\frac{1}{2}kx_A^2 + \frac{1}{2}kx_B^2$$

A função energia potencial E_p correspondente a força conservativa F vale

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + c$$

O nível zero de energia potencial é estabelecido do seguinte modo: quando a deformação é zero $x=0$, o valor da energia potencial é tomado zero, $E_p=0$, de modo que a constante aditiva vale $c=0$.

$$F = -kx \quad E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Princípio de Conservação da Energia

Se somente uma força conservativa F atua sobre uma partícula, o trabalho desta força é igual a diferença entre o valor inicial e final da energia potencial

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

Como vimos no relato anterior, o trabalho da resultante das forças que atua sobre a partícula é igual a diferença entre o valor final e inicial da energia cinética.

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

Igualando ambos trabalhos, obtemos a expressão do princípio de conservação da energia

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

A energia mecânica da partícula (soma da energia potencial mais cinética) é constante em todos os pontos de sua trajetória.

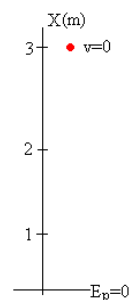
Comprovação do Princípio de Conservação da Energia

Um corpo de 2 kg é deixado cair desde uma altura de 3 m. Calcular

- A velocidade do corpo quando está a 1 m de altura e quando atinge o solo, aplicando as fórmulas do movimento retilíneo uniformemente acelerado

- A energia cinética, potencial e total nestas posições

Tomar $g=10 \text{ m/s}^2$



- Posição inicial $x=3 \text{ m}$, $v=0$.

$$E_p = 2 \cdot 10 \cdot 3 = 60 \text{ J}, E_k = 0, E_A = E_k + E_p = 60 \text{ J}$$

- Quando $x=1 \text{ m}$

$$1 = 3 + \frac{1}{2}(-10)t^2 \quad t = \sqrt{2/5} \text{ s}$$

$$v = -10 \cdot t \quad v = \sqrt{40} \text{ m/s}$$

$$E_p = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20 \text{ J}, E_k = 40, E_B = E_k + E_p = 60 \text{ J}$$

- Quando $x=0 \text{ m}$

$$0 = 3 + \frac{1}{2}(-10)t^2 \quad t = \sqrt{3/5} \text{ s}$$

$$v = -10 \cdot t \quad v = \sqrt{60} \text{ m/s}$$

$$E_p = 2 \cdot 10 \cdot 0 = 0 \text{ J}, E_k = 60, E_C = E_k + E_p = 60 \text{ J}$$

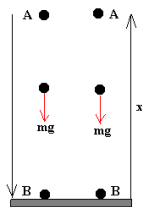
A energia total do corpo é constante. A energia potencial diminui e a energia cinética aumenta.

Forças não Conservativas

Para darmos conta do significado de uma força não conservativa, vamos compará-la com a força conservativa peso.

O Peso é uma Força Conservativa

Calculemos o trabalho da força peso quando a partícula se translada de A para B, e continuando quando se translada de B para A.



$$W_{AB} = mg \cdot x$$

$$W_{BA} = -mg \cdot x$$

O trabalho total ao longo do caminho fechado A-B-A, W_{ABA} é zero.

A Força de Atrito é uma Força não Conservativa

Quando a partícula se move de A para B, ou de B para A a força de atrito é oposta ao movimento, o trabalho é negativo por que a força é de sinal contrário ao deslocamento

$$W_{AB} = -F_r \cdot x$$

$$W_{BA} = -F_r \cdot x$$

O trabalho total ao longo do caminho fechado A-B-A, W_{ABA} é diferente de zero

$$W_{ABA} = -2F_r \cdot x$$

De um modo geral, a energia pode ser definida como capacidade de realizar trabalho ou como o resultado da realização de um trabalho. Na prática, a energia pode ser melhor entendida do que definida. Quando se olha para o Sol, tem-se a sensação de que ele é dotado de muita energia, devido à luz e ao calor que emite constantemente. A humanidade tem procurado usar a energia que a cerca e a energia do próprio corpo, para obter maior conforto, melhores condições de vida, maior facilidade de trabalho, etc.

Para a fabricação de um carro, de um caminhão, de uma geladeira ou de uma bicicleta, é preciso Ter disponível muita energia elétrica, térmica e mecânica.

A energia elétrica é muito importante para as indústrias, porque torna possível a iluminação dos locais de trabalho, o acionamento de motores, equipamentos e instrumentos de medição.

Para todas as pessoas, entre outras aplicações, serve para iluminar as ruas e as casas, para fazer funcionar os aparelhos de televisão, os eletrodomésticos e os elevadores. Por todos esses motivos, é interessante converter outras formas de energia em energia elétrica.

PRESSÃO E DENSIDADE PRESSÃO ATMOSFÉRICA E EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI PRINCÍPIOS DE PASCAL, ARQUIMEDES E STEVIN: CONDIÇÕES DE FLUTUAÇÃO, RELAÇÃO ENTRE DIFERENÇA DE NÍVEL E PRESSÃO HIDROSTÁTICA EMPUXO

Hidrostatica

A Hidrostática é a parte da Física que estuda os fluidos (tanto líquidos como os gasosos) em repouso, ou seja, que não estejam em escoamento (movimento).

Além do estudo dos fluidos propriamente ditos, serão estudadas as forças que esses fluidos exercem sobre corpos neles imersos, seja em imersão parcial, como no caso de objetos flutuantes, como os totalmente submersos.

1. Massa Específica; Densidade

Ao se afirmar que a massa específica da água é de 1000 kg/m³ estamos informando que 1 m³ de água possui uma massa de 1000 kg. Isto nos permite deduzir a definição de massa específica, que é a relação entre a massa e o volume ocupado por essa massa:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

$\mu \rightarrow$ massa específica

$m \rightarrow$ massa

$V \rightarrow$ volume

A massa específica é definida para corpos homogêneos. Já para os corpos não homogêneos essa relação é denominada densidade:

$$d = \frac{m_c}{V_c}$$

$d \rightarrow$ densidade

$m_c \rightarrow$ massa do corpo não homogêneo

$V_c \rightarrow$ volume do corpo não homogêneo

2. Pressão

A pressão é definida como a aplicação de uma força distribuída sobre uma área:

$$P = \frac{|\vec{F}|}{A}$$

$P \rightarrow$ pressão

$|\vec{F}| \rightarrow$ módulo da força

$A \rightarrow$ área de contato

A unidade de medida da pressão é newton por metro quadrado (N/m^2). A pressão pode também ser exercida entre dois sólidos. No caso dos fluidos o newton por metro quadrado é também denominado pascal (Pa).

3. Princípio de Stevin

O princípio de Stevin nos permite calcular a pressão em um líquido em repouso, estando com sua superfície livre em contato com a atmosfera:

$$P = P_{\text{atm}} + \mu gh$$

$P \rightarrow$ pressão em um certo ponto do líquido

$P_{\text{atm}} \rightarrow$ pressão atmosférica

$\mu \rightarrow$ massa específica

$g \rightarrow$ aceleração da gravidade

$h \rightarrow$ profundidade do ponto de pressão P

Uma das consequências do princípio de Stevin é:

“Em um líquido em equilíbrio, as pressões são iguais em todos os pontos da mesma horizontal”.

4. Pressão atmosférica

No planeta Terra em qualquer parte de sua superfície os corpos estão envoltos em um fluido gasoso, o ar. Como todo fluido ele causa uma pressão nos corpos nele imersos.

A pressão atmosférica deve ser expressa em Pa (N/m^2). Mas outras unidades podem ser encontradas:

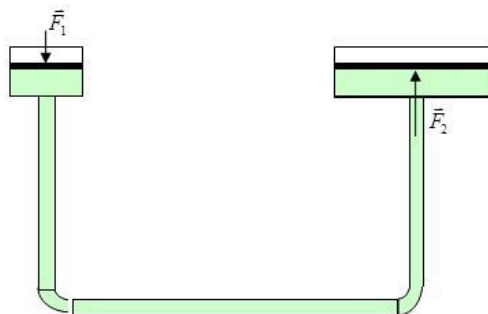
- atmosfera (atm)
- milímetros de mercúrio (mmHg) ou centímetros de mercúrio (cmHg)
- metros de coluna de água (mca).

Então, é possível relacionar as várias medidas comparando-se os valores da pressão atmosférica ao nível do mar:

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 10,2 \text{ mca} = 760 \text{ mmHg}$$

5. Princípio de Pascal

O Princípio de Pascal afirma que: “Um acréscimo de pressão exercido em qualquer ponto de um fluido é transmitido para todo o fluido”. Com esse princípio é possível construir e dimensionar macacos hidráulicos, prensas hidráulicas, etc.



Como a pressão é igual em todos os pontos do fluido e supondo a área do pistão da direita sendo 5 vezes maior que o da esquerda tem-se:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Dessa maneira uma força F_1 será, no exemplo, amplificada (F_2) cinco vezes. Esse seria a versão hidráulica da alavanca mecânica concebida por Arquimedes.

6. Princípio de Arquimedes

Deve-se também a Arquimedes a definição da força de Empuxo gerada por um corpo imerso em um fluido. “A força de empuxo de um corpo imerso em um fluido é igual ao peso do fluido deslocado”.

$$P = P_{\text{atm}} + \mu gh$$

$P \rightarrow$ pressão em um certo ponto do líquido

$P_{\text{atm}} \rightarrow$ pressão atmosférica

$\mu \rightarrow$ massa específica

$g \rightarrow$ aceleração da gravidade

$h \rightarrow$ profundidade do ponto de pressão P

Se o empuxo for maior que a força peso do corpo, a tendência do corpo é de subir com aceleração. No caso de o peso ser menor que o empuxo, a tendência é de o corpo descer com aceleração. No caso do empuxo ser igual à força peso o corpo terá a tendência de permanecer parado.

Nota: ao contrário do que se vê em muitos filmes e da crença geral, um submarino ao tentar emergir não solta subitamente toda a água armazenada em seus tanques de lastro.

Isso provocaria uma subida acelerada difícil de ser controlada. A liberação do lastro de seus tanques é feita de forma controlada, de modo a manter a força de empuxo igual à força peso, e com isto conseguir uma subida gradual, com velocidade constante. O controle é feito pela hélice de propulsão em conjunto com as aletas controladoras de movimento vertical.

Um corpo é considerado rígido quando as posições das partículas que constituem o corpo não mudam de posição durante o tempo em que ele é estudado. Vamos então considerar que um corpo rígido esteja sujeito à ação de forças sobre um mesmo plano. Assim, dizemos que esse corpo encontra-se em equilíbrio quando se encontra ao mesmo tempo em equilíbrio de rotação e translação.

A fim de garantir o equilíbrio do corpo extenso rígido sujeito a um sistema de forças, devemos impor algumas condições simultâneas. Vejamos abaixo quais são essas condições:

A primeira condição é que a resultante dos sistemas de forças deve ser nula, ou seja, a força resultante que atua no sistema do corpo rígido deve ser igual a zero, assim temos:

$$\vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

Equilíbrio de translação

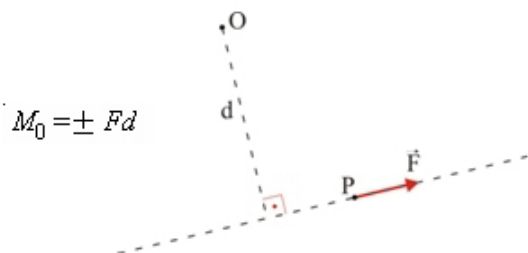
A segunda condição é que a soma algébrica dos momentos das forças do sistema, em relação a um polo arbitrário deve ser nula. Isto é:

$$\vec{M}_{F_1} + \vec{M}_{F_2} + \vec{M}_{F_3} + \dots + \vec{M}_{F_n} = 0$$

Equilíbrio de rotação

MOMENTO DA FORÇA

Chama-se torque ou momento de uma força F aplicada num ponto P , em relação a um ponto O , o produto da intensidade F da força pela distância d do ponto O à linha de ação da força.



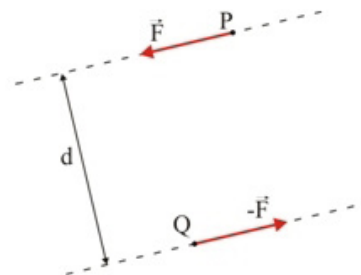
Por convenção o momento pode ser positivo ou negativo. Adota-se o sinal (+) se a força F tende a girar o segmento OP em torno de O no sentido anti-horário e (-) no sentido horário.

O ponto O é denominado pólo e a distância d , o braço.

A unidade de momento no sistema internacional (SI) é newton x metro (N.m).

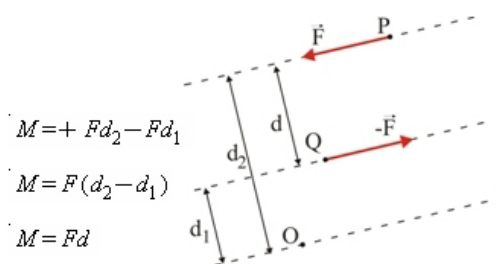
Binário

Binário é um sistema constituído de duas forças de mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, cujas linhas de ação estão a uma certa distância d . A distância d chama-se braço do binário.



Momento do binário

O momento do binário é a soma algébrica dos momentos das forças que o constituem. Assim, considerando um pólo O arbitrário e levando em conta a convenção de sinais, temos:



O binário da figura tem sentido anti-horário e seu momento resultou positivo; se tivesse sentido horário, seu momento seria negativo.

Da expressão obtida podemos concluir que o momento de um binário independe do pólo escolhido.

A resultante do binário é nula, pois as forças que o constituem têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos. Desse modo, se aplicarmos um binário a um sólido, inicialmente em repouso, este não adquire movimento de translação (pois a resultante é nula), mas adquire movimento de rotação não uniforme (pois o momento não é nulo).

Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/equilibrio-corpo-extenso.htm>

<https://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-forca/>

ENERGIA, TRABALHO E POTÊNCIA: TRABALHO, ENERGIA, POTÊNCIA E RENDIMENTO ENERGIA POTENCIAL E ENERGIA CINÉTICA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA MECÂNICA E DISSIPAÇÃO DE ENERGIA FORÇAS CONSERVATIVAS E DISSIPATIVAS

Energia Cinética

A energia que um corpo adquire quando está em movimento chama-se energia cinética. A energia cinética depende de dois fatores: da massa e da velocidade do corpo em movimento.

Potencial

É um tipo de energia que o corpo armazena, quando está a uma certa distância de um referencial de atração gravitacional ou associado a uma mola.

Energia Cinética

Qualquer corpo que possuir velocidade terá energia cinética. A equação matemática que a expressa é:

$$E_c = \frac{mV^2}{2}$$

Teorema da energia cinética

O trabalho realizado pela resultante de todas as forças aplicadas a uma partícula durante certo intervalo de tempo é igual à variação de sua energia cinética, nesse intervalo de tempo.

$$t_{R,AB} = m \cdot v_B^2 / 2 - m \cdot v_A^2 / 2 = [DE_{cin}]_{A \Rightarrow B}$$

Conservação da Energia Mecânica

A energia mecânica (Emec) de um sistema é a soma da energia cinética e da energia potencial.

Quando um objeto está a uma altura h , como já foi visto, ele possui energia potencial; à medida que está caindo, desprezando a resistência do ar, a energia potencial gravitacional do objeto que ele possui no topo da trajetória vai se transformando em energia cinética e quando atinge o nível de referência a energia potencial é totalmente transformada em energia cinética (fig.6). Este é um exemplo de conservação de energia mecânica.

Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica total do sistema se conserva, ocorrendo transformação de energia potencial em cinética e vice-versa.

Energia Mecânica

Chamamos de Energia Mecânica a todas as formas de energia relacionadas com o movimento de corpos ou com a capacidade de colocá-los em movimento ou deformá-los.

Armazenamento de Energia

Note-se que o princípio de conservação é facilmente confundido com a ideia de ‘armazenamento’ de energia no interior de um sistema material.

No século dezoito formou-se a idéia de que o trabalho que um sistema podia realizar era ‘armazenado’ de alguma maneira no interior do próprio sistema e que o ‘trabalho armazenado’ era sempre igual ao ‘trabalho realizado’.

Não sabemos o que a energia é. Todavia, se falamos que a energia pode ser armazenada, está-se assumindo que sabemos o que é – “como queijo armazenado no frigorífico, talvez”, na pitoresca imagem de Benyon. Benyon pergunta, então, ‘como a energia é armazenada no objeto e onde?’. A ‘energia’ é uma quantidade abstrata, um conceito inventado por conveniência do estudo da Natureza. Como se pode então, armazenar uma abstração? E, comparando energia com os números, outra abstração, como se pode armazenar um número? Pode-se evidentemente armazenar objetos em forma de números ou quantidades de objetos correspondentes a números, mas não os números em si. Benyon sugere, então, que a idéia do armazenamento de energia decorre da energia ser tratada não como um conceito físico abstrato mas como algo real, como um fluido ou um combustível que possa ser armazenado ou transferido de um corpo a outro.

Frequentemente o conceito de armazenamento de energia refere-se a combustíveis, como se houvesse energia, geralmente referida como energia química, armazenada no combustível. Um exemplo é ilustrativo: Um pedaço de carvão, não possui energia química neste sentido, pois não pode, por si só, ser transformado em gás carbônico e libertar energia. O que ocorre é que a mistura inicial do carvão e oxigênio está num estado energético mais alto que o produto da combustão, gás carbônico, tal como a pedra antes de cair estava numa posição mais alta. Durante sua queima, os átomos de carbono reagem quimicamente com as moléculas de oxigênio do ar num processo exotérmico, o que significa que a diferença positiva no valor da energia química do sistema é transferida para o meio ambiente em forma de calor, neste caso, aquecendo o ar circundante, por exemplo. Note-se, todavia, para que essa reação de combustão aconteça, é necessário que a mistura seja aquecida a 750 °C, isto é, é necessária a transferência de energia em forma de calor à mistura de carvão e oxigênio antes que a reação aconteça, mais um motivo para não fazer sentido dizer-se que ‘o carvão tem energia’.

Outra analogia fornecida por McClelland é interessante: Se algo será armazenado em sentido metafórico, deverá estar associado a algo material que possa ser armazenado fisicamente. Assim, podemos armazenar combustíveis e podemos armazenar livros; mas há tanto sentido falar em armazenar energia quanto armazenar informação.

Um livro não contém informação, mas apenas manchas de tinta sobre folhas de papel – cabe a um leitor, que aprendeu a reconhecer aquelas manchas de tinta como letras e palavras e a associar palavras a conceitos, ‘extrair’ informação do livro.

A Conservação da Energia Mecânica

O sinal negativo na definição da função energia potencial ($D U = U_2 - U_1 = -W = -\int_{s_1}^{s_2} F \cdot ds$), é introduzido de modo que o trabalho efetuado por uma força conservativa sobre uma partícula, seja igual a diminuição de energia potencial do sistema. Consideremos um sistema no qual o trabalho seja efetuado apenas sobre uma das partículas, como o caso esquiador-terra. Se a única força que efetuar o trabalho sobre a partícula for uma força conservativa, o trabalho feito pela força é igual a diminuição

da energia potencial do sistema, e também igual ao aumento da energia cinética da partícula (que no caso, é o aumento de energia cinética do sistema):

$$W_{\text{total}} = \int F \cdot ds = -\Delta U = +\Delta K$$

Portanto,

$$\Delta K + \Delta U = \Delta (K+U) = 0$$

A soma da Energia cinética com a energia potencial do sistema é a energia mecânica total E:

$$E = K + U$$

Se apenas forças conservativas efetuam trabalho, a equação $\Delta K + \Delta U = \Delta (K+U) = 0$, afirma que a variação da energia mecânica total é nula. Então a energia mecânica total permanece constante durante o movimento da partícula.

$$E = K + U = \text{constante}$$

Esta é a lei da conservação da energia mecânica e é a origem da denominação “força conservativa”.

Símbolos

W: Trabalho;

K: Energia cinética;

U: Energia Potencial ;

E: Energia Mecânica;

$\int$: Integral.

Δ : variação (ΔK : variação de energia cinética, ΔU : variação de energia potencial, ...)

ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA DE UMA MOLA IDEAL

Define-se ‘energia potencial elástica’ a energia potencial de uma corda ou mola que possui elasticidade.

Se considerarmos que uma mola apresenta comportamento ideal, ou seja, que toda energia que ela recebe para se deformar ela realmente armazena, podemos escrever que a energia potencial acumulada nessa mola vale:

$$E_{el} = \frac{kx^2}{2}$$

Nessa equação, “x” representa a deformação (contração ou distensão) sofrida pela mola, e “K” chamada de constante elástica, de certa forma, mede a dificuldade para se conseguir deformá-la. Molas frágeis, que se esticam ou comprimem facilmente, possuem pequena constante elástica. Já molas bastante duras, como as usadas na suspensão de um automóvel, possuem essa constante com valor elevado. Pela equação de energia potencial elástica, podemos notar algo que nossa experiência diária confirma: quanto maior a deformação que se quer causar em uma mola e quanto maior a dificuldade para se deformá-la (K), maior a quantidade de energia que deve ser fornecida a ela (e consequentemente maior a quantidade de energia potencial elástica que essa mola armazenará).

Exemplos de Ocorrências

Quando alguém puxa a corda de um arco e flecha, quando estica ou comprime uma mola ou quando salta em um Bungee jumping, em todos esses casos, energia está sendo utilizada para deformar um corpo. Para poder acertar o alvo, um arqueiro tem que usar energia de seus músculos para puxar a flecha para trás e o arco para frente. Dessa forma, a corda desse instrumento fica esticada e com certa quantidade de energia armazenada. Quando o arqueiro solta a corda, a flecha recebe parte dessa energia e, com isso, adquire movimento.

Assim como nos exemplos citados, sempre que um corpo é deformado e mantém a capacidade de diminuir essa deformação (voltando ao formato original ou não), dizemos que esse corpo armazenou uma modalidade de energia chamada de energia potencial elástica. Agora, o nome potencial é originado do fato de o corpo esticado ou comprimido pode adquirir movimento espontaneamente após ser liberado. A denominação elástica vem do fato de a capacidade de deformar e voltar ao normal ser chamada de elasticidade.

Nosso organismo, por exemplo, possui uma proteína chamada elastina - responsável por dar elasticidade à nossa pele. Quando pressionamos ou puxamos a pele de alguém, energia potencial elástica fica armazenada permitindo que a pele retorne ao formato natural. Se não fosse assim, caso apertássemos o braço de alguém, ele ficaria deformado para sempre.

A energia potencial gravitacional depende da aceleração da gravidade, então em que situações essa energia é positiva, nula ou negativa?

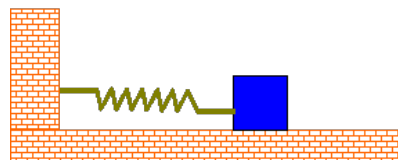
A força elástica depende da massa da mola? Por quê?

Se uma mola é comprimida por um objeto de massa grande, quando solto a mola não consegue se mover, o que acontece com a energia potencial elástica?

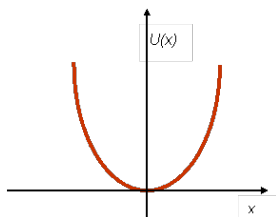
Sistema Massa-Mola

Esse modelo é extremamente importante para o estudo de fenômenos naturais, pois é usado como uma boa aproximação para oscilações de pequenas amplitudes, de sistemas que originalmente se encontram em equilíbrio estável.

Uma mola com uma extremidade presa a um suporte fixo e a outra extremidade presa a uma massa. Nesta situação a mola se encontra numa posição horizontal, e a massa pode mover-se horizontalmente em um plano com um coeficiente de atrito desprezível.



Uma massa presa a uma mola. Com uma boa aproximação podemos considerar que quando a massa é deslocada de sua posição de equilíbrio, a mola exerce uma força proporcional a distância até a posição de equilíbrio. Essa relação é conhecida como Lei de Hooke, e pode ser expressa como



$$F = -kx$$

onde x é a distância até a posição de equilíbrio e k é a constante da mola. Essa força também é chamada de força restauradora, pois tende a fazer com que a massa volte até a posição de equilíbrio. A energia potencial elástica $U(x)$ associada a força restauradora tem a forma de uma parábola $U(x) = kx^2/2$.

Ponto de equilíbrio: O ponto de equilíbrio é aquele onde a força exercida pela mola sobre a massa é nula. E esse ponto representa o menor valor da energia potencial elástica.

Condições iniciais: As condições iniciais determinam as especificidades do movimento do sistema massa-mola. Podemos ter uma situação inicial onde a mola está distendida e em repouso. Podemos também ter a condição inicial onde a distensão é nula (a massa está no ponto de equilíbrio) mas a velocidade é não nula. Ou podemos ter uma combinação das condições anteriores.

Amplitude de oscilação e constante de fase

$$x(t) = A \sin(\omega t + j)$$

$$v(t) = -\omega A \cos(\omega t + j)$$

onde

A = amplitude de oscilação
 $\omega t + j$ = fase
 ω = frequência angular
 j = constante de fase

As condições iniciais são dadas através dos valores da amplitude de oscilação e constante de fase. Consideremos um sistema massa-mola onde a frequência angular vale $\omega = 5 \text{ rad/s}$. Se a constante de fase for $j = 0$ e a amplitude de oscilação for $A = 3 \text{ m}$, teremos

$$x(0) = 0$$

$$v(0) = -15 \text{ m/s}$$

Velocidade e posição: A solução $x(t)$ da equação de movimento do sistema massa-mola que nos informa como a posição da mola varia com o tempo é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t + j)$$

$$v(t) = -\omega A \cos(\omega t + j)$$

onde

A = amplitude de oscilação
 $\omega t + j$ = fase
 ω = frequência angular
 j = constante de fase

Podemos inverter as relações de dependência e encontrar que

$$A = \sqrt{[x(0)]^2 + [v(0)]^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{\omega x(0)}{v(0)}\right)$$

Velocidade nula e posição diferente da posição de equilíbrio: Considerando a solução $x(t)$ da equação de movimento do sistema massa-mola que nos informa como a posição da mola varia com o tempo é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t + j)$$

$$v(t) = -\omega A \cos(\omega t + j)$$

encontramos

$$v(0) = 0$$

$$x(0) = x_0 \neq 0$$

ou seja:

$$A = x_0$$

$$j = \pi/2$$

Posição de equilíbrio e velocidade não nula: Considerando a solução $x(t)$ da equação de movimento do sistema massa-mola que nos informa como a posição da mola varia com o tempo é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t + j)$$

$$v(t) = -\omega A \cos(\omega t + j)$$

encontramos

$$v(0) = v_0 = -\omega A \neq 0$$

$$x(0) = 0$$

ou seja:

$$A = v_0 / \omega$$

$$j = 0$$

Posição diferente da posição de equilíbrio e velocidade não nula: Considerando a solução $x(t)$ da equação de movimento do sistema massa-mola que nos informa como a posição da mola varia com o tempo é dada por:

$$x(t) = A \sin(\omega t + j)$$

$$v(t) = -\omega A \cos(\omega t + j)$$

encontramos

$$A = \sqrt{[x(0)]^2 + [v(0)]^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{\omega x(0)}{v(0)}\right)$$

Características do sistema: O sistema massa mola é definido pelos valores da massa m e da constante elástica da mola k , e considerando esses parâmetros, encontramos que a frequência angular ω tem a forma:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

e o período T

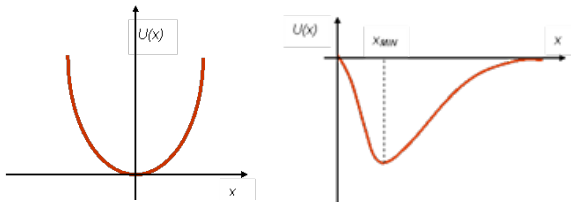
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Sistema conservativo (Ausência de atrito): O sistema será considerado conservativo, quando forem conservativas as forças que nele atuam. Uma força é dita conservativa quando o trabalho que ela produz em um percurso fechado é nulo. Chamamos de percurso fechado a trajetória que retorna até a sua posição original. Consideremos um sistema composto pela Terra e uma bola que está localizada próximo a sua superfície. A força gravitacional entre a Terra e a bola é uma força conservativa, pois o trabalho que a força da Terra exerce sobre a bola em um percurso fechado é nulo.

Por exemplo, se a bola for lançada verticalmente para cima ela retornará até a posição original com a mesma energia. Ou seja: o trabalho que a força gravitacional exerceu na subida da bola é exatamente igual e de sinal contrário ao trabalho que ela exerceu na descida.

Conservação da Energia Mecânica: Quando em um sistema só existirem forças conservativas, esse sistema será conservativo, e portanto a sua energia será uma constante.

Pequenas oscilações de sistemas reais em equilíbrio estável: A energia potencial de um sistema ideal tal como o sistema massa-mola, é simétrica em torno da sua posição de mínimo. No entanto a energia potencial de sistemas reais não têm uma forma tão idealizada, mas apresenta-se como o exemplo adiante:



A energia potencial do gráfico anterior é um exemplo de uma função não simétrica em torno do ponto de mínimo x_{MIN} .

Se considerarmos um sistema onde a massa está sob a ação de um potencial da forma acima, e inicialmente se encontra na posição de equilíbrio x_{MIN} , caso seja afastado de sua posição de equilíbrio ele tenderá a retornar a essa posição.

Se o afastamento da posição de equilíbrio for muito pequeno, a massa se deslocará por uma região onde a energia potencial é vizinha do ponto de mínimo, e essa região tem uma forma muito parecida com a parábola. Daí dizermos que para qualquer forma que tenha a energia potencial, para oscilações de pequenas amplitudes podemos aproximar o movimento por um oscilador harmônico.

Energia potencial atrativa, mas não simétrica em torno do ponto de mínimo: A energia potencial $U(x)$ do gráfico ao lado é um exemplo de uma função não simétrica em torno do ponto de mínimo x_{MIN} . Se considerarmos um sistema onde a massa está sob a ação de um potencial da forma acima, e inicialmente se encontra na posição de equilíbrio x_{MIN} , caso seja afastado de sua posição de equilíbrio ele tenderá a retornar a essa posição. Se o afastamento da posição de equilíbrio for muito pequeno, a

massa se deslocará por uma região onde a energia potencial é vizinha do ponto de mínimo, e essa região tem uma forma muito parecida com a parábola.



Daí dizermos que para qualquer forma que tenha a energia potencial, para oscilações de pequenas amplitudes podemos aproximar o movimento por um oscilador harmônico.

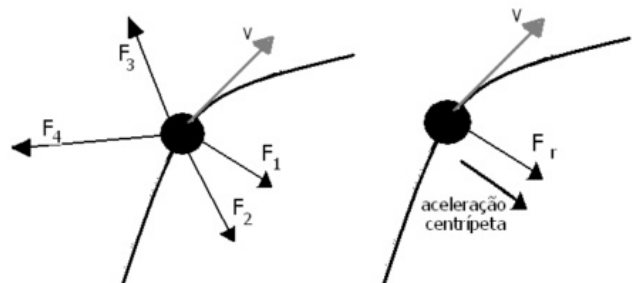
Dissipação da energia mecânica: Quando as forças que atuam em um corpo são conservativas, a energia mecânica se mantém constante enquanto esse corpo se movimenta. No entanto, quando pelo menos uma dessas forças for não-conservativa, a energia mecânica desse corpo não se manterá constante. Poderá aumentar ou diminuir dependendo do tipo de força não conservativa que esteja atuando.

Sistema dissipativo (Presença de atrito): Uma categoria de força não conservativa são as forças dissipativas. Quando for dissipativa pelo menos uma das forças que atuam em um corpo, a sua energia mecânica diminui enquanto ele se movimenta. As forças de atrito são forças de contato entre duas superfícies, onde se dificulta o movimento relativo e como consequência existe uma transformação de parte da energia mecânica em calor.

Diminuição da Energia Mecânica: A energia mecânica de um sistema é a soma dos seus vários possíveis tipos de energia potencial e a sua energia cinética. Quando consideramos uma sistema conservativo, as forças que atuam nele são todas conservativas, e a sua energia mecânica se conserva, apesar se existir uma transformação permanente entre as energias potenciais e cinética. No entanto, na presença de uma força dissipativa, parte da energia mecânica do sistema vai se transformando de maneira irreversível em calor.

Força Centrípeta

Inicialmente deveremos definir que sempre que um corpo descreve uma curva, sua velocidade vetorial varia em direção. Para que isso ocorra, pelo princípio fundamental da dinâmica, as forças que atuam sobre o corpo devem gerar uma aceleração centrípeta.

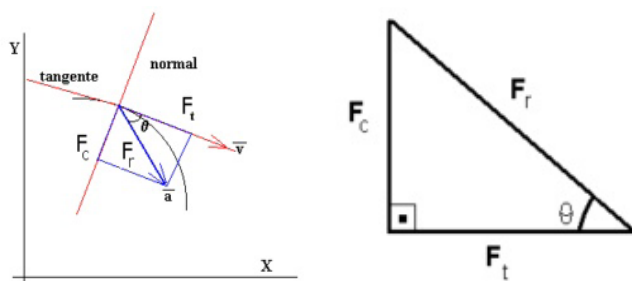


Sendo F_r a resultante das forças que atuam sobre o corpo, gerando uma aceleração centrípeta na mesma direção da força.



O trem da montanha russa não cai devido à força centrípeta. A resultante das forças que atuam sobre o corpo, gerando uma aceleração. Resultante centrípeta num movimento curvilíneo podemos observar a atuação de duas forças, uma de componente tangencial (responsável pela variação do módulo da velocidade) sempre tangente à trajetória e outra de componente centrípeta (responsável pela variação da trajetória).

Num sistema onde co-atuam força centrípeta e força tangencial, a decomposição da força resultante é dada como mostra abaixo.

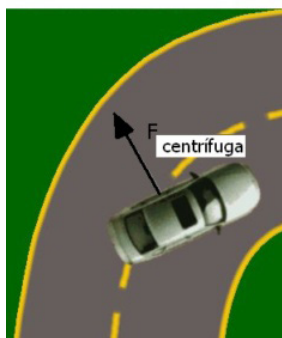


Observe que $F_t = F_r \cdot \cos\theta$, e que $F_c = F_r \cdot \sin\theta$

Quando o movimento é uniforme, F_t é zero.

Força em um referencial não-inercial

Observador não-inercial
No interior do carro.



Um observador no interior do carro, sobre uma aceleração em relação à estrada, quando entra em uma curva sente-se atirado para fora do carro, ou seja para fora da curva.

Esta poderia ser considerada a força centrífuga, que o atira para fora da trajetória circular, porém a força centrífuga só é válida para o observador em movimento junto ao carro, ou seja um observador não-inercial. A força centrífuga não é reação da força centrípeta.

Impulso

Impulso é a grandeza física que mede a variação da quantidade de movimento de um objeto. É causado pela ação de uma força $\vec{F}$ atuando durante um intervalo de tempo Δt . Uma pequena força aplicada durante muito tempo pode provocar a mesma variação de quantidade de movimento que uma força grande aplicada durante pouco tempo. Ambas as forças provocaram o mesmo impulso. A unidade no Sistema Internacional de Unidades para o impulso é o N.s (newton segundo ou newton vezes segundo). A velocidade de um corpo é transferida a outro idêntico.

A unidade do Impulso também pode ser escrita como o produto da unidade de massa, o quilograma, pela unidade de velocidade, o metro por segundo, demonstrando-se facilmente que "quilograma metro por segundo" (kg.m/s) é equivalente a "newton segundo" (N.s). Via de regra, ao falar-se de impulso, dá-se preferência pelo "N.s"; ao falar-se de variação da quantidade e movimento, dá-se preferência ao "kg.m/s".

Contudo não há problema algum em se intercambiar as duas.

Equações

O impulso (I) é igual à variação da quantidade de movimento (ΔP) de um corpo.

$$I = \Delta P$$

Em situações onde a força mostra-se constante ao longo do intervalo de atuação, o impulso pode também ser calculado a partir do produto entre a força (F) aplicada ao corpo e o intervalo de tempo (Δt) durante o qual a força atua.

$$I = F \cdot \Delta t$$

Em situações mais complicadas - onde a força resultante $F(t)$ atuando no corpo é variável - a equação anterior contudo não se aplica. Deve-se determinar o impulso nestes casos pela integração de $F(t)$ no tempo:

$$I = \int F(t) dt$$

Variação da Quantidade de Movimento

Na maioria dos casos a massa do corpo permanece constante, e nestes casos a variação da quantidade de movimento pode ser calculada como o produto da massa (m) pela variação de velocidade (Δv).

$$\Delta P = m \cdot \Delta v$$

Porém a fórmula mais geral, aplicável a qualquer situação, deve incluir os casos em que há variação não apenas na velocidade como na massa. Neste caso o impulso é dado pela quantidade de movimento final (P_F) subtraída da quantidade de movimento inicial (P_I).

$$\Delta P = P_F - P_I$$

Ou ainda

$$\Delta P = m_F v_F - m_I v_I$$

O impulso sofrido por um objeto (massa constante) depende apenas das quantidades de movimento associadas ao instante antes da colisão e após a colisão, e não de quão rápido se processam as colisões que levam o mesmo estado inicial ao mesmo estado final.

A exemplo considere um ovo abandonado em queda livre de uma determinada altura, primeiro sobre uma almofada, posteriormente sobre o chão.

A massa do ovo é a mesma em ambos os casos, e provido que as alturas de queda - entre o ponto de soltura e o ponto de contato do ovo com o obstáculo seja mantida a mesma, as velocidades do ovo após cair a distância em consideração também serão a mesma em ambos os casos. Visto que $P = mv$, tem-se pois que as quantidades de movimento imediatamente antes da colisão são iguais em ambas as situações.

Em ambas as situações o estado final do ovo corresponde ao ovo parado - com velocidade zero, quer este tenha quebrado, quer não - de forma que as quantidades de movimento finais do ovo são ambas nulas ao fim do processo.

A conclusão pode surpreender alguns: se as quantidades de movimento iniciais são iguais em ambos os casos, ocorrendo o mesmo com as quantidades de movimento finais, tem-se que os impulsos sofridos pelo ovo, determinável pela diferença entre a quantidade de movimento final e inicial, são também iguais.

A pergunta iminente é: porque o ovo quebra em um caso, e não no outro? A resposta é: embora o impulso sofrido seja o mesmo, as forças que atuam em cada caso não são iguais, sendo muito maiores na colisão com o chão. Supondo uma força média contante atuando em ambos os casos, o produto $F \Delta t$ determina o impulso sofrido, e deve fornecer o mesmo resultado em ambos os casos. Contudo o tempo de colisão no caso da almofada - dada a deformação gradual desta - é consideravelmente maior, de forma que a força de interação almofada-ovo é consideravelmente menor. Na interação ovo-piso os papéis se invertem: o choque deve ser completado em

um intervalo de tempo muito menor que no caso da almofada, e por tal, para que o produto $F \Delta t$ continue o mesmo, a força neste caso deve ser consideravelmente maior.

Em verdade, a força $\vec{F}$ é definida como:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$$

Dado o mesmo impulso, quanto menor o intervalo de tempo necessário à sua aplicação, maior a força necessária à situação, e vice versa. No caso do ovo colidindo com o chão a intensa força aplicada no ponto de colisão leva à tensões na estrutura do ovo além dos limites mecânicos desta, e por tal o ovo se quebra.

Assim as forças de interação em colisões dependem não apenas das condições iniciais e finais em questão como também das propriedades físicas dos objetos que colidem: quanto mais elásticos são os objetos em colisão maiores são os tempos de colisão e menores são as forças envolvidas na colisão, e vice-versa. Materiais inelásticos são geralmente frágeis.

Se antes da leitura deste artigo não de forma consciente, intuitivamente parece que os seres humanos - e os animais - conhecem tal princípio: ao pularem de locais altos, estes flexionam os joelhos de forma a promoverem o aumento do tempo de interação no processo de colisão com chão, e assim o fazendo reduzem as forças que atuam sobre os seus corpos no processo que os leva ao estado estático. Se as pernas fossem mantidas totalmente esticadas, estas certamente se quebrariam com maior facilidade.

SISTEMAS DE FORÇAS

Força, em física, é todo agente capaz de alterar o estado de movimento ou repouso de um corpo, imprimindo-lhe uma aceleração a favor ou contrária ao movimento.

Força é um conceito da física newtoniana, utilizada desde a antiguidade clássica, que explica a pressão exercida sobre tal objeto ou ainda, as alterações da quantidade de movimento de um determinado corpo.

A força (F) é um vetor (indicado por uma seta acima da letra), ou seja, possui módulo (intensidade da força exercida), direção (reta ao longo da qual ela atua) e sentido (o lado da reta no qual a força foi exercida).

Portanto, quando várias forças atuam sobre determinado corpo, elas se somam vetorialmente, para assim, dar lugar a uma força resultante.

O estudo da força é apresentado na segunda Lei de Newton denominada "Princípio Fundamental da Dinâmica" ou "Força", no qual a força resultante, ou seja, a soma vetorial de todas as forças aplicadas sobre o corpo, é diretamente proporcional ao produto da aceleração de um corpo pela sua massa, apresentada pela seguinte expressão:

$$F = m \cdot a$$

Donde,

F: força

m: massa do corpo

a: aceleração adquirida

Note que a fórmula apresentada acima está em módulo ($F = m \cdot a$), enquanto que sua representação em forma de vetor, é indicada com uma seta acima da letra:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

De tal modo, é importante destacar que no Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade de medida da força (F) é o Newton (N), da massa (m) é quilograma (kg) e da aceleração adquirida (a) é metros por segundo ao quadrado (m/s^2).

Classificações da Força

Há duas classificações para a grandeza vetorial “força”:

Forças de contato: aquelas que agem sobre os corpos somente na medida que quem aplica a força está necessariamente em contato com os corpos, por exemplo, a força normal, de atrito, dentre outras.

Forças de campo: aquelas que agem sobre os corpos sendo que o corpo que exerce a força não se encontra em contato com os outros, por exemplo, a força peso, força magnética, dentre outras.

Tipos de Força

Força peso (P): força que existe sobre todos os corpos, sendo exercida sobre eles por meio do campo gravitacional da terra.

Força elástica (Fel): força exercida sobre uma mola, que a deforma, ou seja, ela se estica ou se comprime.

Força centrípeta (Fcp): força que um corpo com determinada aceleração, exerce num movimento circular.

Força magnética (Fm): força de atração e repulsão exercida pelos ímãs ou objetos magnéticos.

Força gravitacional (F): força de atração mútua entre os corpos físicos do universo.

Força de atrito (Fat): força exercida entre duas superfícies que estão em contato; quanto maior às rugosidades apresentadas por elas, maior será a força de atrito.

Força normal (N): Também chamada de “força de apoio”, esse tipo de força é exercida por um corpo sob uma superfície.

COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DO VETOR FORÇA

A composição e decomposição de forças é um procedimento aplicado à Física que transforma determinada força num vetor. Seguindo o que determinam as regras da Álgebra, a decomposição de uma força em vetores e subvetores permite melhorar e ampliar a análise do comportamento de certo objeto submetido à ação dela. Podemos, contudo, submeter um corpo às mais diversas variáveis de forças, mas, se a soma dos vetores destas forças for igual a zero, então o corpo se comportará como se não houvesse força alguma atuando sobre sua área.

Estas são condições aplicáveis e observáveis em qualquer parte do mundo físico, promovendo a estabilidade dos corpos em interação. Isso a começar pela própria força da gravidade. Qualquer simples objeto inerte sobre o chão, por exemplo,

recebe ali a ação direta de duas forças, que ora se equilibram, ora se anulam, o que dá a nós a impressão de que esse objeto está parado.

Esta concepção é de máxima relevância, uma vez que explica a movimentação e a reação dos corpos sob a ação de uma força, podendo ser estudada a partir da soma dos vetores resultantes da decomposição, e não analisando-se uma força de cada vez, isoladamente. O método de decomposição de forças é quem fornece essa análise mais precisa.

Mas para que possamos obter os resultados, empregamos outros princípios matemáticos como a lei dos cossenos (em casos em que são utilizados triângulos não retângulos) e a regra do paralelogramo (quadrilátero em que se verifica paralelismo entre os lados opostos).

Imaginemos agora um objeto sobre um plano inclinado. Iremos constatar que sobre esse objeto atuam as seguintes forças: a força 1, que chamaremos de “Peso”; e a força 2, a que daremos o nome de “Regular” (ou “Perpendicular”). A primeira, a força 1, é gerada pela ação da gravidade que, como atua em função do núcleo da Terra, puxa o objeto em direção vertical, irremediavelmente.

Já a força número 2, a “Regular”, é uma energia reativa, ou seja, tem seu princípio na superfície do plano sobre o qual se inclina o objeto (local onde o deslocamento acontece). Assim sendo, a força de número 2 terá um ângulo semelhante ao do movimento gerado na superfície do plano inclinado.

Entretanto, as forças ficarão em equilíbrio se a mesma superfície estiver plana, pois teremos agindo sobre o mesmo ponto dois tipos de forças de mesmo módulo, direção e sentido. Assim sendo, o objeto não se deslocará, uma vez que não haverá forças resultantes atuando sobre ele.

Fontes: <https://www.todamateria.com.br/forca/>
<https://www.resumoescolar.com.br/fisica/decomposicao-de-forcas/>

MECÂNICA E O FUNCIONAMENTO DO UNIVERSO: FORÇA PESO ACELERAÇÃO GRAVITACIONAL LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL LEIS DE KEPLER MOVIMENTOS DE CORPOS CELESTES

Gravitação Universal

A Lei da Gravitação Universal estabelece que, se dois corpos possuem massa, eles sofrem a ação de uma força atrativa proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional a sua distância.

Resumo sobre a Lei da Gravitação Universal

Todos os corpos do universo atraem-se mutuamente com uma força proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado de sua distância;

A Lei da Gravitação Universal é definida em termos da Constante de Gravitação Universal, cujo módulo é igual a $6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^2/\text{m}^2$;

A Lei da Gravitação Universal foi descoberta e desenvolvida pelo físico inglês Isaac Newton e foi capaz de prever os raios das órbitas de diversos astros, bem como explicar teoricamente

a lei empírica descoberta por Johannes Kepler que relaciona o período orbital ao raio da órbita de dois corpos que se atraem gravitacionalmente.

Introdução à Gravitação Universal

A Lei da Gravitação Universal é uma lei física que foi descoberta pelo físico inglês Isaac Newton. Ela é utilizada para calcular o módulo da atração gravitacional existente entre dois corpos dotados de massa. A força gravitacional é sempre atrativa e age na direção de uma linha imaginária que liga dois corpos. Além disso, em respeito à Terceira Lei de Newton, conhecida como Lei da Ação e Reação, a força de atração é igual para os dois corpos interagentes, independente de suas massas. De acordo com Isaac Newton:

“Dois corpos atraem-se por uma força que é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.”

Por meio da proposição da Lei da Gravitação Universal, foi possível prever o raio das órbitas planetárias, o período de asteroides, eventos astronômicos como eclipses, determinação da massa e raio de planetas e estrelas etc.

Fórmula da Gravitação Universal

A principal fórmula utilizada na gravitação universal estabelece que o módulo da força gravitacional entre duas massas é proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. A expressão utilizada para o cálculo da força gravitacional é esta:

$$|\vec{F}| = \frac{GMm}{d^2}$$

Legenda:

$|\vec{F}|$ – módulo da força de atração gravitacional (N – Newton)
 G – constante de gravitação universal ($6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^2/\text{m}^2$)
 M – massa gravitacional ativa (kg – quilogramas)
 m – massa gravitacional passiva (kg – quilogramas)
 d^2 – distância entre as massas ao quadrado (m^2)

Chamamos de peso a força de atração gravitacional que uma massa exerce sobre outra. Além disso, são denominadas de massa gravitacional ativa e passiva a massa que produz um campo gravitacional ao seu redor e a massa que é atraída por tal campo gravitacional, respectivamente.

A força peso, ou simplesmente o peso de um corpo sujeito a uma gravidade de módulo g , é dada por:

$$P = mg$$

Legenda:

P – módulo da força peso (N – Newton)
 m – massa gravitacional passiva (kg – quilogramas)
 g – módulo da gravidade local (m/s^2 – metro por segundo ao quadrado)

Comparando as duas equações acima, podemos perceber que a gravidade de um corpo pode ser calculada pela fórmula a seguir:

$$|\vec{F}| = \frac{GMm}{d^2} \rightarrow P = mg$$

$$g = \frac{GM}{d^2}$$

A fórmula acima mostra que a gravidade de um planeta, estrela ou qualquer que seja o corpo depende de sua massa (M), da constante de gravitação universal (G) e do inverso do quadrado da distância em que nos encontramos até o centro desse corpo (d), que, no caso de corpos esféricos, é o seu próprio raio.

A Terra, por exemplo, possui massa de $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ e raio médio de 6371 km ($6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$), logo, podemos calcular o valor médio da gravidade na sua superfície:

$$g = \frac{GM}{d^2}$$

$$g = \frac{(6,67408 \cdot 10^{-11}) \cdot (5,972 \cdot 10^{24})}{(6,371 \cdot 10^6)^2}$$

$$g \approx 9,82 \text{ m/s}^2$$

Gravitação Universal e a Terceira Lei de Kepler

Um dos indicadores de sucesso da Lei da Gravitação Universal foi a sua capacidade de reproduzir a famosa relação matemática descoberta empiricamente por Johannes Kepler, conhecida como Lei Harmônica:

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

Para tanto, basta recordar que a força de atração gravitacional aponta sempre na direção que liga os dois corpos, tratando-se, portanto, de um tipo de força central, assim como a força centrípeta, que atua nos corpos em movimento circular. Assim:

$$F_{grav} = F_{centr}$$

$$\frac{GMm}{d^2} = \frac{mv^2}{d}$$

$$\text{com } v = \omega d \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

teremos :

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Legenda:

v – velocidade de translação do corpo (m/s – metros por segundo)

ω – velocidade angular (rad/s – radianos por segundo)

T – período de translação (s – segundos)

A fórmula indica que a razão do quadrado do período de translação de um corpo em torno de sua massa gravitacional ativa (por exemplo, a translação da Terra em torno do Sol) pelo cubo do raio médio da órbita (distância média entre a Terra e Sol, por exemplo) tem módulo constante, que depende da constante de gravitação universal (G) e da massa gravitacional ativa M (a massa do Sol, por exemplo).

Constante de gravitação universal

A constante de gravitação universal é uma constante de proporcionalidade de módulo igual a $6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^2/\text{m}^2$, presente na Lei da Gravitação Universal e usada para igualar a razão do produto da massa de dois corpos pelo quadrado de sua distância com o módulo da força de atração entre eles. A constante de gravitação universal é dada, em unidades do Sistema Internacional de Unidades, em $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

A constante da gravitação universal foi determinada entre 1797 e 1798 pelo experimento da balança de torção, realizado pelo físico e químico britânico Henry Cavendish. O experimento tinha como objetivo inicial a determinação da densidade da Terra, mas na época também pôde determinar a constante da gravitação universal com menos de 1% de erro em relação ao valor conhecido atualmente.

Veja um exemplo:

A lua é um satélite natural que orbita o planeta Terra pela ação da grande força gravitacional exercida pela gravidade terrestre. Sendo a massa da Terra igual a $5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, a massa da lua $7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ e a distância média entre a Terra e a Lua igual a 384.400 km ($3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$), determine:

Dados: $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

- a) a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua
- b) a força gravitacional que a Lua exerce sobre a Terra
- c) o módulo da aceleração adquirida pela Lua e pela Terra

Resolução

a) Para calcular a atração gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua, usaremos a Lei da Gravitação Universal:

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

$$F = \frac{(6,67408 \cdot 10^{-11}) \cdot (5,972 \cdot 10^{24}) \cdot (7,36 \cdot 10^{22})}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 19,89 \cdot 10^{19} \text{ N}$$

$$F \approx 20 \cdot 10^{19} \text{ N}$$

b) De acordo com a Terceira Lei de Newton, a Lei da Ação e Reação, se a Terra exerce uma força de ação sobre a Lua, esta deve exercer uma força atrativa sobre a Terra de mesmo módulo e direção, porém, no sentido oposto, logo, a força que a Lua faz sobre a Terra também é de $20 \cdot 10^{19}$ N.

c) Se nos lembrarmos da Segunda Lei de Newton, que nos diz que o módulo da força resultante sobre um corpo é igual ao produto de sua massa pela sua aceleração, podemos calcular a aceleração adquirida pela Lua e pela Terra facilmente. Observe:

$$\text{Terra} \rightarrow \begin{cases} F_R = ma \\ 20 \cdot 10^{19} = 5,972 \cdot 10^{24} \cdot a \\ a = \frac{20 \cdot 10^{19}}{5,972 \cdot 10^{24}} = 3,35 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$\text{Lua} \rightarrow \begin{cases} F_R = ma \\ 20 \cdot 10^{19} = 7,36 \cdot 10^{22} \cdot a \\ a = \frac{20 \cdot 10^{19}}{7,36 \cdot 10^{22}} = 2,71 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

Os valores de aceleração calculados acima mostram que, apesar de as forças de atração serem iguais para a Terra e para a Lua, a aceleração adquirida por cada uma é diferente. Além disso, fazendo a razão entre os dois valores, vemos que a aceleração que a Lua sofre é cerca de 81 vezes maior que a sofrida pela Terra.

FENÔMENOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS: CARGA ELÉTRICA E CORRENTE ELÉTRICA CONCEITO E PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO E PRINCÍPIOS DA ELETROSTÁTICA LEI DE COULOMB CAMPO, TRABALHO E POTENCIAL ELÉTRICO LINHAS DE CAMPO SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS E LEI DE GAUSS PODER DAS PONTAS BLINDAGEM CAPACIDADE ELÉTRICA CAPACITORES E ASSOCIAÇÕES DIFERENÇA DE POTENCIAL E TRABALHO NUM CAMPO ELÉTRICO CORRENTES CONTÍNUA E ALTERNADA: CONCEITO, EFEITOS E TIPOS, CONDUTORES E ISOLANTES EFEITO JOULE LEIS DE OHM, RESISTORES E ASSOCIAÇÕES E PONTE DE WHEATSTONE RESISTÊNCIA ELÉTRICA E RESISTIVIDADE RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS ELÉTRICAS: TENSÃO, CORRENTE, POTÊNCIA E ENERGIA CIRCUITOS ELÉTRICOS GERADORES E RECEPTORES, ASSOCIAÇÃO DE GERADORES MEDIDORES ELÉTRICOS REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE CIRCUITOS: SÍMBOLOS CONVENCIONAIS POTÊNCIA E CONSUMO DE ENERGIA EM DISPOSITIVOS ELÉTRICOS IMÃS PERMANENTES LINHAS DE CAMPO MAGNÉTICO FORÇA MAGNÉTICA CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE E BÚSSOLA CLASSIFICAÇÃO DAS SUBSTÂNCIAS MAGNÉTICAS CAMPO MAGNÉTICO: CONCEITO E APLICAÇÕES CAMPO MAGNÉTICO GERADO POR CORRENTE ELÉTRICA EM CONDUTORES RETILÍNEOS E ESPIRAS LEI DE BIOT-SAVART LEI DE AMPÈRE ELETROÍMÃ FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CARGAS ELÉTRICAS E CONDUTORES PERCORRIDOS POR CORRENTE ELÉTRICA INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA LEI DE FARADAY LEI DE LENZ TRANSFORMADORES

CARGA ELÉTRICA

Carga e Corrente

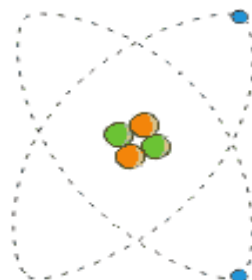


Fig. 1 - Modelo do átomo de Hélio (He)

- Nêutron
- Próton
- Elétron

A matéria é formada por átomos, os quais por sua vez são formados por três tipos de partículas: prótons, elétrons e nêutrons. Os prótons e nêutrons agrupam-se no centro do átomo formando o núcleo. Os elétrons movem-se em torno do núcleo. Num átomo o número de elétrons é sempre igual ao número de prótons. Às vezes um átomo perde ou ganha elétrons; nesse caso ele passa a se chamar íon.

A experiência mostra que: (Fig. 2)

- I – Entre dois prótons existe um par de forças de repulsão;
- II – Entre dois elétrons existe um par de forças de repulsão;
- III – Entre um próton e um elétron existe um par de forças de atração;
- IV – Com os nêutrons não observamos essas forças.

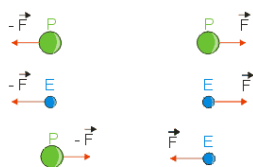


Fig. 2

Dizemos que essas forças aparecem pelo fato de elétrons e prótons possuírem carga elétrica. Para diferenciar o comportamento de prótons e elétrons dizemos que a carga do próton é positiva e a carga do elétron é negativa. Porém, como em módulo, as forças exercidas por prótons e elétrons são iguais, dizemos que, em módulo, as cargas do próton e do elétron são iguais. Assim, chamando de q_p a carga do próton e q_e a carga do elétron temos:

$$|q_e| = |q_p|$$

$$q_e = -q_p$$

O mais natural seria dizer que a carga do próton seria uma unidade. No entanto, por razões históricas, pelo fato de a carga elétrica ter sido definida antes do reconhecimento do átomo, a carga do próton e a carga do elétron valem:

$$q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Onde o coulomb (C) é a unidade de carga elétrica no Sistema Internacional. A carga do próton é também chamada de carga elétrica elementar (e). Assim:

$$q_p = +e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Como o nêutron não manifesta esse tipo de força, dizemos que sua carga é nula.

PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

Quando atritamos dois corpos feitos de materiais diferentes, um deles transfere elétrons para o outro de modo que o corpo que perdeu elétrons fica eletrizado positivamente enquanto o corpo que ganhou elétrons fica eletrizado negativamente.

Experimentalmente obtém-se uma série, denominada série tribo-elétrica que nos informa qual corpo fica positivo e qual fica negativo. A seguir apresentamos alguns elementos da série:

... vidro, mica, lã, pele de gato, seda, algodão, ebonite, cobre...

Quando atritamos dois materiais diferentes, aquele que aparece em primeiro lugar na série fica positivo e o outro fica negativo.

Assim, por exemplo, consideremos um bastão de vidro atritado em um pedaço de lã (Figura 6). O vidro aparece antes da lã na série. Portanto o vidro fica positivo e a lã negativa, isto é, durante o atrito, o vidro transfere elétrons para a lã.



Figura 6

Porém, se atritarmos a lã com um bastão de ebonite, como a lã aparece na série antes que a ebonite, a lã ficará positiva e a ebonite ficará negativa (Figura 7).

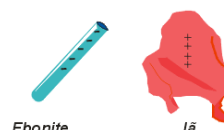


Figura 7

ELETRIZAÇÃO POR CONTATO

Consideremos um condutor A, eletrizado negativamente e um condutor B, inicialmente neutro (Figura 8). Se colocarmos os condutores em contato (Figura 9), uma parte dos elétrons em excesso do corpo A irão para o corpo B, de modo que os dois corpos ficam eletrizados com carga de mesmo sinal. (Figura 10)

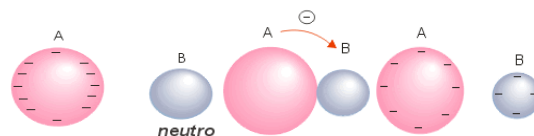


Figura 8

Figura 9

Figura 10

Suponhamos agora um condutor C carregado positivamente e um condutor D inicialmente neutro (Figura 11). O fato de o corpo A estar carregado positivamente significa que perdeu elétrons, isto é, está com excesso de prótons. Ao colocarmos em contato os corpos C e D, haverá passagem de elétrons do corpo D para o corpo C (Figura 12), de modo que no final, os dois corpos estarão carregados positivamente (Figura 13). Para facilitar a linguagem é comum dizer-se que houve passagem de cargas positivas de C para D, mas o que realmente ocorre é a passagem de elétrons de D para C.

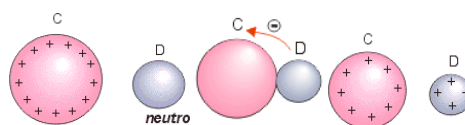


Figura 11

Figura 12

Figura 13

De modo geral, após o contato, a tendência é que em módulo, a carga do condutor maior seja maior do que a carga do condutor menor. Quando o contato é feito com a Terra, como ela é muito maior que os condutores com que usualmente trabalhamos, a carga elétrica do condutor, após o contato, é praticamente nula (Figura 14 e Figura 15).

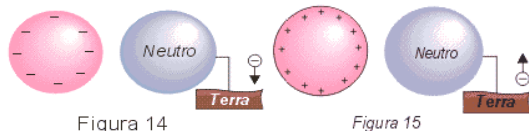


Figura 14

Figura 15

Se os dois condutores tiverem a mesma forma e o mesmo tamanho, após o contato terão cargas iguais.

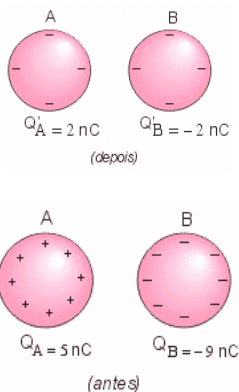
EXEMPLO

Dois condutores esféricos de mesmo tamanho têm inicialmente cargas $Q_A = +5\text{ nC}$ e $Q_B = -9\text{ nC}$. Se os dois condutores forem colocados em contato, qual a carga de cada um após o contato?

RESOLUÇÃO

A carga total Q deve ser a mesma antes e depois do contato:
 $Q = Q'_A + Q'_B = (+5\text{ nC}) + (-9\text{ nC}) = -4\text{ nC}$

Após o contato, como os condutores têm a mesma forma e o mesmo tamanho, deverão ter cargas iguais:



$$Q'_A = Q'_B = \frac{Q}{2} = \frac{-4\text{ nC}}{2} = -2\text{ nC}$$

Nos condutores, a tendência é que as cargas em excesso se espalhem por sua superfície. No entanto, quando um corpo é feito de material isolante, as cargas adquiridas por contato ficam confinadas na região onde se deu o contato.

POLARIZAÇÃO

Na Figura 16 representamos um corpo A carregado negativamente e um condutor B, inicialmente neutro e muito distante de A. Aproximemos os corpos, mas sem colocá-los em

contato (Figura 17). A presença do corpo eletrizado A provocará uma separação de cargas no condutor B (que continua neutro). Essa separação é chamada de indução.

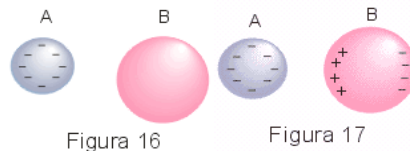


Figura 16

Figura 17

Se ligarmos o condutor B à Terra (Figura 18), as cargas negativas, repelidas pelo corpo A escoam-se para a Terra e o corpo B fica carregado positivamente. Se desfizemos a ligação com a Terra e em seguida afastarmos novamente os corpos, as cargas positivas de B espalham-se por sua superfície (Figura 19).

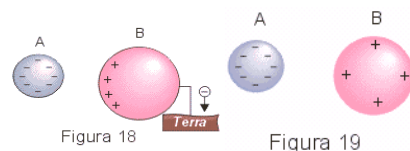


Figura 18

Figura 19

Na Figura 20 repetimos a situação da Figura 17, em que o corpo B está neutro, mas apresentando uma separação de cargas. As cargas positivas de B são atraídas pelo corpo A (força $\vec{F}_1$) enquanto as cargas negativas de B são repelidas por A (força $\vec{F}_2$).

Porém, a distância entre o corpo A e as cargas positivas de B é menor do que a distância entre o corpo A e as cargas negativas de B.

Assim, pela Lei de Coulomb, $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$ o que faz com que a força resultante ($\vec{F}_R$) seja de atração.

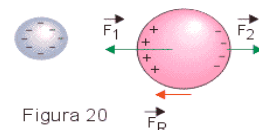


Figura 20

De modo geral, durante a indução, sempre haverá atração entre o corpo eletrizado (indutor) e o corpo neutro (induzido).

CONDUTORES E ISOLANTES

Há materiais no interior dos quais os elétrons podem se mover com facilidade. Tais materiais são chamados condutores. Um caso de interesse especial é o dos metais. Nos metais, os elétrons mais afastados dos núcleos estão fracamente ligados a esses núcleos e podem se movimentar facilmente. Tais elétrons são chamados elétrons livres.

Há materiais no interior dos quais os elétrons têm grande dificuldade de se movimentar. Tais materiais são chamados isolantes. Como exemplo podemos citar a borracha, o vidro e a ebonite.

INDUÇÃO EM ISOLANTES

Quando um corpo eletrizado A aproxima-se de um corpo B, feito de material isolante (Figura 21) os elétrons não se movimentam como nos condutores mas há, em cada molécula, uma pequena separação entre as cargas positivas e negativas (Figura 22) denominada polarização. Verifica-se que também neste caso o efeito resultante é de uma atração entre os corpos

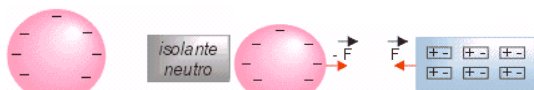


Figura 21

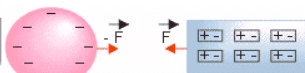


Figura 22

Um exemplo dessa situação é a experiência em que passamos no cabelo um pente de plástico o qual em seguida é capaz de atrair pequenos pedaços de papel. Pelo atrito com o cabelo, o pente ficou eletrizado e assim é capaz de atrair o papel embora este esteja neutro.

Foi esse tipo de experiência que originou o estudo da eletricidade. Na Grécia antiga, aproximadamente em 600 AC, o filósofo grego Tales observou que o âmbar, após ser atritado com outros materiais era capaz de atrair pequenos pedaços de palha ou fios de linha. A palavra grega para âmbar é *elétron*. Assim, no século XVI, o inglês William Gilbert (1544-1603) introduziu o nome eletricidade para designar o estudo desses fenômenos.

ELETRIZAÇÃO E LEI DE COULOMB

CORPOS ELETRIZADOS

A carga elétrica de um próton é chamada de carga elétrica elementar, sendo representada por e ; no Sistema Internacional, seu valor é:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

A carga de um elétron é negativa, mas, em módulo, é igual à carga do próton:

$$\text{Carga do elétron} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Os nêutrons têm carga elétrica nula. Como num átomo o número de prótons é igual ao número de elétrons, a carga elétrica total do átomo é nula.

De modo geral os corpos são formados por um grande número de átomos. Como a carga de cada átomo é nula, a carga elétrica total do corpo também será nula e diremos que o corpo está neutro. No entanto é possível retirar ou acrescentar elétrons de um corpo, por meio de processos que veremos mais adiante. Desse modo o corpo estará com um excesso de prótons ou de elétrons; dizemos que o corpo está eletrizado.

EXEMPLO

A um corpo inicialmente neutro são acrescentados $5,0 \cdot 10^7$ elétrons. Qual a carga elétrica do corpo?

RESOLUÇÃO

A carga elétrica do elétron é $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Sendo N o número de elétrons acrescentados temos: $N = 5,0 \cdot 10^7$.

Assim, a carga elétrica (Q) total acrescentada ao corpo inicialmente neutro é:

$$Q = N \cdot q_e = (5,0 \cdot 10^7) (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) = -8,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$Q = -8,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

Frequentemente as cargas elétricas dos corpos é muito menor do que 1 Coulomb. Assim usamos submúltiplos. Os mais usados são:

$$1 \text{ m C} = 1 \text{ milicoulomb} = 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \mu \text{ C} = 1 \text{ microcoulomb} = 10^{-6} \text{ C}$$

$$1 \text{ n C} = 1 \text{ nanocoulomb} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$1 \text{ p C} = 1 \text{ picocoulomb} = 10^{-12} \text{ C}$$

Quando temos um corpo eletrizado cujas dimensões são desprezíveis em comparação com as distâncias que o separam de outros corpos eletrizados, chamamos esse corpo de carga elétrica puntiforme.

Dados dois corpos eletrizados, sendo Q_1 e Q_2 suas cargas elétricas, observamos que:

I. Se Q_1 e Q_2 tem o mesmo sinal (Figura 1 e Figura 2), existe entre os corpos um par de forças de repulsão.

II. Se Q_1 e Q_2 têm sinais opostos (Figura 3), existe entre os corpos um par de forças de atração.



Figura 1



Figura 2

A LEI DE COULOMB

Consideremos duas cargas puntiformes Q_1 e Q_2 , separadas por uma distância d (Figura 4). Entre elas haverá um par de forças, que poderá ser de atração ou repulsão, dependendo dos sinais das cargas. Porém, em qualquer caso, a intensidade dessas forças será dada por:



Figura 3



Figura 4

Onde k é uma constante que depende do meio. No vácuo seu valor é

$$|\vec{F}| = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2}$$

Essa lei foi obtida experimentalmente pelo físico francês Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) e por isso é denominada lei de Coulomb.

Se mantivemos fixos os valores das cargas e variarmos apenas a distância entre elas, o gráfico da intensidade de em função da distância tem o aspecto da Figura 5.

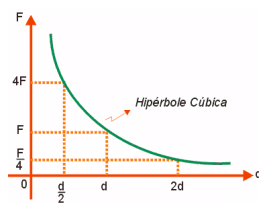


Figura 5

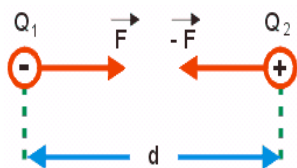
EXEMPLO

Duas cargas puntiformes estão no vácuo, separadas por uma distância $d = 4,0$ cm. Sabendo que seus valores são $Q_1 = -6,0 \cdot 10^{-6}$ C e $Q_2 = +8,0 \cdot 10^{-6}$ C, determine as características das forças entre elas.

RESOLUÇÃO

Como as cargas têm sinais opostos, as forças entre elas são de atração. Pela lei da Ação e

Reação, essas forças têm a mesma intensidade $|\vec{F}|$ a qual é dada pela Lei de Coulomb:



$$\text{Sendo } \begin{cases} d = 4,0 \text{ cm} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ k = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \end{cases}$$

$$|\vec{F}| = k \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2} \text{ T}$$

Temos:

$$|\vec{F}| = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(6,0 \cdot 10^{-6})(8,0 \cdot 10^{-6})}{(4,0 \cdot 10^{-2})^2} =$$

$$|\vec{F}| = 27 \cdot 10^2 \text{ N}$$

CAMPO ELÉTRICO

CONCEITO DE CAMPO ELÉTRICO

Campo e Densidade

Consideremos um condutor em equilíbrio eletrostático. O campo elétrico num ponto exterior P, "muito próximo" do condutor, tem intensidade dada por:

$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(II)

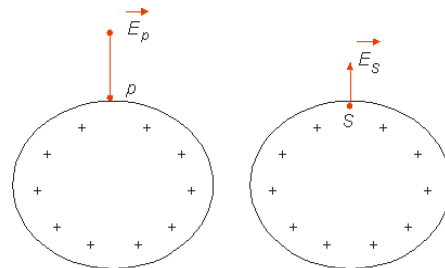


Fig.9

© 10emundo - Todos os direitos reservados.

Onde σ é a densidade superficial das cargas nas proximidades de P e ϵ_0 é uma constante denominada permissividade do meio. Essa constante está relacionada com a constante lei de Coulomb pela relação:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

Assim, no vácuo, temos:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = \frac{1}{4\pi(9 \cdot 10^9)} \cong 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (SI)}$$

Em um ponto S da superfície do condutor, a intensidade do campo é a metade da intensidade no ponto P:

$$E_s = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

(III)

Das equações II e III percebemos que o campo é mais intenso onde a densidade de cargas for maior. Por outro lado, sabemos que a densidade é maior nas “pontas”.

Portanto, o campo elétrico é mais intenso nas “pontas” de um condutor e esse fato é conhecido como poder das pontas.

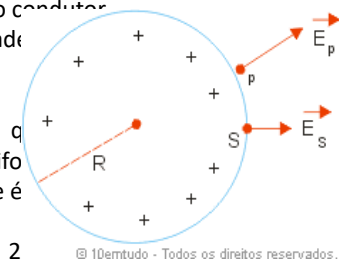
Exemplo

Um condutor esférico de raio $R = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ está eletrizado com carga $Q = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ no vácuo. Determine:

- a densidade superficial de carga
- a intensidade do campo elétrico num ponto externo muito próximo do condutor
- a intensidade do campo elétrico num ponto S da superfície

Resolução

- supondo que as cargas distribuem-se uniformemente sobre a área da superfície é



$$A = 4\pi R^2$$

Temos:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{7,5 \cdot 10^{-6}}{4\pi(2,0 \cdot 10^{-2})^2} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$$

- num ponto P externo é “muito próximo” do condutor, o campo tem intensidade dada por:

$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \approx 1,7 \cdot 10^8 \text{ N/C}$$

$$E_p \approx 1,7 \cdot 10^8 \text{ N/C}$$

- num ponto S da superfície, o campo tem intensidade igual à metade da intensidade no ponto próximo:

$$E_s = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{E_p}{2} \approx \frac{1,7 \cdot 10^8}{2} = 8,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_s = 8,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

CAPACITÂNCIA

Suponhamos que um condutor de formato qualquer esteja isolado. Se eletrizarmos esse condutor com uma carga Q ele terá um potencial V . É possível demonstrar que Q e V são proporcionais, isto é,

- dobrando a carga, dobra o potencial
- triplicando a carga, triplica o potencial
- etc.

Assim, podemos escrever

$$Q = C \cdot V \text{ ou } C = \frac{Q}{V} \text{ (VIII)}$$

V

Onde C é uma constante de proporcionalidade chamada capacitância do condutor e que depende do meio e da geometria do condutor, isto é, do seu formato e tamanho. Como Q e V têm o mesmo sinal, a capacitância é sempre positiva.

No Sistema Internacional a unidade de capacitância é o farad (F):

$$1 \text{ F} = 1 \text{ farad} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$$

Porém, em geral, as capacitâncias dos condutores com que trabalhamos são muito menores do que 1F; assim, usaremos submúltiplos:

Fórmulas

$$1 \text{ mF} = 1 \text{ milifarad} = 10^{-3} \text{ F}$$

$$1 \text{ F} = 1 \text{ microfarad} = 10^{-6} \text{ F}$$

$$1 \text{ nF} = 1 \text{ nanofarad} = 10^{-9} \text{ F}$$

$$1 \text{ pF} = 1 \text{ picofarad} = 10^{-12} \text{ F}$$

Antigamente, a capacitância era chamada de capacidade eletrostática. Embora esse nome tenha caído em desuso, às vezes ainda o encontramos em alguns textos.

Capacitância de um Condutor Esférico

$$V = k \frac{Q}{R}$$

Consideremos um condutor esférico de raio R , eletrizado com carga Q . supondo-o isolado, seu potencial é dado por

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{k \frac{Q}{R}} = \frac{R}{k}$$

Portanto sua capacitância é dada por:

(IX)

Exemplo

Calcule a capacitância de um condutor esférico de raio $R = 36 \text{ cm}$, situado no vácuo.

Resolução

No vácuo, nós sabemos que a constante da lei de Coulomb é dada por

$$k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ (S.I.)}$$

Como $R = 36 \text{ cm} = 36 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, a capacitância do condutor é dada por:

$$C = \frac{R}{k} = \frac{36 \cdot 10^{-2}}{9,0 \cdot 10^9} = 4,0 \cdot 10^{-11} = 40 \cdot 10^{-12}$$

$$C = 40 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 40 \text{ pF}$$

$$C = \frac{R}{k}$$

CÁLCULO DO CAMPO ELÉTRICO CRIADO POR CARGAS PUNTIFORMES

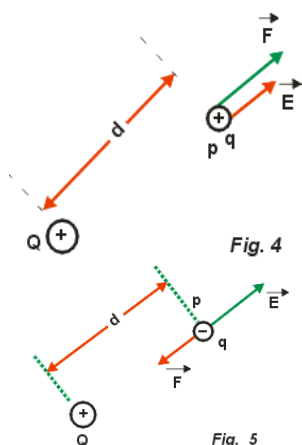
Campo de uma carga puntiforme

Consideremos uma carga fixa Q e vamos determinar o campo elétrico produzido por ela em um ponto P qualquer.

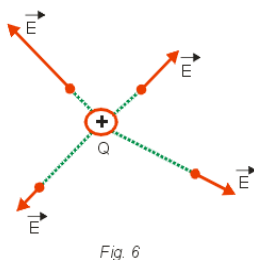
Suponhamos inicialmente que a carga seja positiva ($Q > 0$). Para calcular o campo em um ponto P , colocamos nesse ponto uma carga q , chamada carga de prova. Se $q > 0$, a carga Q irá repelir q , por meio de uma força

$\vec{F}$ (Fig. 4). Se $q < 0$, a carga Q irá atrair q por meio de uma força

$\vec{E}$ (Fig. 5). No caso da Figura 4, como $q > 0$, a força e o campo devem ter o mesmo sentido. No caso da Fig. 5, como $q < 0$, a força e o campo devem ter sentidos opostos.



Vemos então que o sentido do campo produzido por Q , não depende do sinal da carga de prova q . De modo geral, uma carga puntiforme positiva produz em torno de si um campo elétrico de afastamento (Fig. 6)



Calculamos primeiramente a intensidade pela lei de Coulomb. Tanto para o caso da Fig. 4 como para o caso da Fig. 5 temos:

$$|\vec{F}| = k \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2}$$

Assim:

$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}|}{|q|} = \frac{k |Q| \cdot |q|}{d^2 |q|} = k \frac{|Q|}{d^2}$$

Procedendo de modo semelhante, podemos mostrar que uma carga puntiforme negativa produz em torno de si (Fig. 7) um campo elétrico de aproximação e cuja intensidade também é dada pela equação II.

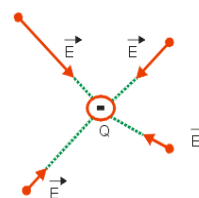


Fig. 7

Analisando a equação II percebemos que o gráfico da intensidade de $\vec{E}$ em função de distância d tem o aspecto da Fig. 8

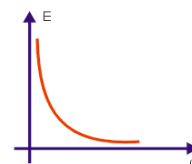
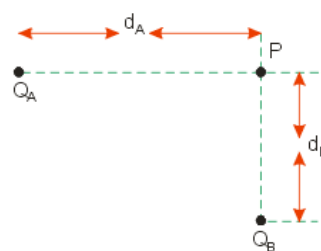


Fig. 8

EXEMPLO



Duas cargas puntiformes A e B estão fixas nas posições indicadas na figura. Determine o campo elétrico produzido por elas no ponto P sabendo que:

$$Q_A = -36 \cdot 10^{-5} \text{ C}; d_A = 3,0 \text{ m}$$

$$Q_B = 12 \cdot 10^{-5} \text{ C}; d_B = 2,0 \text{ m}$$

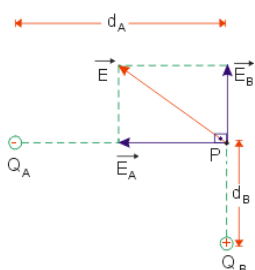
RESOLUÇÃO

Como a carga A é negativa, o campo por ela produzindo no ponto P é de aproximação. A carga B, sendo positiva, produz no ponto P um campo $\vec{E}_B$ de afastamento.

$$\vec{E}, \text{ de } \vec{E}_A \text{ e } \vec{E}_B.$$

O campo total produzido no ponto P é a resultante

$$|\vec{E}| = k \frac{|Q|}{d^2}$$

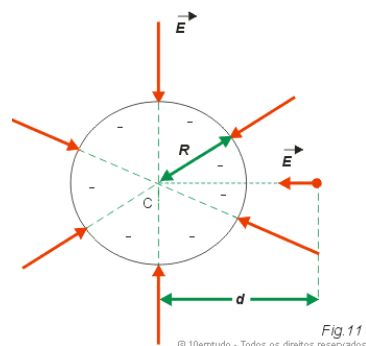
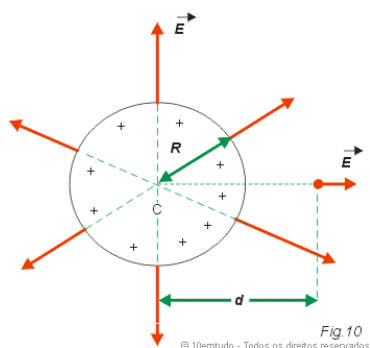


$$\begin{cases} E_A = k \frac{|Q_A|}{d_A^2} = 90 \cdot 10^9 \frac{36 \cdot 10^{-5}}{(3,0)^2} = 36 \cdot 10^4 \text{ N/C} \\ E_B = k \frac{|Q_B|}{d_B^2} = 90 \cdot 10^9 \frac{12 \cdot 10^{-5}}{(2,0)^2} = 27 \cdot 10^4 \text{ N/C} \end{cases}$$

Aplicando o teorema de Pitágoras

CONDUTOR ESFÉRICO

Consideremos um condutor esférico, eletrizado, em equilíbrio e isolado. Como já sabemos, o excesso de cargas distribui-se uniformemente pela sua superfície (Fig. 10 e Fig. 11)



No interior do condutor o campo elétrico é nulo. Porém no exterior o campo é não nulo e sua intensidade pode ser calculada como se toda a carga do condutor (Q) estivesse concentrada no centro da esfera, usando a equação válida para uma carga puntiforme: (para $d > R$) (IV)

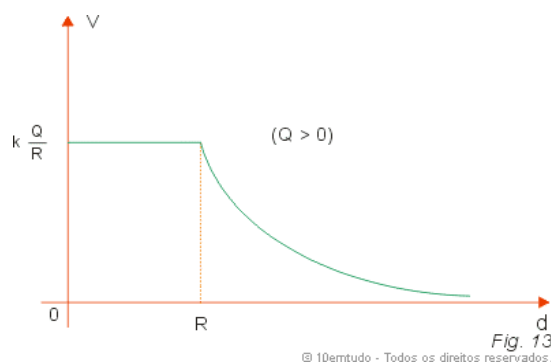
$$V_s = k \frac{Q}{R}$$

Para calcular a intensidade num ponto “muito próximo”, fazemos $d = R$:

$$E_p = k \frac{|Q|}{R^2}$$

$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi R^2 \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{|Q|}{R^2} = k \frac{|Q|}{R^2}$$

(V)



É fácil verificar que esta equação dá o mesmo valor fornecido pela equação II:

Na superfície o campo tem intensidade igual à metade da intensidade no ponto “muito próximo”:

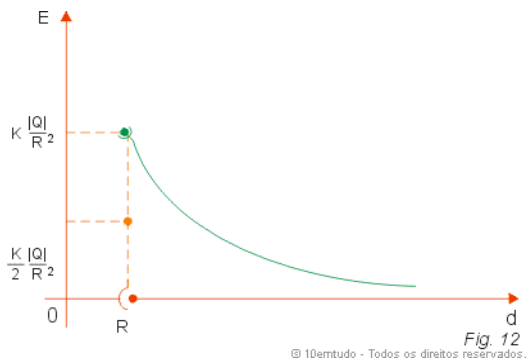
$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\frac{|Q|}{4\pi R^2}}{\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|Q|}{R^2} = k \frac{|Q|}{R^2}$$

$$E_s = \frac{1}{2} E_p = \frac{k |Q|}{2 R^2}$$

Na superfície o campo tem intensidade igual à metade da intensidade no ponto “muito próximo”:

$$\vec{E} = k \frac{|Q|}{d^2}$$

Desse modo o gráfico da intensidade do campo em função da distância d ao centro da esfera, tem o aspecto representado na figura 12.



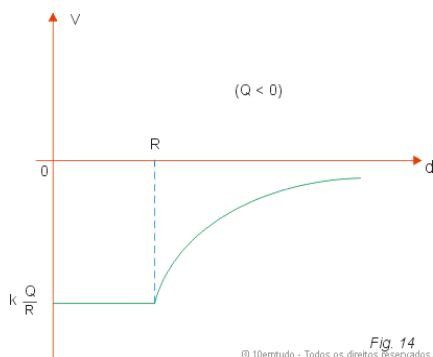
O potencial em pontos externos também pode ser calculado supondo toda a carga concentrada no centro e usando a equação da carga puntiforme:

(VI)

Na superfície do condutor, o potencial é obtido fazendo $d = R$:

(VII)

$$V = k \frac{Q}{d}$$



LINHAS DE FORÇA

Para melhor visualizar as características do campo elétrico, desenhemos linhas, denominadas linhas de força. Cada linha de força é desenhada de modo que em cada ponto da linha (figura 9), o campo elétrico é tangente à linha.

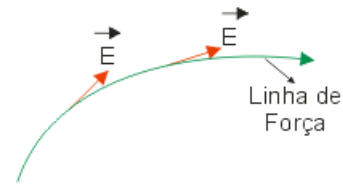


Fig. 9

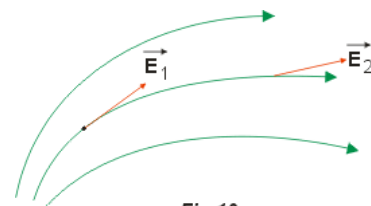


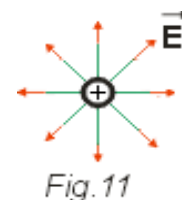
Fig.10

Quando temos um conjunto de linhas de força (Figura 10) é possível demonstrar que na região onde as linhas estão mais próximas o campo é mais intenso do que nas regiões onde elas estão mais afastadas. Assim, por exemplo, no caso da Fig. 10, podemos garantir que

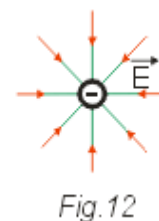
$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$

A seguir mostramos como são as linhas de força em alguns casos particulares.

Campo produzido por uma carga puntiforme positiva.



Campo produzido por uma carga puntiforme negativa.



Campo produzido por duas cargas puntiformes de sinais opostos, mas de mesmo módulo

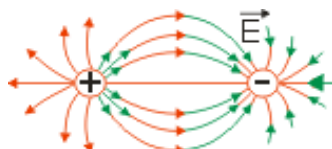


Fig. 13

Campo produzido por duas cargas puntiformes positivas e de mesmo módulo.

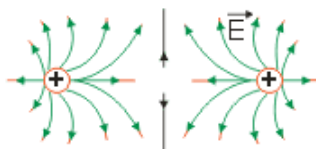


Fig. 14

Campo Uniforme

Consideremos uma certa região onde há campo elétrico com a seguinte características: em todos os pontos da região o campo tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido (Fig. 15). Dizemos então que o campo é uniforme.

De modo geral, as linhas de força “começam” em cargas positivas e “terminam” em cargas negativas.

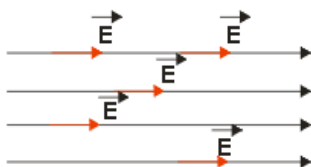


Figura 15

Num campo uniforme as linhas de força são retas paralelas. Para indicar que o módulo é constante, desenhamos essas linhas regularmente espaçadas.

Na prática, para obtermos um campo elétrico uniforme eletrizamos duas placas metálicas paralelas (Fig. 16) com cargas de sinais opostos nas de mesmo módulo. Pode-se verificar que nesse caso, na região entre as placas o campo é aproximadamente uniforme. Na realidade, próximo das bordas (Fig. 17) as linhas se curvam, mas nos exercícios nós desprezamos esse efeito.

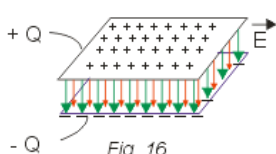


Fig. 16

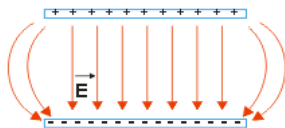


Fig. 17

BLINDAGEM ELETROSTÁTICA

Na figura 7 representamos um condutor neutro Y situado no interior de um condutor oco X. Independentemente do fato de X estar ou não eletrizado o campo elétrico no seu interior é nulo. Desse modo, o condutor X protege o condutor Y de ações elétricas externas. Se aproximarmos, por exemplo, um condutor eletrizado A, (Fig. 8) este induzirá cargas em X mas não em Y. Dizemos então que o condutor X é uma blindagem eletrostática para o condutor Y.

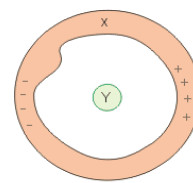
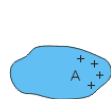


Fig. 8

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

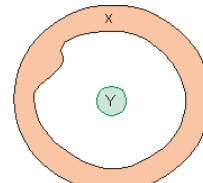


Fig. 7

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

Essa blindagem é usada na proteção de aparelhos elétricos para que estes não sintam perturbações elétricas externas. A carcaça metálica de um automóvel ou avião e a estrutura metálica de um edifício também são exemplos de blindagens eletrostáticas.

PODER DAS PONTAS

Um fenômeno também interessante, relacionado com o conceito de rigidez dielétrica denomina-se poder das pontas.

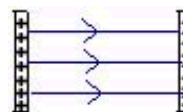
Este fenômeno ocorre porque, em um condutor eletrizado a carga tende a se acumular nas regiões pontiagudas. Em virtude disso, o campo elétrico próximo às pontas do condutor é muito mais intenso que nas proximidades das regiões mais planas. É devido a esse fenômeno que nos dias de chuvas intensas não se recomenda se abrigar sob árvores ou em lugares mais altos.

POTENCIAL ELÉTRICO

Se a carga adquirir Energia, tem Potencial Elétrico.

E+ : A própria carga realiza trabalho;

E- : Não é a carga que realiza trabalho;



- Ao longo da linha o potencial elétrico (V) diminui. Logo $V_1 > V_2$

Obs.: Ao colocar carga positiva no interior do campo elétrico ela se desloca espontaneamente para um ponto de menor potencial. Quando for negativa vai para o de maior potencial.

$$V = K \cdot Q / d$$

DIFERENÇA DE POTENCIAL

Energia Potencial

Consideremos uma região do espaço onde há um campo elétrico estático, isto é, que não varia no decorrer do tempo. Suponhamos que uma carga puntiforme q seja levada de um ponto A para um ponto B dessa região (Fig. 1). É possível demonstrar que o trabalho da força elétrica nesse percurso não depende da trajetória seguida, isto é, qualquer que seja a trajetória seguida, o trabalho da força elétrica entre A e B é o mesmo.

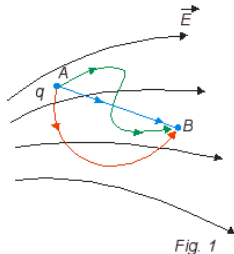


Fig. 1

Portanto a força elétrica é conservativa e podemos assim definir uma energia potencial.

Como já vimos na mecânica, o valor exato da energia potencial não é importante. O que importa na realidade é a diferença da energia potencial no percurso. Portanto podemos escolher um ponto R qualquer como referencial, isto é, o ponto onde a energia potencial é considerada nula (E_p^A).

Escolhido o ponto R (Fig. 2), a energia potencial de uma carga q num ponto A é, por definição, igual ao trabalho da força elétrica quando a carga é levada de A até R:

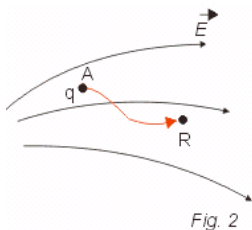


Fig. 2

$$V_A = \frac{E_p^A}{q} \quad \text{ou} \quad E_p^A = q V_A \quad (\text{II})$$

Podemos definir também o potencial do ponto A (V_A) como sendo a energia potencial por unidade de carga:

$$\tau_{XB} = 0$$

No Sistema Internacional a unidade de potencial é o volt (V):

$$1 \text{ V} = 1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{\text{coulomb}} = 1 \text{ J/C}$$

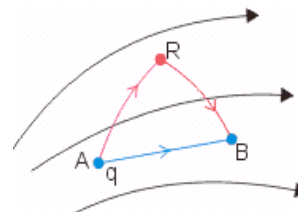


Fig. 3

Suponhamos que uma carga puntiforme q seja levada de um ponto A para um ponto B (Fig. 3). Como a força elétrica é conservativa o trabalho não depende da trajetória. Portanto, podemos escolher uma trajetória que vá de A para R e de R para B:

Mas:

$$\tau_{RB} = -\tau_{BR}$$

Substituindo em III:

$$\tau_{AB} = \tau_{AR} + \tau_{RB} \quad (\text{III})$$

$$\tau_{AB} = \tau_{AR} - \tau_{BR} \quad (\text{IV})$$

Porem:

$$\begin{cases} \tau_{AR} = E_p^A \\ \tau_{BR} = E_p^B \end{cases}$$

Isto é, o trabalho da força elétrica para ir de A até B é igual à diferença de energia potencial entre A e B.

Lembrando que:

$$E_p^A = q V_A \quad \text{e} \quad E_p^B = q V_B$$

e substituindo em V obtemos:

$$\tau_{AB} = q V_A - q V_B$$

diferença de potencial $V_A - V_B$ costuma ser representada por

U_{AB} :

$$\tau_{AB} = q (V_A - V_B) \quad (\text{VI})$$

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Propriedades do Potencial

Consideremos uma carga puntiforme q positiva sendo levada de um ponto A para um ponto B sobre uma linha de força (Fig. 4). Como a carga é positiva, a força $\vec{F}$ tem o mesmo sentido do campo e, desse modo, o trabalho da força elétrica será positivo

$$(\tau_{AB} > 0)$$

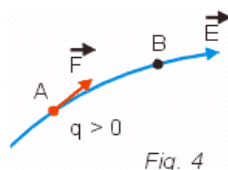


Fig. 4

Assim:

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{AB} = q(V_A - V_B) \\ q > 0 \\ \tau_{AB} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$$

Percebemos então que o potencial do ponto A é maior que o potencial do ponto B. Portanto: $\tau_{AX} = \vec{F} \cdot \vec{d} = q \cdot \vec{E} \cdot \vec{d}$ o potencial diminui ao longo de uma linha de força.

Movimento espontâneo:

Se abandonamos uma carga q numa região onde há campo elétrico, supondo que não haja nenhuma outra força, a carga deverá se deslocar “a favor” da força elétrica, isto é, a força elétrica realizará um trabalho positivo. Consideremos duas possibilidades: $q > 0$ e $q < 0$.

$$\left. \begin{array}{l} q > 0 \\ \tau_{AB} > 0 \\ \tau_{AB} = q(V_A - V_B) \end{array} \right\} \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$$

Percebemos então que:

$$\left. \begin{array}{l} q > 0 \\ \tau_{AB} > 0 \\ \tau_{AB} = q(V_A - V_B) \end{array} \right\} \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$$

Uma carga positiva, abandonada numa região onde há campo elétrico, desloca-se espontaneamente para pontos de potenciais decrescentes.

Portanto: uma carga negativa abandonada numa região onde há campo elétrico, desloca-se espontaneamente para pontos de potenciais crescentes.

Superfícies Equipotenciais

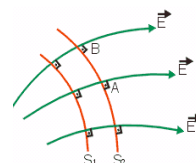


Fig. 5

Na Fig. 5, as linhas S_1 e S_2 representam no espaço, superfícies que, em cada ponto, são perpendiculares às linhas de força. Suponhamos que uma carga q seja transportada de um ponto A para um ponto B, de modo que a trajetória esteja sobre uma dessas superfícies. Nesse caso, em cada pequeno trecho da trajetória, a força elétrica será perpendicular ao deslocamento e, portanto, o trabalho da força elétrica será nulo:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B) = 0 \Rightarrow V_A = V_B$$

Concluimos então que todos os pontos dessa superfície têm o mesmo potencial e por isso ela é chamada de superfície equipotencial. Assim, na Fig. 5, S_1 e S_2 são exemplos de superfícies equipotenciais.

VOLTAGEM EM UM CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

O Elétron – Volt

Na área de Física Nuclear é usada uma unidade de energia (ou trabalho) que não pertence ao Sistema Internacional: o elétron – volt (eV). Essa unidade é definida como sendo o módulo do trabalho realizado pela força elétrica quando um elétron é deslocado entre dois pontos cuja diferença de potencial é 1 volt. Lembrando que, em módulo, a carga de um elétron é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C temos:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

$$1 \text{ eV} = \tau_{AB} = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1 \text{ elétron – volt} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Potencial e Campo Uniforme

Na Fig. 6 representamos algumas linhas de força de um campo elétrico uniforme $\vec{E}$

Como as superfícies equipotenciais devem ser perpendiculares às linhas de força, neste caso as superfícies equipotenciais são planos perpendiculares às linhas. Na Fig. 6, S_A e S_B representam duas superfícies equipotenciais. Todos os pontos de S_A têm um mesmo potencial V_A e todos os pontos de S_B têm um mesmo potencial V_B .

Suponhamos que uma carga positiva q seja transportada do ponto A para o ponto B. O trabalho da força elétrica não depende da trajetória. Portanto podemos fazer o percurso A X B indicado na figura:

$$\tau_{AB} = \tau_{AX} + \tau_{XB} \quad (\text{VII})$$

No trecho XB a força elétrica é perpendicular ao deslocamento e, portanto,

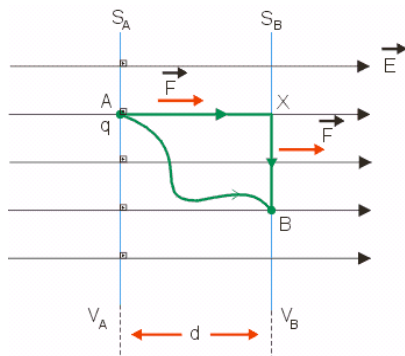


Fig. 6

No trecho AX temos:

Substituindo em VII:

$$\tau_{AB} = \tau_{AX} + \underbrace{\tau_{XB}}_0 = \tau_{AX} = q E d$$

Mas sabemos que:

$$\tau_{AB} = q (V_A - V_B)$$

Assim:

$$\tau_{AB} = q \underbrace{(V_A - V_B)}_{U_{AB}} = q E d$$

$$U_{AB} = E \cdot d \text{ (VIII)}$$

Como o potencial decresce ao longo de uma linha de força temos $V_A > V_B$. Portanto, se quiséssemos $V_B - V_A$ teríamos:

$$V_B - V_A = U_{BA} = -E \cdot d$$

Unidade de E no SI

No capítulo anterior vimos que, no SI, a unidade do campo elétrico pode ser o Newton por coulomb (N/C). No entanto a unidade oficial do campo elétrico no SI é outra, a qual pode ser obtida da equação VIII:

$$U = E d \Rightarrow E = \frac{U}{d}$$

Assim:

$$\text{unidade de } E = \frac{\text{unidade de } U}{\text{unidade de } d} = \frac{\text{volt}}{\text{metro}} = \text{V/m}$$

POTENCIAL E CAMPO DE CARGA PUNTIFORME

Quando o campo elétrico é produzido por uma única carga puntiforme Q, sabemos que as linhas de força são radiais como indicam as figuras 7 e 8.

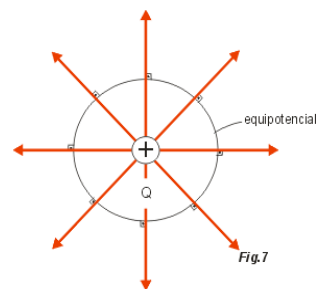


Fig. 7

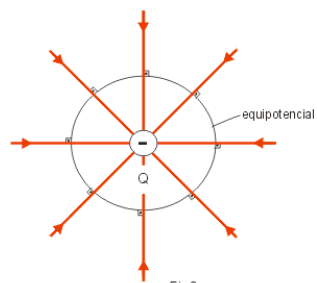


Fig. 8

SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS

Como as superfícies equipotenciais devem ser perpendiculares às linhas de força, neste caso, as superfícies equipotenciais são superfícies esféricas cujo centro estão sobre a carga Q.

Suponhamos que a carga Q esteja fixa, e uma carga puntiforme q seja transportada de um ponto A para um ponto B. É possível mostrar que o trabalho da força elétrica neste caso é dada por:

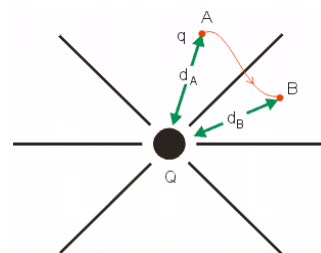


Fig. 9

$$\tau_{AB} = \frac{k Q q}{d_A} - \frac{k Q q}{d_B} \quad (\text{IX})$$

onde : $\begin{cases} k \text{ é a constante da lei de Coulomb} \\ d_A \text{ é a distância entre A e Q} \\ d_B \text{ é a distância entre B e Q} \end{cases}$

Portanto, a diferença de potencial entre os pontos A e B é dada por:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{\tau_{AB}}{q} = \frac{kQ}{d_A} - \frac{kQ}{d_B} \quad (X)$$

A partir da equação vemos que neste caso é conveniente adotar o referencial no infinito, pois para $d \rightarrow \infty$

O termo

$$\frac{kQ}{d} \rightarrow 0$$

Assim teremos:

$$V_A = \frac{kQ}{d_A} \text{ e } V_B = \frac{kQ}{d_B} \text{ ou de modo geral, } V_A = \frac{kQ}{d_A} \text{ e } V_B = \frac{kQ}{d_B}$$

$$E_p^A = \frac{kQq}{d_A} \text{ e } E_p^B = \frac{kQq}{d_B} \Rightarrow V = \frac{KQ}{d} \quad (XI)$$

Ainda supondo o referencial no infinito, da equação IX tiramos, de modo, geral:

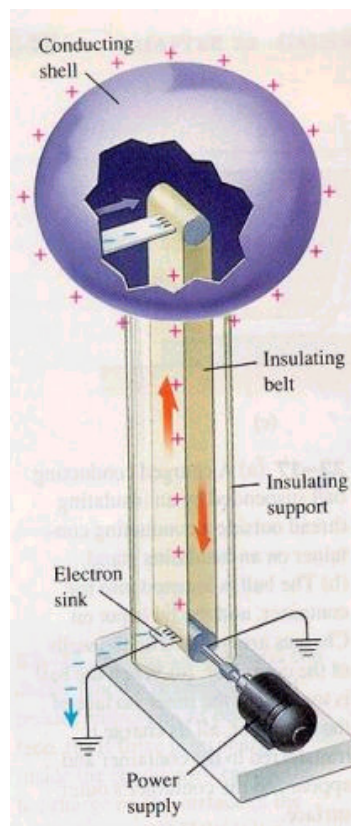
$$E_p = k \frac{Qq}{d} \quad (XII)$$

GERADOR DE VAN DE GRAAFF

O gerador de Van de Graaff destina-se a produzir voltagens muito elevadas para serem usadas em experiências de física.

Nele, um motor movimenta uma correia isolante que passa por duas polias, uma delas acionada por um motor elétrico que faz a correia se movimentar. A segunda polia encontra-se dentro da esfera metálica oca. Através de pontas metálicas a correia recebe carga elétrica de um gerador de alta tensão. A correia eletrizada transporta as cargas até o interior da esfera metálica, onde elas são coletadas por pontas metálicas e conduzidas para a superfície externa da esfera.

Como as cargas são transportadas continuamente pela correia, elas vão se acumulando na esfera.



Por esse processo, a esfera pode atingir um potencial de até 10 milhões de volts, no caso dos grandes geradores utilizados para experiências de Física atômica, ou milhares de volts nos pequenos geradores utilizados para demonstrações nos laboratórios de ensino.

O gerador eletrostático de Van de Graaff não sofreu alterações radicais desde que foi construído e apresentado por Robert Jamison Van de Graaff, no início de 1931.

Seu layout básico consiste em:

1. um domo ou cúpula de descarga;
2. uma coluna de apoio;
3. dois roletes (superior e inferior);
4. dois pentes metálicos (superior e inferior);
5. uma correia transportadora; e

6. uma base para alojar o motor elétrico, fixar a coluna e o pente inferior.

Faças e Não-Faças!

Antes de entrarmos nos detalhes e nas descrições, apresentaremos alguns faças e não-faças que foram dores de cabeça durante as construções de vários geradores de Van de Graaff.

Alguns poderão parecer óbvios, outros não. Em todo caso, vale a pena citá-los.

1. Quando trabalhamos com eletricidade estática, devemos ter sempre em mente que as pontas e os cantos afiados, devido ao poder das pontas, agirão como pontos de descarga e sangrarão a carga elétrica do domo de descarga, dando assim a impressão de que o GVDG não está funcionando.

Uma vez que um GVDG trabalha no princípio de tensões muito altas e correntes muito baixas, pode ser comparado a um revólver de esguichar água. Um esguicho de seringa fornece uma quantidade muito pequena de água, porém, sob alta pressão, suficiente para fazer a água percorrer uma grande distância. Se um vazamento pequeno (um furinho) ocorrer na seringa que esguicha (equivalente a um canto vivo, afiado, em um GVDG), a água não irá mais tão longe. Assim, sempre que possível, todas as extremidades afiadas devem ser arredondadas, curvadas para dentro ou cobertas. É devido a esse poder das pontas que daremos preferência às cúpulas arredondadas e com a gola (contorno do furo feito na cúpula) voltada para dentro. Voltaremos a falar dessa gola.

Essas são as causas observadas em geradores cujas faíscas vão até a base --- há cabeças de parafusos expostas.

2. Todos os tipos de substâncias estranhas podem causar contaminações (sujeira, graxa, sabões, limpadores, poeira etc.) e são causas suficientes para que um gerador possa deixar de funcionar. Certa vez, presenciamos a coluna de apoio de um gerador (supostamente limpa) brilhar como fogo vivo de eletricidade estática, enquanto o domo de descarga permanecia inativo. Se algumas partes precisam de limpeza, use componentes que realmente retirem toda a sujeira. A solução de amônia e água constitui um bom produto para limpeza (e sai barato também...).

3. Se seu GVDG não está funcionando a contento, a causa pode ser a seguinte: certos materiais que parecem ser bons isolantes elétricos, frequentemente não o são. Com os níveis de tensões produzidas, até mesmo em pequenos geradores, muitos desses materiais (habitualmente tratados como isolantes) conduzirão eletricidade. Um isolante para os corriqueiros 110 V torna-se um condutor sob tensão de 20000 V ou mais!

4. Finalizamos esse faça e não-faça alertando-o sobre o carbono (grafite, carvão). O carvão das escovas, muito utilizado em pequenos motores elétricos, pode servir como meio para transferir eletricidade estática do domo para a base do aparelho.

Enquanto o motor funciona, a escova se desgasta e seu pó é lançado para fora através das aberturas do motor, empurrado pela ventoinha de refrigeração. Pó de carbono é quase invisível e, quando depositado sobre superfícies, até mesmo em pequenas quantias, pode criar um filme bom condutor de eletricidade.

Esse filme pode fazer um GVDG parar de funcionar. Carbono também é usado em plásticos e borrachas. Negro de fumo é frequentemente acrescentado para tornar a borracha mais resistente ao ozônio e à deterioração ele confere à borracha sua cor preta e impede seu GVDG de funcionar. Carbono também é usado em muitos plásticos, pelas mesmas razões.

Quando alguém menciona um Van de Graaff, a primeira coisa em que as pessoas pensam, frequentemente, é o efeito de eriçar os cabelos. Embora isso não deixe de ser um experimento notável e atrativo, há outros experimentos diferentes, muitos deles até mais atrativos e esclarecedores, que podem ser feitos com a eletricidade estática.

Antes dessa fase de experimentos, apresentaremos, neste projeto, as estruturas dos dois modelos básicos dos geradores de Van de Graaff (GVDG).

Daremos maior ênfase ao primeiro, que é o tipo auto excitado, por ser ele o mais comum e, com certeza, aquele em que as pessoas pensam quando um GVDG é mencionado.

O gerador auto excitado trabalha segundo princípios do efeito triboelétrico. Esse termo refere-se ao fenômeno que ocorre quando dois materiais diferentes estão bem juntos e então são puxados para que se separem.

Todos nós já experimentamos esse efeito alguma vez. O melhor exemplo, um pelo qual a maioria certamente já passou (especialmente em um dia seco e quente), é o que ocorre quando estamos caminhando sobre um piso atapetado e a seguir tocamos na maçaneta da porta ou em outro objeto metálico; ouvimos e sentimos uma pequena faísca saltar de nossos dedos. É comum ouvirmos essas crepitações ao tirarmos um vestuário de lã. Assim como os sapatos são afastados do piso atapetado, as roupas puxadas para longe de outras roupas, todos os demais materiais diferentes, quando separados, experimentam uma migração de elétrons de um para outro, tornando-se ambos eletrizados. Esse é o resultado do efeito triboelétrico a eletrização que ocorre ao separarmos materiais diferentes que estão bem juntos. Isso é exatamente o que acontece entre a correia de nosso GVDG e o rolete inferior, como veremos.

O segundo tipo de gerador é o sistema bombeado, borrifado ou ainda externamente excitado. Uma fonte de alimentação de alta tensão deposita elétrons na correia móvel. Esses elétrons são transportados até o domo de descarga. A forma física básica desses dois tipos são quase idênticas. Porém, não incluiremos muitas explicações ou desenhos para se construir esse tipo, porque a fonte de tensão requerida é cara ou de difícil montagem para os alunos. Além disso, são fontes perigosas para um manuseio por pessoas inexperientes. No entanto, para quem “mexe” com eletrônica, como o amigo Newton C. Braga, por exemplo, diretor técnico da revista Saber Eletrônica, essas fontes são brinquedinhos de expelir elétrons!

É possível construir um pequeno gerador com mínimas despesas, uma vez que suas partes podem ser obtidas no comércio ou podem ser fabricadas. O modelo descrito é para um gerador com uma correia de 2 cm a 3,5 cm de largura, uma cúpula de descarga com cerca de 20 cm a 35 cm de diâmetro e algo entre 40 cm e 65 cm de altura. O modelo baseia-se em GVDGs já construídos pelo autor, os quais funcionam em seus rendimentos máximos.

Na descrição desse projeto não incluímos detalhes profundos sobre certas partes. Por exemplo, não citaremos “use um motor da marca tal, modelo tal, número de série tal”. Do mesmo modo, certas partes precisam ser fabricadas. Assim, optamos por expor as exigências gerais e dar ao construtor liberdade para obter, achar, mandar fazer, comprar, trocar etc. ou ele próprio fazer essas partes.

Praticamente todos os pequenos motores elétricos disponíveis servirão para esse projeto. O autor já utilizou motor de toca-discos, de ventilador doméstico, de ventilador de computador, de máquina de costura etc. Como veremos oportunamente, aos poucos, fomos eliminando aqueles que utilizam escovas de carvão. Os motores de indução são os eleitos, mas, talvez, seja difícil achar um com as especificações certas.

Tipicamente, o motor deve apresentar o seguinte:

Velocidade: 2 000 rpm a 5 000 rpm : 1/10 HP a 1/4 HP.

Tamanho do eixo: 1/4" a 3/8" de diâmetro x 1,25" a 1,5" de comprimento livre.

Montagem: base de fixação plana. Um motor com base de fixação plana é preferível; caso contrário, deve-se recorrer a alças metálicas, as quais podem dar algum trabalho extra.

(Se um motor com escovas de carvão for utilizado, o construtor deverá ter em mente que tal GVDG requererá limpezas mais frequentes. Um pequeno ventilador de exaustão pode ser estrategicamente montado para remover e afastar o pó de carvão da correia e do tubo suporte.)

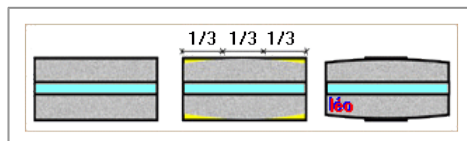
O autor já utilizou, com excelentes resultados, um motor de máquina de costura, que é praticamente todo blindado. Além disso, é dotado de um reostato (com discos de carvão), o qual permite controlar a velocidade de trabalho do motor. Esse tipo de reostato para controlar a velocidade do motor é um tanto "primitivo" (se bem que perfeitamente adaptado ao fim a que se destina - máquina de costura). Ele foi substituído, mais tarde, por um dimmer com TRIAC

Os cilindros (roletes), junto com a correia, constituem o coração de um GVDG auto excitado. Como mencionamos anteriormente, geradores eletrostáticos trabalham assentados no efeito triboelétrico. A série triboelétrica (uma lista abreviada é fornecida a seguir) nada mais é que uma lista de materiais ordenados segundo a carga relativa que adquirem quando atritados (ou separados) dois a dois. Os materiais mais comumente escolhidos para os cilindros estão nessa tabela.

mais positivo	ar vidro fibra sintética lã chumbo alumínio papel	Materiais que estão mais próximos do extremo mais negativo, têm uma disposição por assumir uma carga elétrica negativa. Os materiais mais próximos ao extremo mais positivo tendem a assumir carga elétrica positiva. Idealmente, os materiais da correia e do cilindro inferior devem estar entre o mais afastados possível dessa lista, enquanto o material do cilindro superior deve estar na região dos neutros. Uma Nota em Relação à Polaridade de um Van de Graaff Para uma dada combinação rolete inferior-correia-rolete superior, a polaridade do domo do GVDG fica determinada. Por exemplo, se a correia é de borracha, o rolete inferior é de plástico e o rolete superior é de alumínio, o domo ficará negativo. Usando o mesmo desenho, porém colocando-se o rolete de plástico como superior e o de alumínio como inferior, o domo ficará positivo.
neutro	algodão aço madeira borracha cobre acetato poliéster poliuretano polipropileno vinil (PVC) silicone	
mais negativo	teflon	

Para ver detalhes teóricos do conjunto roletes-correia, vento elétrico, fogo de Sant'Elmo, plasma etc., basta clicar no texto em destaque: Roletes e Correia.

Para um modelo didático, pequeno, os roletes podem ser cilíndricos, com diâmetro ao redor dos 2,5 cm e algo como 3 cm a 4 cm de comprimento. Uma vez aberto o furo central nesses cilindros (no diâmetro correto para passar os eixos), eles devem ser "coroados". Coroar um cilindro é fazer rebaixos nos extremos de maneira que a região central fique ligeiramente mais alta que as extremidades. Esse procedimento manterá a correia centrada sobre o rolete enquanto ele funciona (a correia tende para a parte mais elevada). Ilustremos isso:

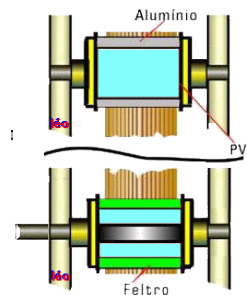


Um rebaixo de cerca de 4 graus em cada extremo (1/3) do cilindro é o bastante. Para esse serviço é recomendado o uso de um torno. O cilindro preso por um longo parafuso a uma furadeira de bancada e um esmerado trabalho de lixa podem produzir excelentes "barriletes".

Há outros recursos para fazer cilindros simples. Um deles é utilizar pedaços de canos plásticos usados nas redes domésticas de distribuição de água e colar discos em suas extremidades.

Nessa ilustração, o rolete inferior foi recoberto com uma tira de pano verde para mesas de snooker (feltro) e fixado com cola tipo Super Bonder. O rolete superior foi recoberto com uma tira de alumínio autocolante (tipo Contact).

Repare que os discos laterais têm diâmetro pouco superior ao dos canos, de modo a não permitir o escape da correia. Entretanto, os roletes tipo “barriletes” são os mais recomendados.



O rolete inferior girará solidário ao seu eixo (o eixo é colocado sob pressão), que é comandado pelo motor. O rolete superior pode girar livremente sobre o seu eixo (rolete louco) ou, se o eixo for solidário ao rolete, é o eixo que girará livremente em seus mancais.

A maioria dos modelos escolares de GVDG (fornecidos em forma de kits) tem os dois roletes feitos de PVC (maciços, em forma de tarugos), sendo o inferior recoberto com feltro e o superior recoberto com folha de alumínio autocolante; a correia é de borracha de cor laranja.

Ao selecionar o material para a coluna de apoio, recomendamos o uso de um tubo de plástico rígido. PVC e acrílico parecem ser os materiais preferidos pela maioria dos construtores. De modo geral, o tubo deve ter um diâmetro um pouco menor que o dobro do comprimento dos cilindros. Por exemplo, se o cilindro tem 5 cm de comprimento, então o tubo deve ter um diâmetro de cerca de 10 cm (tubo de 4 polegadas, nas medidas comerciais).

Para esse cilindro é melhor usar uma correia de 4 cm de largura. 0,5 cm é uma boa espessura para a parede do tubo. Não esqueça que o eixo do cilindro superior deve repousar em um entalhe na boca desse tubo ou passar por orifícios praticados nele. Para sustentar esses cilindros, a força exercida pela borracha esticada, o peso do domo e a espessura da parede do tubo são fatores importantes. A fixação do domo nessa coluna é um assunto delicado, como veremos mais adiante.

Um bom trabalho para exibição ao público exige boa aparência. Recomendamos que tal tubo seja lixado externamente (lixa d'água) e, posteriormente, envernizado.

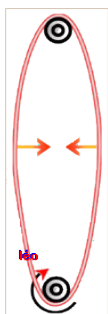
Escolha da Correia

Como mencionamos anteriormente, no item Faça e Não-Faça, evite, para a correia, as borrachas de cor preta. As borrachas de cor preta têm maior possibilidade de conter “negro de fumo”, carvão, carbono.

Quando selecionar um material, procure um que tenha uma boa resistência ao ozônio. Durante a operação de um Van de Graaff, ambas as descargas elétricas, as provenientes do globo e as das escovas, produzirão ozônio. Ozônio (O_3) é muito corrosivo, mesmo em pequenas quantidades; pode causar ferrugem, e borrachas e plásticos podem ser oxidados ou sofrerem apodrecimento. Neoprene é muito bom para resistir ao ozônio e pode ser comprado da maioria dos fornecedores de borracha. Além disso, pode ser achado na cor branca ou laranja claro, indicação de ausência de “negro de fumo”.

Espessura da Correia

Que espessura uma correia deve ter? Uma boa regra é: quanto mais fina, melhor. A própria correia não precisa ser espessa; de fato, quanto mais espessa for a correia, mais ela tenderá a sair dos cilindros. Conforme a velocidade do gerador aumenta, maior é a força centrípeta sobre a região da correia que passa acima do rolete superior e abaixo do rolete inferior. Essa força tende a afastar a correia do rolete, e a correia ficará instável em altas velocidades. Vamos entender assim: quanto menor a massa da correia, menor será sua tendência de se afastar dos roletes. Para ver esse efeito com mais clareza, proceda assim: amarre uma arruela a um fio de linha e gire-a em círculos. O puxão que você sente no fio, sua tração, tem praticamente a mesma intensidade que a força centrípeta desenvolvida na arruela pela sua rotação; quanto mais rápido girar, maior será a força que tende a arrancar o fio de sua mão.



A espessura, o comprimento útil da correia entre os dois cilindros e a tração a que está submetida são os fatores que irão comandar as vibrações estacionárias na correia. Se houver ressonância entre a frequência fundamental (ou de algum harmônico) da correia e a rotação dos cilindros, a amplitude da onda estacionária que se estabelece pode ser tal que a correia começará a bater na parede interna da coluna de apoio. Se isso acontecer, as providências possíveis são: alterar a velocidade do motor, alterar a tração na correia ou trocar a correia por outra de massa diferente.

Como Montar a Correia

Fazer uma correia não é realmente tão difícil como se poderia pensar. Com um pouco de paciência, algumas lâminas de aparelho para barbear --- tradicionalmente chamadas de giletes (há um termo em português para isso) --- ou facas com lâminas descartáveis e uma régua de aço podem ser feitas correias muito boas.

A primeira coisa para lembrar é que a tira de borracha deve ser retangular (lados perfeitamente paralelos).

Uma vez cortada a tira retangular, resta saber que comprimento precisa ter.

Obtido o comprimento final da correia, seus extremos devem ser colados.

Não há uma fórmula exata para determinar o máximo comprimento que a correia deverá ter.

A elasticidade da borracha, o comprimento global da montagem roletes-coluna, de modo geral, é que determinará o comprimento da correia acabada.

Uma regra básica é: a correia acabada (extremos já colados) deve ter um comprimento entre $2/3$ e $3/4$ da distância entre os centros dos roletes postos em seus devidos lugares.

Por exemplo: se a distância de centro a centro dos roletes é de 60 cm, então $3/4$ desse comprimento equivalem a 45 cm ($60 \times 0,75 = 45$).

Se o material da correia é muito fácil de esticar (pequena constante de elasticidade), então $2/3$ serão o recomendável ($60 \times 0,66 = 40$).

Apesar dessas referências, ainda resta a experimentação. Depois da correia acabada, instalada nos roletes, motor funcionando, se a correia tende a flutuar nos cilindros, então ela precisa ser encurtada.

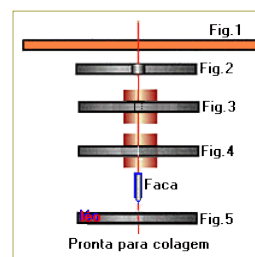
De experiência própria, é mais fácil encurtar uma correia do que perder material para fazer outra $3/4$ assim, é melhor manter o erro para o excesso a tentar prever o tamanho final.

A segunda coisa é que, quando os extremos da correia são cortados, eles devem resultar perpendiculares aos bordos.

Há um método simples para cortar e colar uma correia: antes de decidir pelo comprimento final, é melhor praticar com restos de borracha (mesmo que sejam emendados com Super Bonder).

Pratique, também, o uso da cola de secagem rápida (Super Bonder ou equivalente) para unir os extremos da fita. Vejamos a técnica de colagem.

Primeiro coloque a tira de borracha (cortada com régua de aço e faca de lâmina descartável ou gilete), com comprimento em excesso, sobre uma superfície plana (fig.1). A seguir dobre um extremo da correia para sua região central e então dobre o outro extremo para o mesmo lugar (fig.2). Isso lhe dará duas camadas de correia com os extremos que se encontram no meio. Superponha os dois extremos (cerca de 2 cm) de forma a ter três camadas de borracha superpostas na região central (fig.3). Deslize um pedaço de material resistente debaixo dos dois extremos superpostos; assim, quando os extremos forem cortados, a lâmina não atingirá a terceira camada de borracha (fig.4). Usando a lâmina nova e a régua de aço posta perpendicularmente aos bordos, efetue o corte. As extremidades resultarão em perfeita coincidência, prontas para a colagem final (fig.5).



Retire o pedaço de material resistente e coloque em seu lugar um pedaço de fita adesiva dupla face. Uma face gruda na borracha debaixo e na superfície plana (e serve de apoio) e a outra face receberá os extremos a serem colados. Deixe apenas uma das extremidades presa na fita adesiva, passe uma fina camada de cola de cianoacrilato (Super Bonder, marca registrada da Loctite Corp.) na extremidade livre e a ajuste com todo capricho junto à outra extremidade presa à fita adesiva. Agora a fita adesiva manterá tudo no lugar até a secagem final da cola.

Após tudo isso teremos uma fita contínua, de espessura uniforme, em forma de loop.

Teste: enfie um lápis dentro do loop para manter a fita na vertical. Verifique se não ocorrem dobras e se há paralelismo entre as duas partes.

Nota: a superposição das extremidades “retas” da correia, na colagem, produzirá o inevitável “ploc-ploc-ploc”, cada vez que a emenda descontínua passar pelos cilindros. Se a superposição for inevitável (quando a cola não está segurando devidamente), o recomendado é cortar as extremidades da correia em ângulo de 45° ou 60° .

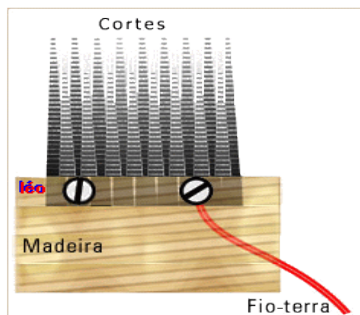
Isso permitirá uma passagem mais suave pelos roletes.

Nessas situações, a cola recomendada é a utilizada nos consertos de câmaras de pneus de bicicleta.

O gerador de Van de Graaff tem duas escovas virtuais para transferência de cargas. A palavra “escovas” seria melhor substituída por “pontas”, uma vez que, quando se fala em escova, há exata ideia de algo que entra em contato com outro corpo.

Nossas escovas não tocarão na correia, fisicamente, daí o adjetivo virtuais.

As escovas dos motores universais são realmente escovas, pois estão em permanente contato com o anel de terminais do rotor. Manteremos as palavras “escovas virtuais” por comodidade de expressão e viva a língua portuguesa!



A primeira fica localizada na base, sob o rolete inferior e próxima à face externa da correia. A segunda escova fica localizada sobre o cilindro superior e próxima à face externa da correia.

O melhor material para fazer as escovas é a tela de metal, aquela usada em telas de janelas.

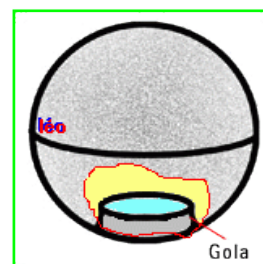
Basicamente, as escovas têm a mesma largura da correia. Depois que o material é cortado na largura indicada, repique com uma tesoura várias camadas dos fios horizontais; isso deixará pontas (farpas) de maior comprimento voltadas para a correia. Monte as escovas bem próximas à correia, mas sem tocarem nela. A escova inferior deve ser ligada eletricamente à terra (condutor aterrado). Se usar um cordão de força de três fios para o motor (plugue de 3 pinos - um dos pinos é a terra da residência), essa escova deve ser ligada ao fio-terra do cordão.

A escova superior deve ser ligada, elétrica e internamente, ao domo de descarga. O espaçamento das escovas deve ser ajustado com o motor girando --- deverá existir um espaço de ar entre as pontas das escovas e a superfície externa da correia. O “segredo” do porquê um GVDG consegue acumular boa quantidade de cargas elétricas e atingir altíssimos potenciais está no modo como a carga é colocada na cúpula. Na parte construtiva, a cúpula ou domo de descarga ideal para o GVDG requer trabalho de torno e repuxo. É serviço de profissional.

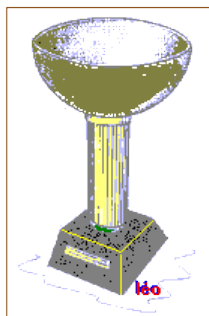
É constituída por duas superfícies hemisféricas (calotas esféricas) que se ajustam perfeitamente devido a encaixes trabalhados nas bordas. Esses hemisférios podem ser feitos com chapas de alumínio com 1 mm ou 1,5 mm de espessura, repuxadas num torno para adquirirem a forma de hemisférios; trabalho muito parecido com os repuxos para fazer cúpulas de lustres, de lâmpadas de quintal etc.

A parte inferior, que é fixada no alto da coluna de apoio, tem uma gola voltada para dentro. Isso facilita todo o trabalho de fixação com parafusos metálicos e arruelas de borracha (que minimizam as vibrações). Aqui os parafusos podem ser usados por ficarem dentro do globo.

Eis a ilustração da cúpula ideal.



Se uma cúpula de descarga especificamente projetada não está disponível, então outras cúpulas alternativas poderão ser construídas. O recurso usado pelo autor em uma de suas montagens é o apresentado a seguir.



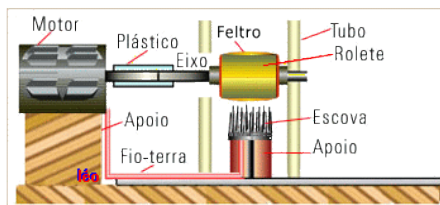
Consiga duas taças esportivas com diâmetro superior a 20 cm. Elas são, em geral, confeccionadas em latão, anodizadas ou niqueladas. Retire-as do suporte. Você terá duas calotas esféricas, cada uma com um orifício de cerca de 4 mm no vértice. Feche um desses orifícios com um arrebite de cabeça larga, limando e lixando cuidadosamente (para não riscar a calota), de modo a deixá-lo quase como parte integrante da calota. Essa será a calota superior. Na outra calota, que será a inferior, deve ser praticado um grande orifício (com ferramenta adequada), por onde passará justo o tubo de suporte do GVDG. Procure não deixar qualquer rebarba de material nesse corte. Arredonde as bordas com lixa. Use cantoneiras em L para fixar o tubo suporte nessa calota inferior. Os arrebites tipo pop são os indicados.

Para minimizar o poder das pontas nas bordas desse orifício, o autor adaptou uma argola de alumínio maciço (não recordamos se foi proveniente de uma pulseira ou de um puxador de cortinas) de diâmetro interno igual ao diâmetro externo do tubo.

De início, nas primeiras experimentações, a calota superior foi simplesmente apoiada na inferior e fixada com fita isolante. Mais tarde, com o auxílio de um amigo torneiro, foi feito um perfeito trabalho de encaixe nos dois hemisférios. Ele retirou o material em excesso nas duas bordas (havia uma espécie de bainha saliente), rebaixou ligeiramente uma das bordas e repuxou a outra. Ficou excelente.

Reunindo as Partes

Agora que todos os componentes foram descritos, é hora de reuni-los.



Começamos pelo motor e rolete inferior. O rolete pode ser fixado diretamente, sob pressão, ao eixo do motor (se ele for suficientemente comprido) ou ter um eixo próprio, sendo então adaptado ao eixo do motor por meio de um pequeno pedaço de tubo plástico flexível, conforme ilustramos.

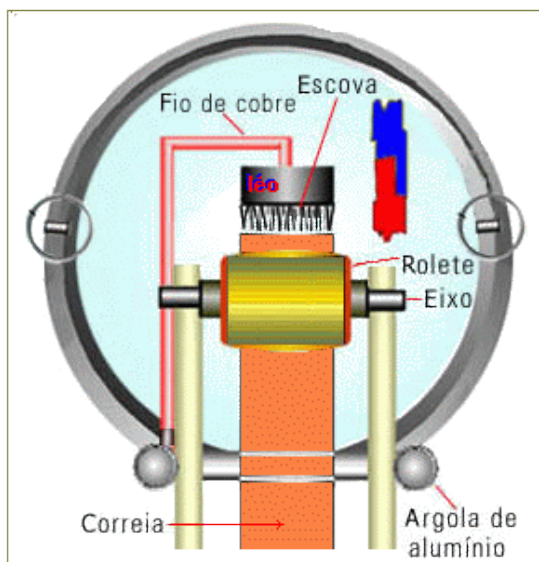
Dependendo do motor (rotação, por exemplo), alguns montadores preferem adaptar polias aos dois eixos e acoplá-las com correia de máquinas de costura. O tubo de sustentação deve ter próximo à sua base um furo que permita a introdução desse rolete. Essa montagem admite alterações. O importante é que fique tudo muito bem alinhado e isento de vibrações durante o funcionamento.

O conjunto rolete + eixo + tubo plástico deve ser removido por permitir a colocação da correia. Dentre os materiais da série triboelétrica, optamos pelo PVC para a confecção dos dois roletes e recobrimos o inferior com uma tira de feltro, sem superposição, fixada com Super Bonder.

O material mais simples para a base e demais apoios (motor, escova e controle de velocidade), onde tudo foi fixado, é a madeira envernizada. Os critérios para eles são: (a) onde a coluna de sustentação será fixada; (b) onde o suporte da escova será montado; (c) onde ficará o motor e seu controle de velocidade. Tudo deve ser pensado visando a um modo fácil de substituir componentes avariados e à limpeza de tubo e correia de tempo em tempo.

O desenho geral do GVDG é que ditará quão robusto o tubo e a base devem ser. A coluna de sustentação para um pequeno gerador pode ser fixada na base com chapinhas metálicas em ângulo reto ou braçadeiras convenientes, mas um maior precisará de um layout mais elaborado. Uma vez fixada a coluna, verifique se o rolete ficou bem posicionado no centro do tubo.

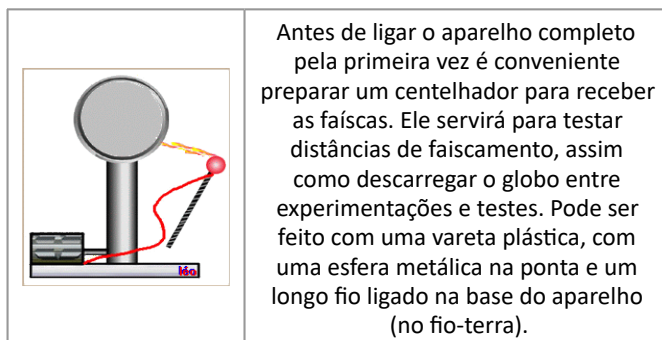
A seguir, instale o rolete superior. O desenho do rolete superior é que ditará como ele será montado na coluna. A montagem mais simples é cortar duas aberturas pequenas no topo do tubo para o eixo do cilindro descansar nelas. Duas arruelas elásticas ou dois pinos enfiados em orifícios nas extremidades desse eixo impedirão que o cilindro deslize para fora das aberturas na coluna. Fique atento à montagem dos roletes quando tudo estiver pronto, verifique se estão alinhados na vertical e paralelos entre si. Se não houver perfeito alinhamento, a correia tenderá a deslizar para um de seus extremos. As coroas dos roletes tentarão minimizar esse efeito, mas tudo tem seus limites...



O próximo passo é a colocação da correia. Passe-a por baixo do rolete inferior, segurando a montagem toda; estique-a para cima (pode-se usar uma alça de barbante para isso); deslize o rolete superior para o seu devido lugar e deixe assentar. Confira bem esse assentamento e o alinhamento da correia. Gire a correia com a mão e observe se trabalha corretamente. Se, até aqui, tudo estiver em ordem, pode-se ligar o motor em baixa rotação.

Repare em tudo. Já deve ser percebida a presença de um campo eletrostático ao redor da coluna de sustentação (notadamente pelos pelinhos do braço que ficam eriçados). Se a correia não traciona corretamente, ajuste os apoios do rolete superior até que tudo fique em ordem.

Se a correia se comporta bem da velocidade mínima até a máxima (pois está em perfeito alinhamento), é hora de colocar a escova superior (lembre-se de que ela deve estar eletricamente ligada à cúpula) e fechar o globo. Para impedir a queda da metade superior do domo, no caso de simples ajuste de um sobre o outro, passe uma fita isolante para fixá-lo. O GVDG está pronto para ser testado.



CAPACITORES

CAPACITÂNCIA E ENERGIA

Capacitores são dispositivos cuja a função é armazenar cargas elétricas. São formados por dois condutores situados próximos um do outro, mas separados por um meio isolante, que pode ser o vácuo. Ligando - se os condutores aos terminais de um gerador (Fig. 1), eles ficam eletrizados com cargas + Q e -Q .

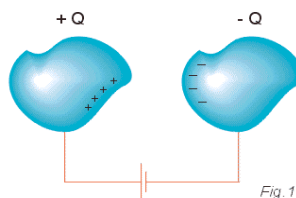
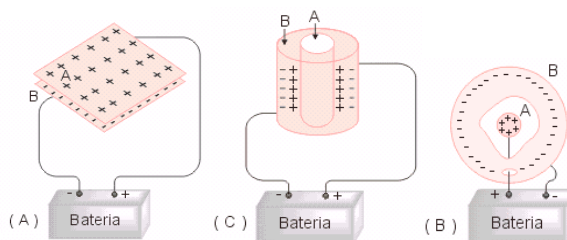


Fig. 1

Os dois condutores são chamados de armaduras do capacitor e o módulo da carga que há em cada armadura é chamado de carga do capacitor.

Os tipos de capacitores são:

1. capacitor plano (Fig.2a) formado por duas placas condutoras paralelas.
2. capacitor esférico (Fig.2b) formado por duas cascas esféricas concêntricas.



3. capacitor cilíndrico (Fig.2c) formado por duas cascas concêntricas.

Qualquer que seja o tipo de capacitor, nos esquemas de circuito ele é representado por um símbolo da Fig.3.



Fig. 3

Verifica - se que há uma proporcionalidade entre a carga (Q) do capacitor e a diferença de potencial (U) entre suas armaduras:

$$Q = C \cdot U \text{ ou } C = \frac{Q}{U}$$

U

A constante de proporcionalidade C é denominada capacitância do capacitor e sua unidade no Sistema Internacional é o farad, cujo símbolo é F.

Verifica - se que a capacitância de um capacitor depende apenas da geometria das armaduras (forma, tamanho e posição relativa) e do isolante que há entre elas.

Um capacitor carregado armazena energia potencial elétrica (E_p) a qual é dada por:

$$E_p = \frac{C U^2}{2}$$

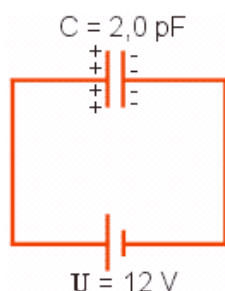
(II)

Exemplo

Um capacitor de capacitância $C = 2,0 \text{ p F}$, foi ligado aos terminais de uma bateria que mantém entre seus terminais uma diferença de potencial $U = 12\text{V}$. Calcule:

- A) a carga do capacitor
- B) a energia armazenada no capacitor:

Resolução



A) Pela definição de capacitância temos:

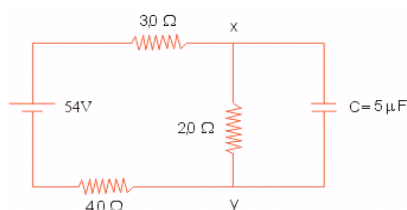
$$\frac{CU^2}{2} = \frac{(2,0 \cdot 10^{-12}) (12)^2}{2}$$

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U = (2,0 \text{ pF}) (12 \text{ V}) = \\ &= (2,0 \cdot 10^{-12} \text{ F}) (12 \text{ V}) = \\ &= 24 \cdot 10^{-12} \text{ coulomb.} \\ Q &= 24 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 24 \text{ pC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B) } E_p &= \\ &= 144 \cdot 10^{-12} = 1,44 \cdot 10^{-10} \\ E_p &= 1,44 \cdot 10^{-10} \text{ J} \end{aligned}$$

Exemplo

No circuito esquematizado ao lado há um capacitor

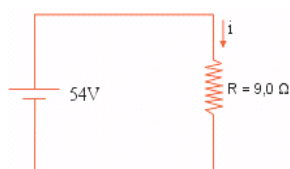


Calcule sua carga.

Resolução

Pelo capacitor não passa corrente elétrica. No entanto ele está submetido a uma diferença de potencial que é a mesma que existe entre os pontos X e Y.

Os resistores do circuito estão em série e sua resistência equivalente é:



$$\begin{aligned} R &= 3,0 + 2,0 + 4,0 = 9,0 \\ \text{Assim: } 54 &= (9,0) \cdot i \Rightarrow i = 6,0 \text{ A} \end{aligned}$$

A diferença de potencial entre X e Y é dada por:

$$U_{xy} = (2,0) (6,0 \text{ A}) = 12 \text{ V}$$

Portanto a carga Q do capacitor é dada por:

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U_{xy} = (5,0 \text{ F}) (12 \text{ V}) = (5,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}) (12 \text{ V}) = \\ &= 60 \cdot 10^{-6} \text{ coulomb} = 60 \text{ C} \\ Q &= 60 \text{ C} \end{aligned}$$

Observação: Os capacitores são também chamados de condensadores.

CAPACITOR PLANO

Consideremos um capacitor plano cujas placas têm área A e estão separadas por uma distância d (Fig.4)

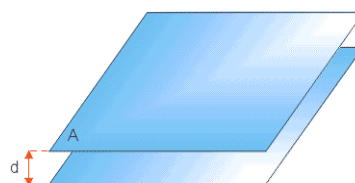


Fig.4

Pode-se demonstrar que a capacitância desse capacitor é dada por:

$C = \frac{EA}{d}$ (III) de onde a constante E depende do meio isolante (dielétrico) que existe entre as placas e é chamada permissividade do meio. Da equação III tiramos:

$$E = \frac{Cd}{A}$$

$$\text{unidade de } E = \frac{(\text{farad}) (\text{metro})}{(\text{metro})^2} = \frac{\text{farad}}{\text{metro}} = \text{F/m}$$

Assim, no Sistema Internacional temos:

A permissividade do vácuo é:

$$E_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$E_R = \frac{E}{E_0}$$

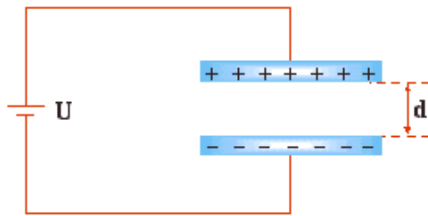
Qualquer outro isolante tem uma permissividade (E) maior que a do vácuo (E_0). Define-se então a permissividade relativa (ou constante dielétrica) do meio por:

A permissividade está relacionada com a constante k da Lei de Coulomb por meio da equação:

$$k = \frac{1}{4 \pi E}$$

Exemplo

Um capacitor plano é formado por placas de área $A = 36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ separadas por uma distância $d = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, sendo o vácuo o meio entre as placas as quais estão ligadas a um gerador que mantém entre seus terminais uma tensão $U = 40 \text{ V}$. Sabendo que a permissividade do vácuo é $E_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, calcule:



- A) a capacitância desse capacitor
 B) a carga do capacitor
 C) a intensidade do campo elétrico entre as placas

Resolução

A)

$$C = \frac{E_0 A}{d} = \frac{(8,85 \cdot 10^{-12}) (36 \cdot 10^{-4})}{(18 \cdot 10^{-3})}$$

$$= 1,77 \cdot 10^{-12}$$

$$C = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$\text{B) } Q = C \cdot V = (1,77 \cdot 10^{-12} \text{ F}) (40 \text{ V}) = 7,08 \cdot 10^{-11} \text{ C}$$

$$Q = 7,08 \cdot 10^{-11} \text{ C}$$

C) No capítulo de campo elétrico vimos que entre duas placas paralelas, uniformemente carregadas com cargas de sinais opostos, há um campo elétrico aproximadamente uniforme. Ao estudarmos o potencial vimos que para um campo uniforme temos:

$$U = E \cdot d$$

Portanto:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{40 \text{ V}}{18 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cong 2,2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

E

$$\cong 2,2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

Na Fig.5 representamos três capacitores associados de modo que a armadura negativa de um deles está ligada à armadura positiva do seguinte. Dizemos que eles estão associados em série.

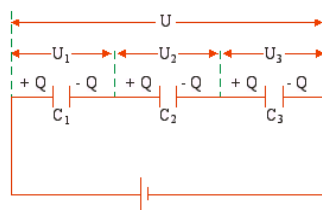


Fig. 5

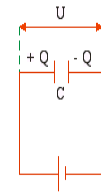


Fig. 6

Numa associação em série, os capacitores têm a mesma carga.

Na Fig.6 representamos um único capacitor, de capacitância C_E , que é equivalente à associação dada, isto é, sob a mesma tensão total U , tem a mesma carga Q .

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \text{ (VI)}$$

Mas:

$$U = \frac{Q}{C_E}, U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}, U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

Substituindo em VI:

$$\frac{Q}{C_E} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

ou

$$\frac{1}{C_E} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

(VII)

A equação anterior pode ser generalizada para um número qualquer de capacitores em série.

Quando há apenas dois capacitores em série temos:

$$\frac{1}{C_E} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

Ou

$$C_E = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\text{produto}}{\text{soma}}$$

(VIII)

Se forem n capacitores iguais, associados em série teremos

$$\frac{1}{C_E} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} \quad n \text{ parcelas}$$

ou

$$C_E = \frac{C_1}{n} \text{ (IX)}$$

ENERGIA ARMAZENADA EM CAPACITORES

Na Fig.7 representamos três capacitores associados em paralelo, isto é, os três estão submetidos à mesma tensão U .

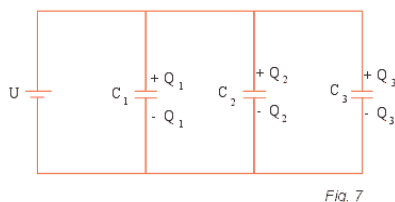


Fig. 7

Na Fig.8 representamos um único capacitor, de capacitância C_E que é equivalente à associação, isto é, submetido à mesma tensão U , apresenta a mesma carga total Q :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (X)$$

$$\text{Mas: } Q = C_E \cdot U, \quad Q_1 = C_1 \cdot U, \quad Q_2 = C_2 \cdot U, \quad Q_3 = C_3 \cdot U$$

Substituindo em X:

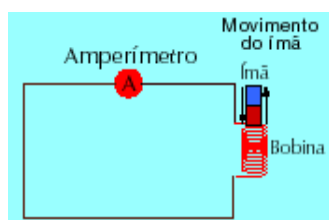
$$C_E \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U$$

ou:

$$C_E = C_1 + C_2 + C_3$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS

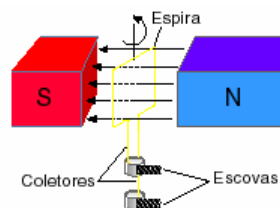
CORRENTE ELÉTRICA CONTÍNUA E ALTERNADA



Uma corrente elétrica produz magnetismo. O efeito contrário é possível? O físico inglês Michael Faraday demonstrou que sim. Em determinadas condições, um campo magnético gera corrente elétrica: ele ligou uma bobina a um amperímetro e, ao introduzir rapidamente um ímã na bobina, o amperímetro assinalava passagem de corrente. É a indução eletromagnética. Um ímã em movimento gera uma corrente elétrica em um fio condutor: é a corrente induzida. Se em vez de introduzir o ímã o retirarmos, a corrente assume o sentido inverso. Se aproximarmos ou afastarmos a bobina em vez do ímã, o resultado será idêntico. A aplicação mais importante da indução é a produção de corrente elétrica. Se fizermos girar a espira no interior do campo magnético do ímã, produz-se uma corrente induzida.

Conforme a figura, a cada meia-volta da espira, a corrente muda de sentido: é uma corrente alternada. Os alternadores, componentes do sistema elétrico dos carros, são geradores de corrente alternada. Funcionam com base na descoberta de Faraday. Modificações na montagem dos coletores e escovas

(contatos entre a espira móvel e o circuito no qual vai circular a corrente induzida) podem originar os geradores de corrente contínua, como são os dínamos das bicicletas



Corrente elétrica

Para verificar se um objeto está ou não carregado eletricamente, utiliza-se o eletroscópio. Ocorre um deslocamento de cargas para as lâminas do eletroscópio. Esse movimento de cargas, o deslocamento, é transitório, pois cessa assim que as lâminas se carregam negativamente. Chamamos de corrente elétrica o movimento de cargas elétricas através de um condutor. O deslocamento acontece porque, entre a barra e as lâminas, existe uma diferença de estado eletrônico que põe as cargas em movimento. Para que ele seja contínuo é preciso manter essa desnível eletrônico, chamado diferença de potencial ou tensão. O elemento encarregado de manter essa diferença chama-se gerador elétrico.

Polo positivo = maior potencial
Polo negativo = menor potencial

Uma pilha ou uma bateria de carro são geradores de corrente elétrica. A diferença de potencial é medida em volts (V) e o instrumento que pode medi-la chama-se voltímetro. Podemos imaginar a diferença de potencial como se fosse a diferença dos níveis de água em potes interligados. Se houver diferença de nível, haverá transferência de água graças à força da gravidade. Se não houver diferença de nível, para haver transferência será preciso uma bomba hidráulica. Um gerador realiza a mesma função que a bomba hidráulica. Além disso, as cargas precisam de um meio por onde circular. Os materiais que permitem o deslocamento por seu interior são os condutores, como os metais em geral. Se um material dificulta esse deslocamento, chama-se isolante ou dielétrico, como o ar, o papel, o vidro, a seda ou o plástico. A corrente elétrica pode ser contínua, caso em que as cargas se deslocam sempre num sentido, ou alternada, quando as cargas mudam constantemente de sentido.

Intensidade de corrente elétrica

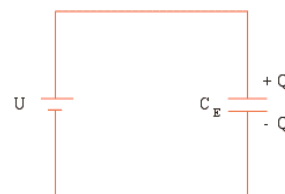


Fig. 8

Quando as cargas circulam por um condutor, elas podem se deslocar em maior ou menor velocidade. O ritmo com que as cargas circulam por uma seção do condutor é expresso por uma grandeza chamada intensidade de corrente. Assim, a intensidade de corrente é o valor da carga que atravessa a seção de um condutor a cada segundo. É representada por I e matematicamente sua equação é: $I = Q / t$. O instrumento para medir intensidades denomina-se amperímetro. A unidade de intensidade de corrente elétrica, no SI, é o ampère (A) e se define como o quociente entre a unidade de carga, o coulomb (C), e a de tempo, o segundo (s). Então:

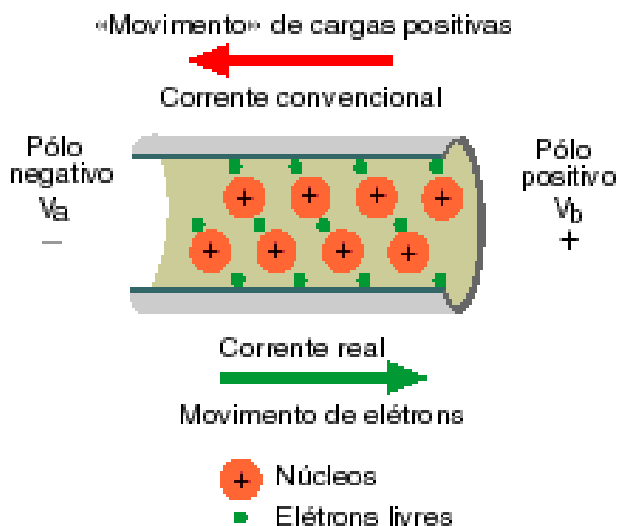
$$1 \text{ A} = 1 \text{ C} / 1 \text{ s}$$

Sentido da corrente elétrica

A corrente elétrica é produzida pelo movimento de elétrons em um condutor. O sentido real da corrente é o do movimento de elétrons que circulam do polo negativo ao polo positivo. Porém, uma convenção internacional estabeleceu que o sentido da corrente elétrica é o contrário do movimento dos elétrons.

Então:

O sentido convencional da corrente elétrica é o que vai do polo positivo ao negativo através do condutor, isto é, o contrário ao movimento dos elétrons.



CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA

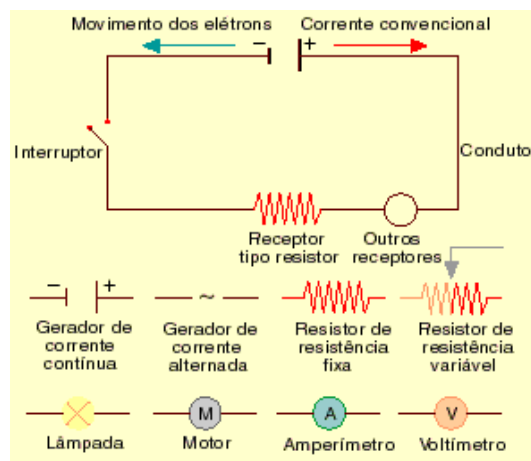
Todo circuito elétrico deve ter quatro elementos básicos: gerador, condutor, receptor e interruptor.

GERADORES DE CORRENTE CONTÍNUA

O gerador é o elemento que cria a corrente elétrica. Ele tem dois polos ou bornes, um positivo e outro negativo. É representado esquematicamente por duas linhas paralelas, uma mais comprida do que a outra. A mais comprida representa o polo positivo, e a mais curta, o negativo.

Os geradores transformam algum tipo de energia em energia elétrica.

Por exemplo, as pilhas e as baterias transformam energia química em elétrica e geram corrente contínua. Algumas, porém, fornecem pouca energia, razão pela qual são empregadas em aparelhos de baixo consumo, como calculadoras, relógios, lanternas, que funcionam com pilhas de 1,5 V ou 4,5 V. Os dínamos transformam a energia mecânica em elétrica. Os mais conhecidos são os dos carros, que fornecem corrente contínua. Os alternadores são geradores de corrente alternada. Nas centrais hidrelétricas, térmicas ou nucleares, os alternadores transformam a energia potencial da água, a calorífica ou a nuclear, em energia elétrica.



Condutor

O condutor é o meio pelo qual as cargas se deslocam. O mais usado, por seu preço e baixa resistividade, é o cobre.

Receptor

O receptor transforma a energia elétrica em outras formas de energia. O desenho pode ser simples ou complexo: uma lâmpada ou um motor elétrico. Os que transformam energia elétrica em calor são representados esquematicamente como resistores.

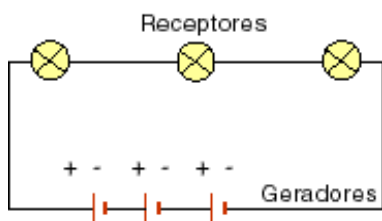
Interruptor

O interruptor é a chave situada no condutor que permite ou impede a passagem de cargas. Se permite, diz-se que o circuito está fechado, caso contrário, está aberto.

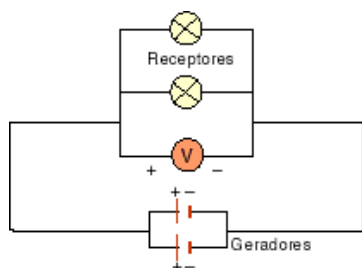
Montagem dos elementos de um circuito

Os elementos de um circuito podem ser montados basicamente de duas formas diferentes: com ligação em paralelo ou em série. No caso dos elementos de circuito que apresentam polaridade (geradores, por exemplo), quando se ligam os polos negativos entre si e, da mesma forma, todos os polos positivos, temos uma ligação em paralelo. A ligação em série ocorre quando o polo negativo de um elemento é ligado ao polo positivo de outro, e assim sucessivamente. No caso das lâmpadas, que não apresentam polaridade, oriente-se pelas figuras e preste

atenção: quando elas estão ligadas em série, como os enfeites numa árvore de Natal, e uma delas se queima ou desenrosca, deixa de passar corrente pelo circuito e todas apagam. Se a ligação é em paralelo, como nas lâmpadas de uma casa, e uma delas falha, as demais continuam funcionando.



Exemplo de ligação em série



Exemplo de ligação em paralelo

Resistência de um condutor

A resistência elétrica mede a dificuldade que os elétrons encontram ao se deslocarem por um condutor. Os materiais condutores apresentam pequena resistência elétrica. Os dielétricos, ou isolantes, apresentam grande resistência elétrica. Está provado que, ao colocar vários condutores entre dois pontos de potenciais diferentes, a resistência (R) vai depender do comprimento do condutor (L), da superfície de sua seção transversal (s) e do material de que é feito. Então, quanto maior o fio, maior a resistência elétrica. Se dois condutores de mesmo material e comprimento tiverem seção transversal diferente, o de menor seção vai apresentar maior resistência. Se a única diferença for o material do condutor, cada substância apresentará uma resistência distinta, devido à sua resistividade. Deduz-se que a resistência de um condutor é diretamente proporcional à sua resistividade e comprimento, e inversamente proporcional à sua seção transversal. Então: $R = L / S$. A resistividade é definida como a resistência de um condutor de um metro de comprimento e um metro quadrado de seção transversal.

Ω = unidade de medida de resistência elétrica (lê-se ohm)

$\Omega \cdot m$ = unidade de resistividade

ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

O circuito mais simples contém apenas um resistor. Na prática, porém, há situações mais complicadas em que aparecem vários resistores associados. Nesses casos, é preciso calcular o

valor de uma única resistência equivalente (R_{eq}) da associação que tenha a mesma função de todas as outras sem alterar as condições do circuito.

RESISTORES E RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Resistores em série

$$I = Ane\mu E = Ane\mu \frac{V}{l} = \sigma \frac{A}{l} V$$

Na ilustração à direita, pelos resistores R_s , R_2 e R_3 circula a mesma intensidade de corrente I . A diferença de potencial entre as extremidades do gerador é a soma das diferenças de potenciais existentes em cada resistor:

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

Pela lei de Ohm:

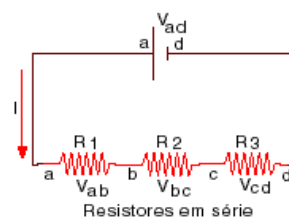
$$V_{ab} = R_1 I, V_{bc} = R_2 I \text{ e } V_{cd} = R_3 I.$$

Portanto, podemos escrever que

$$V_{ad} = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = R_{eq} I.$$

Logo, a resistência equivalente a um conjunto de resistores em série é a soma das resistências de todos eles.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$



Resistores em paralelo

Na ilustração à esquerda existe a mesma diferença de potencial entre as extremidades de cada um dos resistores e as extremidades do gerador, V_{ab} . A intensidade total I se repartirá em I_1 , I_2 e I_3 , de modo que $I = I_1 + I_2 + I_3$. Ao aplicar a lei de Ohm para calcular os valores das intensidades, teremos:

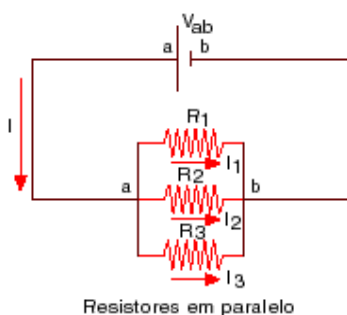
$$I_1 = V_{ab} / R_1, I_2 = V_{ab} / R_2 \text{ e } I_3 = V_{ab} / R_3 \text{ e } I = V_{ab} / R_{eq}.$$

Portanto,

$$V_{ab} / R_{eq} = V_{ab} / R_1 + V_{ab} / R_2 + V_{ab} / R_3.$$

Assim, numa associação de resistores em paralelo, o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências, que matematicamente é:

$$1 / R_{eq} = 1 / R_1 + 1 / R_2 + 1 / R_3$$



Energia elétrica

Para calcular o valor da energia elétrica, ou do trabalho sobre as cargas do condutor é preciso levar em conta que a diferença de potencial é o trabalho realizado por unidade de carga:

$V_{ab} = W / Q$. Portanto, o valor do trabalho será: $W = Q \cdot V_{ab}$. Esta expressão significa que a energia ou trabalho cedido por um gerador é o produto da diferença de potencial entre seus polos multiplicada pela carga que circula. Se recordarmos que uma corrente elétrica se caracteriza por sua intensidade $I = Q / t$, de onde $Q = I \cdot t$, obteremos $W = V_{ab} \cdot I \cdot t$.

A energia elétrica pode ser expressa também em função da resistência. Levando em conta que pela lei de Ohm $V_{ab} = R \cdot I$, podemos transformar a expressão e teremos $W = R \cdot I^2 \cdot t$. Também podemos escrever a Lei de Ohm como $I = V_{ab} / R$.

Potência elétrica

Define-se como o quociente entre o trabalho elétrico realizado e o tempo empregado para realizá-lo:

$P = W / t$. Se dividirmos pelo tempo todos os valores obtidos para o cálculo do trabalho, obteremos expressões que permitem calcular a potência:

$$P = V_{ab} \cdot I = R \cdot I^2 = V_{ab}^2 / R$$

A potência elétrica é medida no SI em Watts (W), unidade definida como o quociente entre 1 joule e 1 segundo: $1 \text{ W} = 1 \text{ J} / 1 \text{ s}$. Outra unidade muito utilizada é o quiloWatt (kW), que equivale a 1.000 W. Da definição de potência deduz-se que $W = P \cdot t$, e pode-se calcular o trabalho ou energia como o produto da potência pelo tempo. Se expressarmos a potência em kW e o tempo em horas, a unidade de energia que obteremos será o quiloWatt-hora (kWh), definido como a energia gerada ou consumida quando se usa uma potência de um quiloWatt durante uma hora. Nas contas de luz, pagamos pelos quilowatt-hora consumidos.

Efeito Joule

Quando a corrente elétrica atravessa um circuito, seus elementos se aquecem. É o chamado efeito calorífico da corrente elétrica. Isto se deve ao fato de os elétrons que circulam pelo condutor chocarem-se com as estruturas fixas do material. Com isso, parte de sua energia cinética se transforma em energia térmica, liberada na forma de calor. O fenômeno pelo qual a energia cinética se transforma em calor num condutor chama-se Efeito Joule. A partir da expressão de energia obtida anteriormente, $W = R \cdot I^2 \cdot t$, podemos calcular a energia calorífica transformada. Tradicionalmente, o calor é medido numa unidade chamada caloria. Levando-se em conta que $1 \text{ joule} = 0,24 \text{ calorias}$, pode-se calcular (em calorias) o calor despendido pelo Efeito Joule:

$$Q = 0,24 \cdot R \cdot I^2 \cdot t$$

LEI DE OHM

O fluxo ordenado de cargas elétricas através de um material, ativado pela aplicação de uma diferença de potencial, é limitado pela estrutura interna do mesmo.

Antes de derivar a expressão que relaciona resistência elétrica e parâmetros físicos, talvez seja conveniente explorar um pouco mais a analogia existente entre os sistemas mecânicos e os circuitos elétricos.

Considere-se então uma massa em queda sob a ação de um campo gravitacional constante, num primeiro caso num espaço sem atmosfera e num segundo num espaço com atmosfera. Admita-se ainda que inicialmente o corpo se encontra a uma altitude h , isto é, que possui uma energia potencial $E_{p,ini} = mgh$ e uma energia cinética $E_{c,ini} = 0$. Nestas condições, a força atuante sobre a massa é $F = mg$, a intensidade do campo gravítico é $E = g$ e, já agora, a diferença de potencial gravítico é $V = gh$. A força e o campo são constantes ao longo de toda a trajetória do corpo, sendo o potencial gravítico tanto mais elevado quanto maior for a altitude inicial do corpo. Ao longo da queda, o corpo troca energia potencial por energia cinética. A troca entre energias verifica a relação em que x e v definem a posição e a velocidade entretanto adquiridas pelo corpo. A velocidade do corpo é expressa por m/s , metro por segundo $v = \sqrt{2gx}$ admitindo naturalmente que se verifica sempre $v \ll c$, em que c define a velocidade da luz. No espaço sem atmosfera o corpo atinge a velocidade máxima para $x=h$, ou seja, quando $E_p = 0$.

$$v = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{A} = \frac{I}{\sigma A}$$

No caso em que o corpo se move num espaço com atmosfera, portanto com atrito, a troca de energia potencial por energia cinética faz-se com perdas. Outra consequência da força de atrito é o fato de, a partir de um determinado instante, o corpo se deslocar com uma velocidade constante, designada velocidade limite. A partir desse instante efetua-se uma troca

integral entre energia potencial e calor, e o ritmo de troca de energia na unidade de tempo é constante. Considere-se agora o circuito elétrico representado na Figura 3.1.

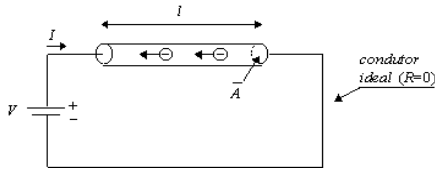


Figura 3.1 Resistência elétrica

Admita-se que a diferença de potencial aos terminais da bateria é V e que a intensidade do campo elétrico ao longo do fio

$$\text{condutor é constante } E = \frac{V}{l}$$

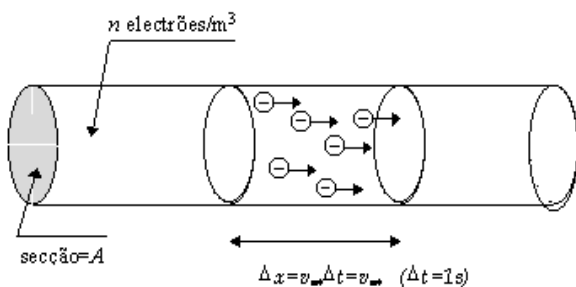
Tal como o corpo em queda livre, as cargas negativas perdem energia potencial ao dirigirem-se do terminal negativo para o terminal positivo da bateria (energia convertida em energia cinética e calor). As cargas elétricas atravessam o fio condutor com uma velocidade constante, basicamente fixada no valor médio das velocidades atingidas nos intervalos entre colisões com os átomos.

Admita-se que o material é caracterizado por uma densidade de eletrões livres por unidade de volume,

n = número de eletrões por metro cúbico ou que a densidade de carga livre por metro cúbico é $q = ne$ (valor absoluto). Por exemplo, os materiais condutores são caracterizados por possuírem uma elevada densidade de eletrões livres, que lhes permite suportar o mecanismo da condução elétrica, ao passo que os materiais isoladores são caracterizados por valores bastante reduzidos deste mesmo parâmetro. Por outro lado, cada par material-tipo de carga caracteriza-se por uma relação velocidade-campo

$$Q_{1s} = I = Ane\Delta x = Anev_{dr}\Delta t = Anev_{dr}$$

$v_{dr} = \mu E$ em que μ se designa por mobilidade das cargas em questão. Este parâmetro é em geral uma função do tipo de carga, da temperatura e do tipo de material. A quantidade de carga que na unidade de tempo atravessa a superfície perpendicular ao fluxo é (Figura 3.2)



a qual, tendo em conta a relação (3.7), permite escrever em que S/m, siemens por metro $\sigma = ne\mu$ se designa condutividade elétrica do material, ou ainda $I = GV$ em que S, siemens $G = \frac{\sigma A}{l}$ se diz condutância elétrica do condutor. Expressando a tensão em função da corrente, obtém-se $V = RI$ e W.m, ohm-metro $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{l}{SA}$ se designa por resistividade elétrica do material e W, ohm $R = \frac{1}{G} = \rho \frac{l}{A}$ por resistência elétrica do condutor. As expressões acima são indistintamente designadas por Lei de Ohm.

De acordo com a expressão (3.16), a resistência elétrica de um condutor é diretamente proporcional ao seu comprimento, e inversamente proporcional à sua secção, à densidade e à mobilidade das cargas elétricas livres existentes no seu seio. Na Figura 3.3 ilustram-se alguns casos da relação existente entre a resistência elétrica e o comprimento, a secção e a resistividade, enquanto na Tabela 3.1 se apresentam os valores da resistividade elétrica de alguns materiais condutores, semicondutores e isoladores, medidos à temperatura de referência de 20 °C.

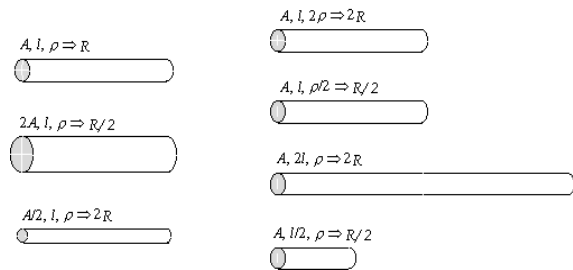


Figura 3.3 Resistência elétrica de fios condutores com comprimentos, secções e resistividades variadas

MATERIAL	RESISTIVIDADE 20°C)
prata	$1.645 \cdot 10^{-8}$ W.m
cobre	$1.723 \cdot 10^{-8}$ W.m
ouro	$2.443 \cdot 10^{-8}$ W.m
alumínio	$2.825 \cdot 10^{-8}$ W.m
tungsténio	$5.485 \cdot 10^{-8}$ W.m
níquel	$7.811 \cdot 10^{-8}$ W.m
ferro	$1.229 \cdot 10^{-7}$ W.m
constantan	$4.899 \cdot 10^{-7}$ W.m
nicrómio	$9.972 \cdot 10^{-7}$ W.m
carbono	$3.5 \cdot 10^{-5}$ W.m
silício	$2.3 \cdot 10^3$ W.m
polystirene	$\sim 10^{16}$ W.m

Tabela 3.1 Resistividade elétrica de diversos materiais condutores, semicondutores e isoladores (a 20 °C)

A Lei de Ohm permite três interpretações distintas:

(i) para uma determinada tensão aplicada, a corrente é inversamente proporcional à resistência elétrica do elemento;

(ii) para uma determinada corrente aplicada, a tensão desenvolvida aos terminais do elemento é proporcional à resistência;

(iii) a resistência de um elemento é dada pelo cociente entre a tensão e a corrente aos seus terminais.

Por exemplo, no caso dos circuitos representados na Figura 3.4 verifica-se que em (b) a corrente na resistência é dada por $I=V/R=5\text{ A}$, que em (c) a tensão aos terminais da resistência é $V=RI=5\text{ V}$ e que em (d) o valor da resistência é $R=V/I=10\text{ W}$.

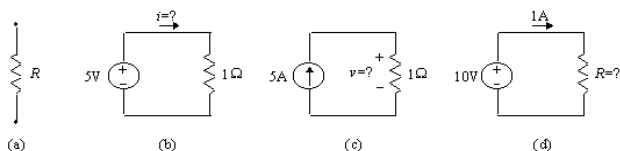


Figura 3.4 Símbolo da resistência e Lei de Ohm

A representação gráfica da Lei de Ohm consiste numa reta com ordenada nula na origem e declive coincidente com o parâmetro R (ou G) (Figura 3.5). Apesar de elementar e evidente, é importante associar esta relação linear tensão-corrente à presença de um elemento do tipo resistência, mesmo em dispositivos eletrônicos relativamente complexos como o transistor. Num dos seus modos de funcionamento, por exemplo, o transistor apresenta uma relação tensão-corrente semelhante àquela indicada na Figura 3.5, o que indica, portanto, que nessa mesma zona o transistor é, para todos os efeitos, uma resistência.

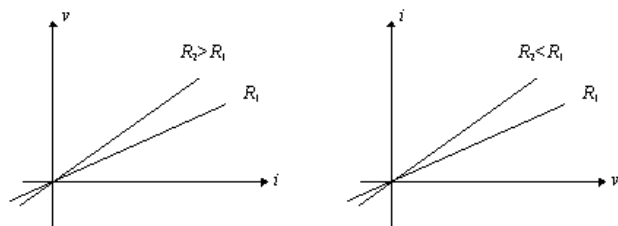


Figura 3.5 Lei de Ohm

SEMI CONDUTORES E SUPERCONDUTORES

Semicondutores

Semicondutores são corpos sólidos cuja condutividade elétrica se situa entre a dos metais e a dos isolantes. Sua resistividade depende da presença de impurezas e da temperatura (quanto maior a temperatura melhor ele irá conduzir. O processo de condução caracteriza-se pela existência de lacunas ou buracos, deixados pelos elétrons que se desligaram dos átomos.

Os semicondutores são utilizados em dispositivos eletrônicos, como os retificadores e transistores, pilhas solares, lasers, células fotoelétricas e outros.

Os semicondutores mais utilizados para a produção de dispositivos (entre eles o diodo) são o germânio e o silício

Super Condutores

Fenômeno físico apresentado por certas substâncias, como metais ou cerâmicas especiais, caracterizado pela diminuição da resistência elétrica em temperaturas muito baixas. Com isso a corrente elétrica pode fluir pelo material sem perda de energia.

Histórico: Teoricamente, a supercondutividade permitiria o uso mais eficiente da energia elétrica. O fenômeno surge após determinada temperatura de transição, que varia de acordo com o material utilizado. O holandês Heike Kamerlingh-Onnes fez a demonstração da supercondutividade na Universidade de Leiden, em 1911. Para produzir a temperatura necessária, usou hélio líquido. O material foi mercúrio, abaixo de $-268,8^\circ\text{C}$. Até 1986, a temperatura mais elevada em que um material se comportava como supercondutor foi apresentada por um composto de germânio-nióbio; temperatura de transição: $-249,8^\circ\text{C}$. Para isso também fora usado hélio líquido, material caro e pouco eficiente, o que impede seu uso em tecnologias que procurem explorar o fenômeno. A partir de 1986, várias descobertas mostraram que cerâmicas feitas com óxidos de certos elementos, como bário ou lantânio, tornaram-se supercondutoras a temperaturas bem mais altas, que permitiriam usar como refrigerante o nitrogênio líquido, a uma temperatura de -196°C .

Aplicações dos supercondutores:

As aplicações são várias, embora ainda não tenham revolucionado a eletrônica ou a eletricidade, como previsto pelos entusiastas. Têm sido usados em pesquisas para criar eletromagnetos capazes de gerar grandes campos magnéticos sem perda de energia ou em equipamentos que medem a corrente elétrica com precisão. Podem ter aplicações em computadores mais rápidos, reatores de fusão nuclear com energia praticamente ilimitada, trens que levitam e a diminuição na perda de energia elétrica nas transmissões.

FORÇA ELETROMOTRIZ.

Por razões históricas a fonte de energia que faz os elétrons se moverem em um circuito elétrico é denominada fonte de força eletromotriz (fem). Exemplos de fontes fem:

Energia química (bateria).

Energia luminosa (bateria solar).

Diferença de temperatura (termo-par).

Energia mecânica (queda d'água).

Energia Térmica:

Queima de carvão.

Queima de óleo combustível.

Reações nucleares.

Utilizaremos o termo "bateria" de maneira genérica, para designar qualquer fonte de fem. Inicialmente vamos considerar somente situações para as quais a fem não varia como uma função do tempo. Neste caso, veremos que a corrente produzida no circuito pode ou não variar com o tempo. Se a corrente for também constante, temos uma situação de estado estacionário com uma corrente contínua fluindo no circuito.

Graças à força do seu campo eletrostático, uma carga pode realizar trabalho ao deslogar outra carga por atração ou repulsão. Essa capacidade de realizar trabalho é chamada potencial. Quando uma carga for diferente da outra, haverá entre elas uma diferença de potencial (E).

A soma das diferenças de potencial de todas as cargas de um campo eletrostático é conhecida como força eletromotriz.

A diferença de potencial (ou tensão) tem como unidade fundamental o volt(V).

Convencional

Solte sua imaginação! Você já pensou num liquidificador (só o copo, sem o motor convencional) onde as hélices ficam paradas e o líquido do copo é quem gira? Ou numa máquina de lavar roupas onde a roupa espontaneamente se põe a girar para cá e para lá? E que tal a água do tanque de lavar roupas começar a fazer o mesmo? Pois bem, leia esse artigo: o primeiro passo do motor de rotor líquido está lançado!

Como funcionam os motores convencionais?

O princípio básico que regula o funcionamento dos motores convencionais repousa na força magnética de Lorentz.

“Toda carga elétrica (q) imersa num campo de indução magnética (B) e dotada de velocidade (V), de direção não coincidente com a direção do campo, fica sujeita a uma força (F_m) de origem eletromagnética, cuja intensidade é dada por:

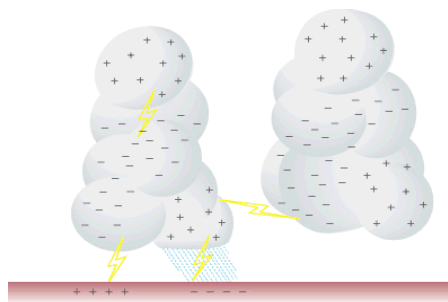
$$|F_m| = |q| \cdot |V| \cdot |B| \cdot \text{sen}\alpha$$

onde α é o ângulo entre as direções do vetor velocidade e do vetor campo magnético.”

Natural

Durante a formação de uma tempestade, verifica-se que ocorre uma separação de cargas elétricas, ficando as nuvens mais baixas eletrizadas negativamente, enquanto as mais altas adquirem cargas positivas. As nuvens mais baixas induzem uma carga positiva na superfície da Terra e, portanto, entre a nuvem baixa e a Terra estabelece-se um campo elétrico. O processo de descarga elétrica ocorre numa sucessão muito rápida, inicia-se com uma descarga elétrica que parte da nuvem até o solo. Essa descarga provoca a ionização do ar ao longo de seu percurso. A região entre a nuvem e o solo passa a funcionar como um condutor. Através desta região condutora produz-se, numa segunda etapa, uma descarga elétrica do solo para a nuvem, denominada descarga principal. A descarga principal apresenta grande luminosidade e origina corrente elétrica de grande intensidade. Esta descarga elétrica aquece o ar, provocando uma expansão que se propaga em forma de uma onda sonora, originando o trovão.

Ocorrem por dia, no nosso planeta, cerca de 40 mil tempestades que originam, aproximadamente, 100 raios por segundo.



Para-raios

Para se evitar que as descargas elétricas atinjam locais indevidos, como postes, edifícios, depósitos de combustíveis, linhas de transmissão elétrica, etc, utiliza-se o para-raios. Que é um constituído essencialmente de uma haste metálica disposta verticalmente no alto da estrutura a ser protegida. Esta haste é ligada à terra através de um fio condutor.

Quando a terra adquire cargas elétricas induzidas, estas se concentram na ponta do para-raios, de forma que a descarga elétrica entre a nuvem e a terra se dá através do fio.

EQUAÇÃO DO CIRCUITO

Tipos de circuitos

A eletrônica emprega grande número de circuitos, de diversos tipos. Os retificadores, por exemplo, convertem corrente alternada em contínua, e são constituídos de transformadores, diodos e condensadores. Já os filtros são utilizados para selecionar tensões dentro de uma margem estreita de frequências, e em geral são formados por resistências, bobinas e condensadores, agrupados em função da finalidade visada.

Os amplificadores destinam-se a incrementar a amplitude ou potência de um sinal, e classificam-se em lineares e não-lineares, segundo a natureza da resposta dos componentes às polarizações a que são submetidos. Os amplificadores não-lineares, além de aumentar o sinal de entrada, podem mudar a forma de sua onda.

Nos circuitos de comutação empregam-se componentes cujos sinais de saída só assumem valores discretos. Entre eles podem-se citar os flip-flop, de grande utilidade nos circuitos de computador para o tratamento do código binário; os circuitos lógicos, que empregam diodos; e os geradores de dentes de serra. Na área das telecomunicações destacam-se por seu grande uso os circuitos moduladores (que fazem variar a amplitude ou a frequência das ondas), os detectores e os conversores.

Circuito elétrico

O circuito elétrico é o caminho fechado por onde circula a corrente elétrica.

Dependendo do efeito desejado, o circuito elétrico pode fazer a eletricidade assumir as mais diversas formas: luz, som, calor, movimento.

O circuito elétrico mais simples que se pode montar constitui-se de três componentes:

- fonte geradora;
- carga;

· condutores.

Todo o circuito elétrico necessita de uma fonte geradora. A fonte geradora fornece a tensão necessária à existência de corrente elétrica. A bateria, a pilha e o alternador são exemplos de fontes geradoras.

A carga é também chamada de consumidor ou receptor de energia elétrica. É o componente do circuito elétrico que transforma a energia elétrica fornecida pela fonte geradora em outro tipo de energia. Essa energia pode ser mecânica, luminosa, térmica, sonora.

Exemplos de cargas são as lâmpadas que transformam energia elétrica em energia luminosa; o motor que transforma energia elétrica em energia mecânica; o rádio que transforma energia elétrica em sonora.

Observação

Um circuito elétrico pode ter uma ou mais cargas associadas.

Os condutores são o elo de ligação entre a fonte geradora e a carga. Servem de meio de transporte da corrente elétrica.

Uma lâmpada, ligada por condutores a uma pilha, é um exemplo típico de circuito elétrico simples, formado por três componentes.

A lâmpada traz no seu interior uma resistência, chamada filamento. Ao ser percorrida pela corrente elétrica, essa resistência fica incandescente e gera luz. O filamento recebe a tensão através dos terminais de ligação. E quando se liga a lâmpada à pilha, por meio de condutores, forma-se um circuito elétrico. Os elétrons, em excesso no polo negativo da pilha, movimentam-se pelo condutor e pelo filamento da lâmpada, em direção ao polo positivo da pilha.

Enquanto a pilha for capaz de manter o excesso de elétrons no polo negativo e a falta de elétrons no polo positivo, haverá corrente elétrica no circuito; e a lâmpada continuará acesa.

Além da fonte geradora, do consumidor e condutor, o circuito elétrico possui um componente adicional chamado de interruptor ou chave. A função desse componente é comandar o funcionamento dos circuitos elétricos.

Quando aberto ou desligado, o interruptor provoca uma abertura em um dos condutores.

Nesta condição, o circuito elétrico não corresponde a um caminho fechado, porque um dos polos da pilha (positivo) está desconectado do circuito, e não há circulação da corrente elétrica. Quando o interruptor está ligado, seus contatos estão fechados, tornando-se um condutor de corrente contínua. Nessa condição, o circuito é novamente um caminho fechado por onde circula a corrente elétrica. Sentido da corrente elétrica antes que se compreendesse de forma mais científica a natureza do fluxo de elétrons, já se utilizava a eletricidade para iluminação, motores e outras aplicações.

Nessa época, foi estabelecido por convenção, que a corrente elétrica se constituía de um movimento de cargas elétricas que fluía do polo positivo para o polo negativo da fonte geradora. Este sentido de circulação (do + para o -) foi denominado de sentido convencional da corrente.

Com o progresso dos recursos científicos usados explicar os fenômenos elétricos, foi possível verificar mais tarde, que nos condutores sólidos a corrente elétrica se constitui de elétrons em movimento do polo negativo para o polo positivo. Este sentido de circulação foi denominado de sentido eletrônico da corrente.

O sentido de corrente que se adota como referência para o estudo dos fenômenos elétricos (eletrônico ou convencional) não interfere nos resultados obtidos. Por isso, ainda hoje, encontram-se defensores de cada um dos sentidos.

Observação

Uma vez que toda a simbologia de componentes eletroeletrônicos foi desenvolvida a partir do sentido convencional da corrente elétrica, ou seja do + para o -, as informações deste material didático seguirão o modelo convencional: do positivo para o negativo.

Tipos de circuitos elétricos

Os tipos de circuitos elétricos são determinados pela maneira como seus componentes são ligados. Assim, existem três tipos de circuitos:

- série;
- paralelo;
- misto.

Circuito série

Circuito série é aquele cujos componentes (cargas) são ligados um após o outro.

Desse modo, existe um único caminho para a corrente elétrica que sai do polo positivo da fonte, passa através do primeiro componente (R1), passa pelo seguinte (R2) e assim por diante até chegar ao polo negativo da fonte.

Num circuito série, o valor da corrente é sempre o mesmo em qualquer ponto do circuito. Isso acontece porque a corrente elétrica tem apenas um único caminho para percorrer.

Esse circuito também é chamado de dependente porque, se houver falha ou se qualquer um dos componentes for retirado do circuito, cessa a circulação da corrente elétrica.

Circuito paralelo

O circuito paralelo é aquele cujos componentes estão ligados em paralelo entre si.

No circuito paralelo, a corrente é diferente em cada ponto do circuito porque ela depende da resistência de cada componente à passagem da corrente elétrica e da tensão aplicada sobre ele. Todos os componentes ligados em paralelo recebem a mesma tensão.

Circuito misto

No circuito misto, os componentes são ligados em série e em paralelo.

Circuito LC

Para termos um entendimento suficientemente bom de algum assunto, não adianta estudarmos todas as ocorrências de todas as naturezas simultaneamente. O que os físicos fazem nestas situações é tentar achar um modelo simples e ir acrescentando os componentes aos poucos. No estudo de circuitos por exemplo, antes de entendermos como funciona um circuito integrado de

televisão, precisamos entender a função de cada componente e seguir acrescentando um outro componente de cada vez, ou seja, primeiramente entendemos como se comporta um resistor, um capacitor e um indutor para posteriormente unirmos dois a dois e finalmente os três em apenas um circuito, denominamos estes circuitos de RL, RC, LC, e RLC. Neste texto entenderemos como funciona um circuito LC que contém de acordo com o que foi mencionado anteriormente um indutor e um capacitor. Vamos supor inicialmente que exista uma chave no circuito que permita ou não a passagem de corrente e que o capacitor está carregado inicialmente com uma carga q_0 . Em um instante inicial $t=0$, a chave é fechada, permitindo então a passagem de corrente através do circuito e a carga do capacitor começa então a fluir pelo circuito. Temos no circuito então uma corrente $i=dQ/dt$. Temos então que a queda de potencial no indutor é igual a $L di/dt$, e no capacitor é igual a Q/C . Através da Lei de Kirchhoff, podemos afirmar que $L di/dt + Q/C = 0$. Utilizando noções de cálculo diferencial, sabemos que $di/dt = d^2Q/dt^2$. Substituindo esta última relação na equação do circuito, temos: $d^2Q/dt^2 = -Q/LC$. Se chamarmos (de ω), temos a equação $\frac{d^2Q}{dt^2} = -\omega^2 Q$. Denominamos (a frequência do circuito LC. Novamente utilizando cálculo diferencial, chegamos a um valor de $Q = A \cos(t+)$, onde A é a amplitude da carga, que é o valor máximo que a carga pode atingir e (é uma constante de fase que depende unicamente das condições iniciais do problema. Se considerarmos que a constante de fase é igual a zero temos que a carga neste circuito é dada por $q_0 \cos t$, uma vez que a amplitude da carga depende da carga inicial do capacitor, e derivando esta equação em relação ao tempo obtemos a corrente do circuito que é igual a $i = -q_0 \sin t$. Podemos perceber então que este circuito difere dos circuitos RC e RL já que ele não decai ou cresce exponencialmente, mas sim oscila. Isto acontece pois à medida que a carga no capacitor diminui, a energia armazenada no campo elétrico do capacitor se reduz. Esta energia não se perde, mas se transforma em energia magnética dentro do indutor, já que em torno deste circula uma corrente i que induz nele um campo magnético. Em um dado instante, toda energia elétrica do capacitor se esgota juntamente com sua carga. Temos então que a corrente no indutor agora é máxima e toda a energia do circuito está armazenada dentro do indutor sob forma de energia magnética. Esta corrente flui pelo circuito e começa a realimentar o capacitor, aumentando assim o seu campo elétrico e diminuindo o campo magnético dentro do indutor. Agora o capacitor adquire carga máxima, porém a polarização de seu campo elétrico está invertida, e a carga começa a fluir no sentido contrário. Analisando as energias contidas em um circuito LC, vemos que a energia eletrostática do capacitor é dada por $U = \frac{1}{2} QV = Q^2/2C$. Substituindo nesta equação a função $Q(t)$ obtida por nós anteriormente, temos $U(t) = q_0^2 \cos^2 t / 2C$. A energia magnética deste sistema é dada por $U = \frac{1}{2} Li^2$. Substituindo nesta equação a função $i(t)$, temos $U(t) = \frac{1}{2} L q_0^2 \sin^2 t$. Vemos que ora toda a energia se concentra no indutor, ora no capacitor, no entanto a energia total do sistema é dada sempre pela soma das duas, que é constante e igual a $q_0^2/2C$.

Circuito RC

Quando estudamos qualquer assunto, tentamos dividi-lo em suas partes mais importantes e estudá-las separadamente dando a elas a devida atenção. Este é o caso do circuito RC que é um caso particular de um circuito elétrico contendo apenas uma resistência e um capacitor. Podemos pensar então nesses dois componentes ligados através de seus terminais e uma chave que pode permitir ou não a passagem de corrente no circuito. Admitindo inicialmente que a chave está aberta e não há passagem de corrente e o capacitor está carregado com uma determinada carga Q , vamos analisar o que vai acontecer quando a chave for fechada e possibilitar a passagem de corrente: Sabemos que a diferença de potencial entre os terminais do capacitor é dada por $V_0 = Q_0/C$, onde Q_0 é a carga inicial do capacitor e C sua capacitância. No instante $t=0$ fechamos a chave e a corrente começa a fluir através do resistor. A corrente inicial que passa pela resistência é igual a $I_0 = V_0/R$. A medida que a corrente flui pelo circuito, a carga no capacitor decresce numa taxa igual a $I = -Q/t$, onde I é a corrente do circuito, e o sinal negativo aparece por se tratar de um caso de descarga do capacitor. Através da utilização da Primeira Lei de Kirchhoff, sabemos que o potencial no resistor é igual ao potencial no capacitor, obtemos então $RI = Q/C$. Podemos aplicar agora um pouco de cálculo diferencial e obter $-R dQ/dt = Q/C$. Resolvendo esta equação diferencial obtemos que a função Q dependente do tempo é igual a $Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$. A letra e corresponde ao valor de 2,71828..., e é um número irracional com propriedades notáveis que são estudadas em um curso de cálculo. Ao analisarmos nossa equação vemos que Q_0 é uma constante e depende da carga inicial do capacitor, t é o tempo e o produto RC é a chamada constante de tempo, e é este produto que determina qual é o tempo total de descarga do capacitor. Analisando esta constante percebemos que quanto maior for o produto RC maior será o tempo necessário para a descarga do capacitor e quanto menor o produto, menor será o tempo de descarga. Utilizando novamente o cálculo diferencial obtemos a função que governa a corrente: $I(t) = I_0 e^{-t/RC}$. Vemos que analogamente à carga, a corrente cai exponencialmente com o tempo. Podemos analisar agora o que vai acontecer para um circuito RC conectado a uma bateria e com o capacitor descarregado. Ao fecharmos a chave, temos novamente pela Lei de Kirchhoff que o potencial da bateria mais o potencial no capacitor são iguais a zero. Neste caso temos então que $I = dQ/dt$, sem o sinal negativo, pois estamos agora lidando com o processo de carga do capacitor. Resolvendo novamente a equação diferencial obtemos que para o carregamento do capacitor $Q(t) = CV(1 - e^{-t/RC})$ e $I(t) = (V/R) e^{-t/RC}$. Portanto para o instante $t=0$ a carga no capacitor é igual a zero e a corrente que passa por ele é igual a V/R . À medida que o tempo passa, a carga no capacitor começa a aumentar e o fluxo de corrente começa a diminuir. Isto pode ser compreendido se pensarmos que o capacitor começa a funcionar como uma antibateria, já que ele começa a acumular cargas entre suas placas, e estas cargas estão dispostas no sentido contrário do sentido da bateria. O que acontece então é que quando o capacitor está completamente carregado, ele tem a mesma carga da bateria, só que a corrente por ele gerada está no sentido contrário, de forma que as correntes se cancelam, como era de se esperar.

Circuito RL

Sempre que aparece uma nova ideia ou uma nova teoria, os físicos tentam de toda a forma torná-la mais prática e mais simples de ser compreendida. É isto o que acontece quando estudamos um circuito RL, que é um caso particular de circuito, onde apenas existem dois componentes: O resistor e o indutor. Quando estudamos a Lei de Ohm, podemos perceber que a função de um resistor é dissipar a corrente elétrica, transformando parte dela em energia térmica. A função de um indutor é analisada quando se estuda a Lei de Faraday. Vemos então que o indutor funciona como uma inércia de um circuito, o que impede quedas ou aumentos bruscos de corrente. Dentro de um circuito, a resistência consiste geralmente de um determinado material que dificulta a passagem de corrente e o indutor é um solenoide ou uma bobina, que consistem em um fio condutor enrolado muitas vezes. Vamos considerar agora um circuito RL, que possui uma bateria, uma chave que permite a passagem de corrente ou não, uma resistência e um indutor. Ao estudar os efeitos da autoindutância de um sistema, vemos que a função de um indutor é de brecar a corrente que passa por ele gerando uma corrente de sentido oposto, então consideramos que a chave do circuito está aberta e é fechada no instante $t=0$ quando se inicia a passagem de corrente pelo sistema. Quando a corrente chega ao indutor, um potencial aparece dificultando a passagem de corrente, e este potencial é igual a $=Ldi/dt$, onde L é a indutância do indutor, e di/dt é a forma diferencial de se expressar a variação da corrente no tempo. Temos que lembrar ainda que este potencial sempre vai estar contrário à corrente que o atravessa de acordo com a Lei de Lenz. Sabemos também que a queda de potencial no resistor R é, pela Lei de Ohm, igual a Ri . Utilizando as regras de Kirchhoff para este circuito, podemos afirmar que o potencial V da bateria é igual a $V=Ri+Ldi/dt$. Para um instante muito próximo do instante inicial $t=0$, sabemos que a corrente é zero em todo o circuito, então a taxa de variação de corrente pelo tempo é dada por $di/dt=V/L$. Após a passagem de um pequeno intervalo de tempo, a corrente já flui pelo circuito e a variação temporal da corrente torna-se $di/dt=V/L-iR/L$. Quando a taxa de variação de corrente é igual a zero, sabemos então que a corrente no circuito atingiu seu valor máximo: $i_{max}=V/R$. Vamos analisar a equação anteriormente citada do circuito e descobrir qual é o tempo necessário para que a corrente atinja seu valor final: A resolução da equação diferencial $V=Ri+Ldi/dt$ através de processos de cálculo diferencial nos dá que $i = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = i_{max} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$. Nesta equação, chamamos a constante τ de constante de tempo, de forma que ela seja igual a R/L , e é esta a divisão que determina o intervalo de tempo necessário para que o circuito atinja sua corrente máxima. Se considerarmos que temos agora um circuito no qual podemos remover a bateria após um certo instante, a nossa equação do circuito se reduz a: $iR+Ldi/dt=0$ ($di/dt=-Ri/L$). Resolvendo esta equação, obtemos que $i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$, e neste caso vemos que a corrente, com o passar do tempo, tende a diminuir sempre e vai para zero para tempos decorridos muito grandes.

Circuito RLC

Vamos ver agora o estudo de um circuito RLC, que é basicamente um circuito que contém um resistor, um indutor e um capacitor. Vamos supor então que haja uma chave neste circuito que permita a passagem ou não de corrente e vamos supor também que o capacitor esteja carregado com uma carga inicial q_0 . Inicialmente a chave está aberta e não há passagem de corrente pelo circuito, no instante $t=0$ a chave é fechada e o capacitor começa o seu processo de descarga devido à diferença de potencial entre suas placas. Pela Lei de Kirchhoff, sabemos que a soma de todas as quedas de potencial em todos os elementos do circuito deve ser igual a zero, logo: $L \frac{di}{dt} + \frac{Q}{C} + Ri = 0$. Sabemos que $i=dQ/dt$, e substituindo este valor na equação obtemos $L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$. Esta equação é idêntica a uma equação de um oscilador amortecido estudado em ondas. Um oscilador amortecido pode ser imaginado como um sistema massa mola mergulhado em uma substância viscosa como um óleo. Quando consideramos um sistema massa-mola, ele oscila indefinidamente se considerarmos desprezíveis todos os atritos, no entanto se colocarmos este sistema dentro do óleo, o atrito viscoso entre o sistema e o óleo, produzirá calor e diminuirá a energia cinética do sistema, que oscilará cada vez com amplitudes menores. Antes de se estudar o circuito RLC, estudamos em separado os circuitos RL, RC e LC e percebemos que nos circuitos RL e RC, ocorre ou uma queda ou uma subida exponencial na corrente enquanto em um circuito LC, a corrente oscila de um lado para o outro. Vemos então que a mistura RLC resulta em um circuito oscilante que cai exponencialmente. Vamos agora analisar este circuito energeticamente: Multiplicando todos os termos desta equação por i , temos: $L \frac{d^2Q}{dt^2} + i \frac{Q}{C} + Ri^2 = 0$. O primeiro termo desta equação nos indica qual é a quantidade de energia magnética que é injetada ou retirada do indutor, de forma que podemos obter um valor positivo ou um negativo, dependendo do sentido do fluxo de energia. No segundo termos da equação, temos o valor da energia elétrica do capacitor, cujo sinal também depende do sentido do fluxo de energia. Já para o terceiro termo, temos a energia dissipada no resistor por efeito Joule, e este valor é sempre positivo. Como já vimos em um circuito LC, a soma das energias elétrica e magnética é sempre constante, porém no caso RLC, há uma dissipação da energia no resistor, então a quantidade oscilante de energia entre o indutor e o capacitor tem sua amplitude sempre reduzida com o passar do tempo. O modo que a corrente cai com o tempo depende das relações entre os termos R^2 e $4L/C$, pois são estes termos que definem a curva na equação diferencial. O caso em que $R^2 < 4L/C$, ocorre um fenômeno denominado amortecimento sub-crítico, e a corrente vai oscilando e diminui lentamente. Para o caso em que $R^2 = 4L/C$, temos o amortecimento crítico, e para este caso não há oscilação e a carga no capacitor decai continuamente e tende a zero em tempos grandes. Para o caso em que $R^2 > 4L/C$, temos o amortecimento super-crítico, e como a dissipação no resistor é muito grande, a carga no capacitor cai exponencialmente e rapidamente.

VOLTAGEM NOS TERMINAIS DE UM GERADOR e APLICAÇÕES

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

Um gerador não gera energia. Ele converte energia mecânica em energia elétrica. Todo gerador necessita de uma outra fonte geradora de energia para fazê-lo girar, seja ela uma turbina, um motor de pistão ou qualquer tipo de máquina capaz de produzir energia mecânica.

GERADOR ELEMENTAR

Um gerador elementar consistiria em um ímã na forma de U e de uma única espira de um fio condutor. Denomina-se campo magnético, a força que circunda o ímã. A fim de tornar mais clara a ideia de um campo magnético, imaginemos linhas de força que, saindo do polo norte de um ímã, retornam ao seu polo sul. Quanto mais forte for o ímã maior será o número de linhas de força. Se fizermos a espira de fio condutor girar entre os polos do ímã, os dois lados da espira “cortarão” as linhas de força, o que induzirá (gerará) eletricidade na espira.

Na primeira metade da rotação da espira, um dos seus lados corta as linhas de força de baixo para cima, enquanto o outro lado da espira corta as linhas de cima para baixo. Desta forma surgirá na espira o fluxo elétrico numa dada direção. A meio caminho da rotação, a espira estará numa posição paralela às linhas de força. Nenhuma linha de força será cortada pela espira, e, conseqüentemente, não será gerada nenhuma eletricidade.

Na segunda metade da rotação, o lado da espira que cortava as linhas de força de baixo para cima passa cortá-las de cima para baixo. O outro lado estará cortando as linhas de força de baixo para cima, o que induzirá na espira um fluxo elétrico no sentido contrário ao fluxo gerado na primeira metade da rotação. No ponto mais baixo da rotação, a espira estará de novo em posição paralela as linhas de força e nenhuma eletricidade será gerada.

Em cada rotação completa da espira a voltagem e a intensidade da corrente terão uma dada direção numa metade do tempo, e a direção oposta na outra metade. Por duas vezes, durante a rotação da espira, não haverá fluxo de corrente. Dá-se à voltagem e a corrente as denominações de voltagem alternada e corrente alternada. A voltagem que um gerador produz pode ser acrescida aumentando:

- (1) a intensidade do campo magnético;
- (2) a velocidade de rotação da espira;
- (3) um numero de linhas de um fio condutor que cortam o campo magnético.

A uma revolução completa feita pela espira, através das linhas de força, dá-se o nome de ciclo. Ao número de ciclos por segundo dá-se o nome de frequência da voltagem ou da intensidade da corrente, a qual é medida em unidades chamadas Hertz.

GERADORES DE ENERGIA ELÉTRICA

A maior parte da energia elétrica que se utiliza nos dias de hoje é a energia de geradores elétricos, na forma de corrente alternadas (CA). Um gerador simples de corrente alternada é uma bobina que gira num campo magnético uniforme. Os terminais

da bobina estão ligados a anéis coletores que giram com a bobina. O contato elétrico entre a bobina e um circuito externo se faz por meio de escovas de grafita que ficam encostadas nos anéis.

Quando uma reta perpendicular ao plano da bobina faz um ângulo q com o campo magnético uniforme B , o fluxo magnético através da bobina é:

$$\phi_m = NBA \cos q$$

Onde N é o número de espiras da bobina e A , a área da bobina. Quando a bobina girar, sob a ação de um agente mecânico, o fluxo através dela será variável e haverá uma fem induzida conforme a lei de Faraday. Se ângulo inicial for d , o ângulo num instante posterior t será dado por:

$$q = w t + d$$

onde w é a frequência angular de rotação. Levando esta expressão de q na equação anterior, obtemos:

$$\phi_m = NBA \cos (w t + d) = NBA \cos (2\pi f t + d)$$

A fem induzida na bobina será então:

$$e = - \frac{d\phi_m}{dt} = - NBA \frac{d}{dt} \cos (w t + d) = + NBA w \sin (w t + d)$$

O que pode ser escrito como:

$$e = e_{\max} \sin (w t + d)$$

onde

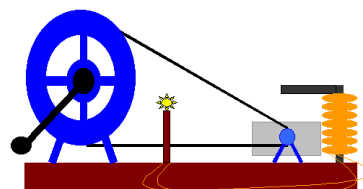
$$e_{\max} = NBAw$$

é o valor máximo da fem. Podemos, então, provocar uma fem senoidal na bobina mediante a sua rotação com frequência constante, num campo magnético. Nesta fonte de fem, a energia mecânica da bobina girante se converte em energia elétrica. A energia mecânica provém usualmente de uma queda de água ou de uma turbina a vapor. Embora os geradores práticos sejam bastante mais complicados, operam com o mesmo princípio da geração de uma fem alternada por uma bobina que gira num campo magnético; os geradores são projetados de modo a gerarem uma fem senoidal.

EXPERIMENTO REALIZADO

No experimento realizado no laboratório temos um ímã cilíndrico em constante movimento de rotação alternando os polos norte e sul, acionado por meio de roldanas. Com o movimento do ímã surge uma corrente, que é chamada de corrente induzida, e o trabalho realizado por unidade de carga durante o movimento dos portadores de carga que constitui essa corrente denominamos de fem induzida que é produzida pelo gerador. Logo, a luz acenderá por consequência da fem induzida produzida pelo gerador.

FIGURA DO EXPERIMENTO REALIZADO



(ERNANDI FEY)

Onde:



Lâmpada que será acessa ao ser gerada a energia



Roldana

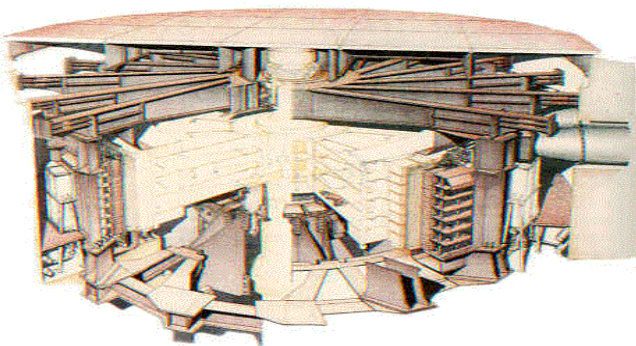


Espira

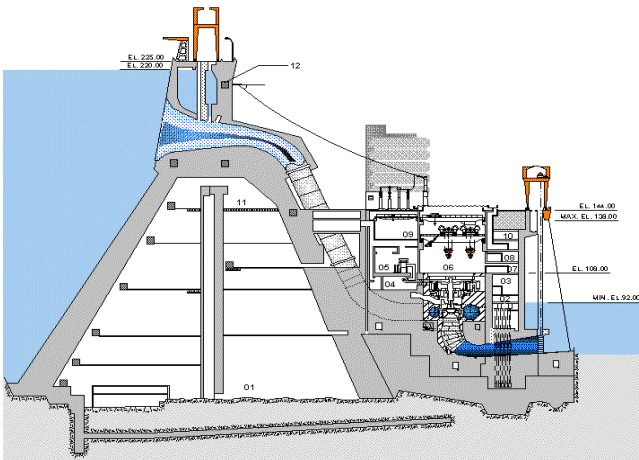


Ímã

FIGURAS:



GERADOR DA USINA HIDROELÉTRICA DE ITAIPÚ (ACIMA) –
ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DA HIDROELÉTRICA DE ITAIPÚ
(ABAIXO)



Fontes geradoras de energia elétrica

A existência da tensão é condição fundamental para o funcionamento de todos os aparelhos elétricos. As fontes geradoras são os meios pelos quais se pode fornecer a tensão necessária ao funcionamento desses consumidores.

Essas fontes geram energia elétrica de vários modos:

- por ação térmica;
- por ação da luz;
- por ação mecânica;
- por ação química;
- por ação magnética.

Geração de energia elétrica por ação térmica

Pode-se obter energia elétrica por meio do aquecimento direto da junção de dois metais diferentes.

Por exemplo, se um fio de cobre e outro de constantan (liga de cobre e níquel) forem unidos por uma de suas extremidades e se esses fios forem aquecidos nessa junção, aparecerá uma tensão elétrica nas outras extremidades. Isso acontece porque o aumento da temperatura acelera a movimentação dos elétrons livres e faz com que eles passem de um material para outro, causando uma diferença de potencial.

À medida que aumentamos a temperatura na junção, aumenta também o valor da tensão elétrica na outra extremidade.

Esse tipo de geração de energia elétrica por ação térmica é utilizado num dispositivo chamado par termoeletrico, usado como elemento sensor nos pirômetros que são aparelhos usados para medir temperatura de fornos industriais.

Geração de energia elétrica por ação de luz:

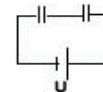
Para gerar energia elétrica por ação da luz, utiliza-se o efeito fotoelétrico. Esse efeito ocorre quando irradiações luminosas atingem um fotoelemento. Isso faz com que os elétrons livres da camada semicondutora se desloquem até seu anel metálico.

Dessa forma, o anel se torna negativo e a placa-base, positiva. Enquanto dura a incidência da luz, uma tensão aparece entre as placas.

O uso mais comum desse tipo de célula fotoelétrica é no armazenamento de energia elétrica em acumuladores e baterias solares.

Geração de energia elétrica por ação mecânica

Alguns cristais, como o quartzo, a turmalina e os sais de Rochelle, quando submetidos a ações mecânicas como compressão e torção, desenvolvem uma diferença de potencial.



Se um cristal de um desses materiais for colocado entre duas placas metálicas e sobre elas for aplicada uma variação de pressão, obteremos uma ddp produzida por essa variação. O valor da diferença de potencial dependerá da pressão exercida sobre o conjunto.

Os cristais como fonte de energia elétrica são largamente usados em equipamentos de pequena potência como toca-discos, por exemplo. Outros exemplos são os isqueiros chamados de “eletrônicos” e os acendedores do tipo Magiclick.

Geração de energia elétrica por ação química

Outro modo de se obter eletricidade é por meio da ação química. Isso acontece da seguinte forma: dois metais diferentes como cobre e zinco são colocados dentro de uma solução química (ou eletrólito) composta de sal ($H_2O + NaCl$) ou ácido sulfúrico ($H_2O + H_2SO_4$), constituindo-se de uma célula primária.

A reação química entre o eletrólito e os metais vai retirando os elétrons do zinco.

Estes passam pelo eletrólito e vão se depositando no cobre. Dessa forma, obtém-se uma diferença de potencial, ou tensão, entre os bornes ligados no zinco (negativo) e no cobre (positivo).

A pilha de lanterna funciona segundo o princípio da célula primária que acabamos de descrever. Ela é constituída basicamente por dois tipos de materiais em contato com um preparado químico.

Geração de energia elétrica por ação magnética

O método mais comum de produção de energia elétrica em larga escala é por ação magnética.

A eletricidade gerada por ação magnética é produzida quando um condutor é movimentado dentro do raio de ação de um campo magnético. Isso cria uma ddp que aumenta ou diminui com o aumento ou a diminuição da velocidade do condutor ou da intensidade do campo magnético.

A tensão gerada por este método é chamada de tensão alternada, pois suas polaridades são variáveis, ou seja, se alternam.

Os alternadores e dínamos são exemplos de fontes geradoras que produzem energia elétrica segundo o princípio que acaba de ser descrito.

ASSOCIAÇÃO DE GERADORES, RESISTORES E CAPACITORES

Associação de resistências em série

Suponha que duas lâmpadas estejam ligadas a uma pilha, de tal modo que haja apenas um caminho para a corrente elétrica fluir de um polo da pilha para o outro, dizemos que as duas lâmpadas estão associadas em série. Evidentemente, podemos associar mais de duas lâmpadas dessa maneira, como em uma árvore de Natal, onde geralmente se usa um conjunto de várias lâmpadas associadas em série. Em uma associação em série de resistências observam-se as seguintes características:

- como há apenas um caminho possível para a corrente, ela tem o mesmo valor em todas as resistências da associação (mesmo que essas resistências sejam diferentes).
- É fácil perceber que, se o circuito for interrompido em qualquer ponto, a corrente deixará de circular em todo o circuito.
- Quanto maior for o número de resistências ligadas em série, maior será a resistência total do circuito. Portanto, se mantivermos a mesma voltagem aplicada ao circuito, menor será a corrente nele estabelecida.

- A resistência única R , capaz de substituir a associação de várias resistências R_1 , R_2 , R_3 , etc., em série, é denominada resistência equivalente do conjunto.

Associação de resistências em paralelo

Se duas lâmpadas forem associadas de tal maneira que existam dois caminhos para a passagem da corrente de um polo da pilha para o outro dizemos que as lâmpadas estão associadas em paralelo. Evidentemente, podemos associar mais de duas lâmpadas (ou outros aparelhos) em paralelo, abrindo vários caminhos para a passagem da corrente (isso acontece, por exemplo, com os aparelhos eletrodomésticos).

Em uma associação de resistências em paralelo, observamos as seguintes características:

- A corrente total i , fornecida pela bateria, se divide pelas resistências da associação. A maior parte da corrente i passará na resistência de menor valor (caminho que oferece menor oposição). É possível interromper a corrente em uma das resistências da associação, sem alterar a passagem de corrente nas demais resistências.

- Quanto maior for o número de resistências ligadas em paralelo, menor será a resistência total do circuito (tudo se passa como se estivéssemos aumentando a área total da seção reta da resistência do circuito). Portanto, se mantivermos inalterada a voltagem aplicada ao circuito, maior será a corrente fornecida pela pilha ou bateria.

Fusível

Basicamente, um fusível é constituído por um fio de metal, cuja temperatura de fusão relativamente baixa. O chumbo e os estanho são dois metais utilizados para esse fim. O chumbo se funde a 327°C e o estanho, a 232°C .

Os fusíveis se encontram normalmente em dois lugares nas instalações elétricas de uma residência: no quadro de distribuição e junto do relógio medidor. Além disso eles estão presentes no circuito elétrico dos aparelhos eletrônicos, no circuito elétrico do carro, etc.

Quando há um excesso de aparelhos ligados num mesmo circuito elétrico, a corrente elétrica é elevada e provoca aquecimento nos fios da instalação elétrica. Como o fusível faz parte do circuito essa corrente elevada também o aquece. Se a corrente for maior do que aquela que vem especificada no fusível: 10A, 20A, 30A, etc, o seu filamento se funde (derrete).

Com o fio do fusível fundido, ou seja, o fusível queimado, o circuito elétrico fica aberto impedindo seu funcionamento. Assim, a função do fusível é proteger a instalação elétrica da casa, funcionando como um interruptor de segurança. Sem eles, é possível que um circuito sobrecarregado danifique um aparelho elétrico ou até inicie um incêndio.

Quanto maior for a corrente especificada pelo fabricante, maior a espessura do filamento.

Assim, se a espessura do filamento do fusível suporta no máximo uma corrente de 10A e por um motivo qualquer a corrente exceder esse valor, a temperatura atingida pelo filamento será suficiente para derrete-lo, e desta forma a corrente é interrompida.

Disjuntores

Modernamente, nos circuitos elétricos de residências, edifícios e indústrias, em vez de fusíveis, utilizam-se dispositivos baseados no efeito magnético da corrente denominados disjuntores.

Em essência, o disjuntor é uma chave magnética que se desliga automaticamente quando a intensidade da corrente supera certo valor. Tem sobre o fusível a vantagem de não precisar ser trocado. Uma vez resolvido o problema que provocou o desligamento, basta religá-lo para que a circulação da corrente se restabeleça

Capacitor

- Armazenamento de energia;
- Q e V são diretamente proporcionais;
- A energia potencial serve para a passagem de elétrons de uma placa para outra;
- As força de repulsão e atração determinam o deslocamento dos elétrons em um sistema;
- U cria uma ddp que permite a saída do elétron;
- Equilíbrio estável: Cessa a passagem de corrente elétrica.

Capacitor carregado a partir de uma corrente variável;

- Capacidade elétrica: Constante de proporcionalidade entre Q e V : $C = Q / V$;

- No condutor em equilíbrio eletrostático: $E_{pot} = Q^2 / 2C$;

- Condutores em equilíbrio, igual a potencial elétrico;

Borracha - Isolante ou Dielétrico:

- Atrapalha a interação entre as placas;
- Pode até aumentar a quantidade de carga que não altera o capacitor, não “vencendo”, portanto, o isolante. Se não tem a borracha como isolante, aumentando-se a carga altera o capacitor, alterando a interação (ocorre passagem de corrente elétrica);

- E resultante diminui;

$$C = E_0 \cdot A / d$$

Aumentando-se a Área, aumenta a Capacidade elétrica (constante);

Reduzindo a distância aumenta a Carga;

- A partir de um certo momento a carga aumenta tanto que vence o isolante ou dielétrico;

$$Q = C \cdot U$$

Série:

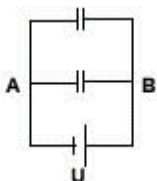
- Q é constante;

- C é inversamente proporcional a U - $U/C = \text{Constante}$; $1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$ $C_{eq} (C \text{ equivalente})$; $C_{eq} = C_1 \cdot C_2 / C_1 + C_2$

Paralelo:

- U é constante;

- Q e C são diretamente proporcionais - $Q = C$;



$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Ligado:

- Coloca um dielétrico - Aumenta C ;

- Retira o dielétrico - Reduz C ;

- Ligado Q aumenta;

- Desligado Q é constante;

$$C = E \cdot C_0$$

AS LEIS DA ELETRODINÂMICA E O PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE

Essência da teoria da relatividade

O desenvolvimento da eletrodinâmica levou à revisão das noções de espaço e tempo.

A teoria da relatividade especial de Einstein é um novo estudo do espaço e do tempo, vindo substituir as noções antigas (clássicas).

O princípio da relatividade na mecânica e na eletrodinâmica.

Depois de Maxwell, na segunda metade do séc. XIX, ter formulado as leis fundamentais da eletrodinâmica, surgiu a seguinte questão: será que o princípio da relatividade, verdadeiro para os fenômenos mecânicos, se estende aos fenômenos eletromagnéticos? Por outras palavras, decorrerão os processos eletromagnéticos (interação das cargas e correntes, propagação das ondas eletromagnéticas, etc.) igualmente em todos os sistemas inerciais? Ou ainda, o movimento uniforme e retilíneo, não influenciando os fenômenos mecânicos, exercerá alguma influência nos processos eletromagnéticos?

Para responder a esta questão era necessário verificar se modificariam as leis principais da eletrodinâmica na passagem de um sistema inercial para outro ou se, à semelhança das leis de Newton, elas se conservariam. Só no último caso seria possível deixar de duvidar sobre a veracidade do princípio da relatividade nos processos eletromagnéticos e considerar este princípio como uma lei geral da Natureza.

$$\vec{c} - \vec{v}$$

As leis da eletrodinâmica são complexas e a resolução deste problema não era nada fácil. No entanto, raciocínios simples pareciam ajudar a encontrar a resposta certa. De acordo com as leis da eletrodinâmica, a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo é igual em todas as direções e o seu valor é $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s. Mas, por outro lado, de acordo com o princípio da composição de velocidades da mecânica de Newton, a velocidade só pode ser igual a c num dado sistema. Em qualquer outro sistema, que se mova em relação ao sistema dado com velocidade v , a velocidade da luz deveria ser igual a

$$\vec{c} - \vec{v}$$

Isto significa que se é verdadeiro o princípio da composição de velocidades, então, na passagem de um sistema inercial para outro, as leis da eletrodinâmica deverão alterar-se de tal modo que neste sistema a velocidade da luz, em vez de ser igual a c , será igual a

De forma verificou-se que existiam algumas contradições entre a eletrodinâmica e a mecânica de Newton, cujas leis estão de acordo com o princípio da relatividade. As tentativas de resolver as dificuldades que surgiram foram feitas em três direções diferentes.

A primeira possibilidade consistia em declarar que o princípio da relatividade não se podia aplicar aos fenômenos eletromagnéticos. Este ponto de vista foi defendido pelo grande físico holandês G. LORENTZ, fundador da teoria eletrônica. Os fenômenos eletromagnéticos eram vistos, desde o tempo de Faraday, como processos que decorriam num meio especial, que penetra em todos os corpos e ocupa todo o espaço - “o éter mundial”. Um sistema inercial parado em relação ao éter é, segundo Lorentz, um sistema privilegiado. Nele, as leis da eletrodinâmica de Maxwell são verdadeiras e têm uma forma mais simples. Só neste sistema a velocidade da luz no vácuo é igual em todas as direções.

A segunda possibilidade consiste em considerar as equações de Maxwell falsas e tentar modificá-las de tal modo que com a passagem de um sistema inercial para outro (de acordo com os habituais conceitos clássicos de espaço e de tempo) não se alterem. Tal tentativa foi feita, em particular, por G. HERTZ. Segundo Hertz, o éter é arrastado totalmente pelos corpos em movimento e por isso os fenômenos eletromagnéticos decorrem igualmente, independentemente do fato do corpo estar parado ou em movimento. O princípio da relatividade é verdadeiro.

Finalmente, a terceira possibilidade da resolução das dificuldades consiste na rejeição das noções clássicas sobre o espaço e tempo para que se mantenha o princípio da relatividade e as leis de Maxwell. Este é o caminho mais revolucionário, visto que significa a revisão das mais profundas e importantes noções da física. De acordo com este ponto de vista, não são as equações do campo magnético que estão incorretas, mas sim as leis da mecânica de Newton, as quais estão de acordo com a antiga noção de espaço e tempo. É necessário alterar as leis da mecânica, e não as leis de eletrodinâmica de Maxwell.

Só a terceira possibilidade é que é correta. Einstein desenvolveu-a gradualmente e criou uma nova concepção do espaço e do tempo. As duas primeiras possibilidades vieram a ser rejeitadas pela experiência.

Quando Hertz tentou mudar as leis da eletrodinâmica de Maxwell verificou-se que as novas equações não podiam explicar muitos fatos observados. Assim, de acordo com a teoria de Hertz, a água em movimento deverá arrastar completamente consigo a luz que se propaga nela, visto que ela arrasta o éter, onde a luz se propaga. A experiência mostrou que na realidade isso não se passava.

A experiência de Michelson. O ponto de vista de Lorentz, de acordo com o qual deve existir um certo sistema de referência, vinculado ao éter mundial, que se mantém em repouso absoluto, também foi rejeitado por experiências diretas.

Se a velocidade da luz só fosse igual a 300 000 km/s num sistema vinculado ao éter, então, medindo a velocidade da luz em qualquer outro sistema inercial, poder-se-ia observar o movimento deste sistema em relação ao éter e determinar a velocidade deste movimento. Tal como num sistema que se mova em relação ao ar surge vento, quando se dá o movimento em relação ao éter (isto, claro, admitindo que o éter existe) deveria surgir “vento de éter”. A experiência para verificação do “vento de éter” foi realizada em 1881 pelos cientistas americanos A. MICHELSON e E. MORLEY, segundo uma ideia avançada 12 anos antes por Maxwell.

Nesta experiência compara-se a velocidade da luz na direção do movimento da Terra e numa direção perpendicular. A medição foi feita com grande exatidão com o auxílio de um instrumento especial - interferômetro de Michelson. As experiências foram realizadas a diferentes horas do dia e em diferentes épocas do ano. Mas obteve-se sempre um resultado negativo: não foi possível observar o movimento da Terra em relação ao éter.

Esta situação é semelhante à que se verificaria se, deitando a cabeça de fora pela janela de um automóvel à velocidade de 100 km/h, não sentíssemos o vento soprando contra nós.

Deste modo, a hipótese da existência de um sistema de referência privilegiado também foi rejeitada experimentalmente. Por sua vez, isto significava que não existe nenhum meio especial, “éter”, ao qual se possa vincular esse tal sistema privilegiado.

MAGNETISMO E ELETROMAGNETISMO

A que se deve o magnetismo?

Os antigos gregos já sabiam que algumas rochas, procedentes de uma cidade da Ásia Menor chamada Magnésia, atraíam pedaços de ferro. Essas rochas eram formadas por um mineral de ferro chamado magnetita. Por extensão, diz-se dos corpos que apresentam essa propriedade que eles estão magnetizados, ou possuem propriedades magnéticas. Assim, magnetismo é a propriedade que algumas substâncias têm de atrair pedaços de ferro.

Gerador – Eletromagnetismo

O gerador é o elemento que cria a corrente elétrica. Ele tem dois polos ou bornes, um positivo e outro negativo. É representado esquematicamente por duas linhas paralelas, uma mais comprida do que a outra. A mais comprida representa o polo positivo, e a mais curta, o negativo.

Os geradores transformam algum tipo de energia em energia elétrica.

Por exemplo, as pilhas e as baterias transformam energia química em elétrica e geram corrente contínua. Algumas, porém, fornecem pouca energia, razão pela qual são empregadas em aparelhos de baixo consumo, como calculadoras, relógios, lanternas, que funcionam com pilhas de 1,5 V ou 4,5 V. Os dínamos transformam a energia mecânica em elétrica. Os mais conhecidos são os das bicicletas, que fornecem corrente contínua. Os alternadores são geradores de corrente alternada. Nas centrais hidrelétricas, térmicas ou nucleares, os alternadores transformam a energia potencial da água, a calorífica ou a nuclear, em energia elétrica.

Sentido da corrente elétrica

A corrente elétrica é produzida pelo movimento de elétrons em um condutor. O sentido real da corrente é o do movimento de elétrons que circulam do polo negativo ao polo positivo. Porém, uma convenção internacional estabeleceu que o sentido da corrente elétrica é o contrário do que foi descrito. Então:

O sentido convencional da corrente elétrica é o que vai do polo positivo ao negativo, isto é, o contrário ao movimento dos elétrons.

CAMPO MAGNÉTICO – CONCEITO INICIAL

Chama-se campo magnético de um ímã a região do espaço onde se manifestam forças de origem magnética.

Um ímã cria ao redor de si um campo magnético que é mais intenso em pontos perto do ímã e se enfraquece à medida que dele se afasta como o campo gravitacional.

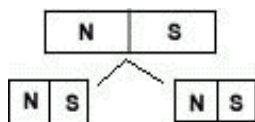
Para representar graficamente um campo magnético, utilizam-se as linhas de força. Se colocarmos sobre um ímã, como o da figura ao lado, uma folha de papel com limalhas de ferro, estas se orientarão de acordo com o campo magnético. Na representação acima, por exemplo, as linhas de força são linhas imaginárias que reproduzem a forma como se alinharam as limalhas. O sentido das linhas, mostrado por uma ponta de seta, é escolhido de maneira arbitrária: saem do polo norte e entram pelo polo sul.

Ímã Natural:

- Magnetita - Óxido de Ferro (Fe_3O_4)

Polos magnéticos com o mesmo nome se repelem e de nomes contrários se atraem - Lei das Ações Magnéticas;

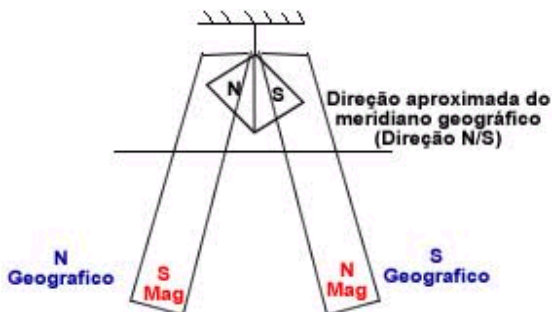
As linhas de indução saem do polo NORTE e chegam no polo SUL (Externamente ao ímã);



Inseparabilidade dos polos:

Secções sucessivas - Ímãs moleculares;

Magnetismo Terrestre:



A Terra funciona como um enorme ímã cuja polaridade é invertida em relação a sua polaridade magnética;

Campo Magnético Uniforme:

É aquele que possui a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido em todos os seus pontos;

- As linhas de indução são paralelas e igualmente espaçadas;

- Ímã: Cria campo magnético ao seu redor sem corrente elétrica;

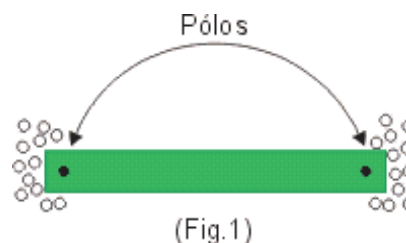
Experiência de Oersted (1820):

Foi uma experiência que mostrou a criação de campo magnético ao redor de um condutor, devido a presença da corrente elétrica;

O CAMPO MAGNÉTICO

Os Ímãs

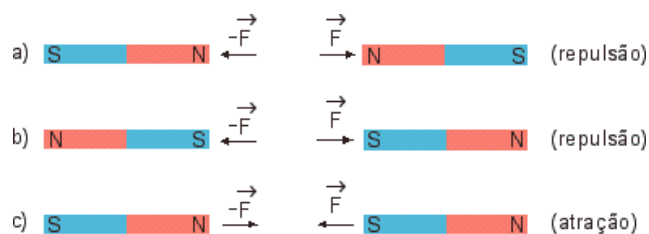
Na Grécia antiga (século VI a.C.), em uma região denominada Magnésia, parecem ter sido feitas as primeiras observações de que um certo tipo de pedra tinha a propriedade de atrair objetos de ferro. Tais pedras foram mais tarde chamadas de ímãs e o seu estudo foi chamado de magnetismo.



(Fig. 1)
© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

Um outro fato observado é que os ímãs têm, em geral, dois pontos a partir dos quais parecem se originar as forças. Quando pegamos, por exemplo, um ímã em forma de barra (Fig. 1) e o aproximamos de pequenos fragmentos são atraídos por dois pontos que estão próximos das extremidades. Tais pontos foram denominados polos.

Quando um ímã em forma de barra é suspenso de modo a poder girar livremente (Fig. 2), observa-se que ele tende a se orientar, aproximadamente, na direção norte-sul. Por esse motivo, a extremidade que se volta para o norte geográfico foi chamada de polo norte (N) e a extremidade que se volta para o sul geográfico foi chamada de polo sul



(Fig. 3)
© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

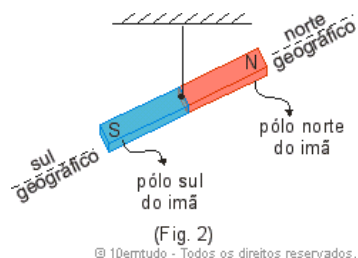
Foi a partir dessa observação que os chineses construíram as primeiras bússolas.

Quando colocamos dois ímãs próximo um do outro, observamos a existência de forças com as seguintes características (Fig. 3):

dois polos norte se repelem (Fig. 3 a);

dois polos sul se repelem (Fig. 3 b);

entre um polo norte e um polo sul há um par de forças de atração (Fig. 3 c).



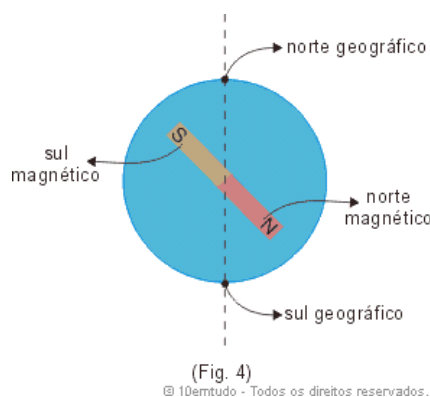
Resumindo essas observações podemos dizer que:
polos de nomes diferentes se atraem e polos de mesmo nome se repelem

Magnetismo da Terra

A partir dessas observações concluímos que a Terra se comporta como se no seu interior houvesse um gigantesco ímã em forma de barra (Fig. 4). Porém, medidas precisas mostram que os polos desse grande ímã não coincidem com os polos geográficos, embora estejam próximos. Assim:

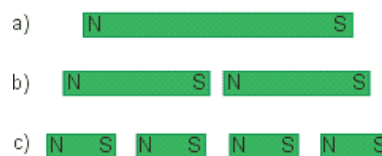
o polo norte da bússola é atraído pelo sul magnético, que está próximo do norte geográfico.

o polo sul da bússola é atraído pelo norte magnético, que está próximo do sul geográfico.



Inseparabilidade dos polos

Os primeiros estudiosos tiveram a ideia de quebrar o ímã, para separar o polo norte do polo sul. Porém, ao fazerem isso tiveram uma surpresa: no ponto onde houve a quebra, apareceram dois novos polos (Fig. 5 b) de modo que os dois pedaços são dois ímãs. Por mais que se quebre o ímã, cada pedaço é um novo ímã (Fig. 5 c). Portanto, não é possível separar o polo norte do polo sul.



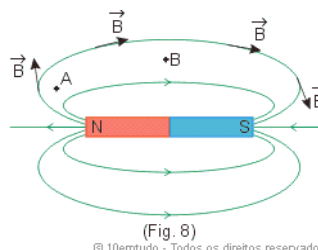
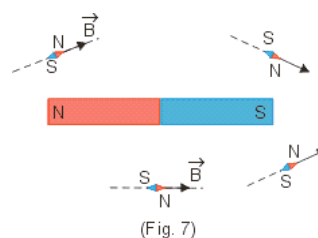
Um ímã pode ter várias formas. No entanto, os mais usados são o em forma de barra e o em forma de ferradura (Fig. 6).



O campo magnético

Para interpretar a ação dos ímãs, dizemos que eles criam em torno de e um campo, denominado indução magnética ou, simplesmente, campo magnético. Esse campo, que é representado por $\vec{B}$ tem sua direção determinada usando um pequeno ímã em forma de agulha (bússola). Colocamos essa bússola próxima do ímã. Quando a agulha ficar em equilíbrio, sua direção é a do campo magnético (Fig. 7). O sentido de $\vec{B}$ é aquele para o qual aponta o norte da agulha.

Para visualizar a ação do campo, usamos aqui o mesmo recurso adotado no caso do campo elétrico: as linhas de campo. Essas linhas são desenhadas de tal modo que, em cada ponto (Fig. 8), o campo magnético é tangente à linha. O sentido da linha é o mesmo sentido do campo.

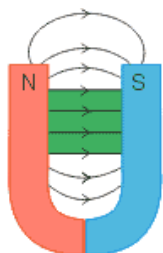


Verifica-se aqui uma propriedade semelhante à do caso do campo elétrico: o campo é mais intenso onde as linhas estão mais próximas. Assim, no caso do Fig. 8, o campo magnético no ponto A é mais intenso do que o campo no ponto B.

As linhas de campo do campo magnético são também de linhas de indução.

Campo magnético uniforme

Para o caso de um ímã em forma de ferradura (Fig. 9), há uma pequena região onde o campo é uniforme. Nessa região o campo tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em todos os seus pontos. Como consequência, as linhas de campo são paralelas.



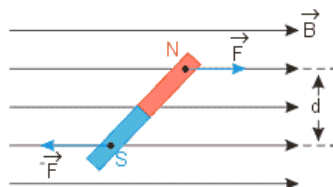
(Fig. 9)

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

Fig. 9- Na região sombreada, o campo magnético é uniforme.

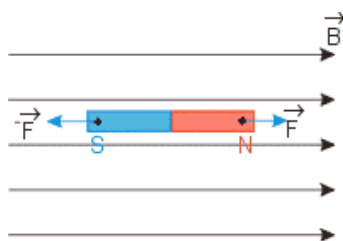
Quando um ímã em forma de barra é colocado numa região onde há um campo magnético uniforme (Fig. 10) fica sujeito a um par de forças de mesma intensidade, mas sentidos opostos, formando um binário cujo momento (ou torque) M tem módulo dado por:

$$|M| = F \cdot d$$



(Fig. 10)

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.



(Fig. 11)

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

MOVIMENTO DE CARGAS EM UM CAMPO MAGNÉTICO

Movimento de carga elétrica no campo magnético Uniforme:

1º Caso: v lançada Paralelamente a B ($v \parallel B$);

- Carga não desvia - Movimento Retilíneo Uniforme;

$F_m = 0$ (mínima);

$a = 0$;

M.R.U.;

2º Caso: v lançada Perpendicularmente a B ;

- A força magnética exerce a função de resultante centrípeta.

M.C.U.;

$F_m = |q| \cdot v \cdot B$;

$F_m = F_{cp}$;

$r = m \cdot v / |q| \cdot B$ - Raio da Trajetória Circular;

$a = 90^\circ$;

- Período (T): Tempo gasto numa volta completa:

$T = 2\pi \cdot m / |q| \cdot B$

π - Equivalente a "Pi" (3,14);

3º Caso: v lançada Obliquamente a B ;

- Movimento Helicoidal (hélice Cilíndrica) Uniforme (M.H.U.);

$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{Sen}(a)$;

Carga em repouso, sob a ação exclusiva do campo magnético uniforme permanece em repouso;

Força Magnética sobre condutor Retilíneo no Campo Magnético Uniforme:

- Módulo: $F_m = B \cdot i \cdot L \cdot \text{sen}(a)$;

- Direção: É perpendicular ao plano de B e de i ;

- Sentido: É dado pela regra da Mão Esquerda:

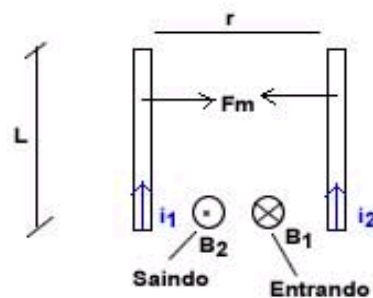
Polegar - F_m ;

Indicador - B ;

Médio - i ;

Obs.: O sentido pode ser pela Regra do Tapa (mão direita) também, onde a palma da mão indica a F_m , o polegar o i e os demais dedos o campo B ;

Força Magnética entre condutores Paralelos:



Condutores paralelos percorridos por correntes elétricas de mesmo sentido se atraem e de sentidos opostos se repelem;

$F_m = \mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot L / 2\pi r$

π - Equivalente a "Pi" (3,14);

FORÇA MAGNÉTICA

Força sobre partícula carregada $\vec{v}$

Consideremos uma partícula com carga $Q \neq 0$. Quando essa partícula é lançada com velocidade $\vec{v}$ numa região em que existe apenas um campo magnético $\vec{B}$ às vezes essa partícula sofre a ação de uma força $\vec{F}$ que depende de $\vec{v}$

Observa-se que a força é nula quando $\vec{B}$ tem a mesma direção de

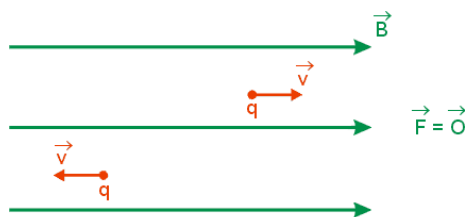


Fig. 1 - Quando $\vec{v}$ e $\vec{B}$ têm a mesma direção, não há força magnética.

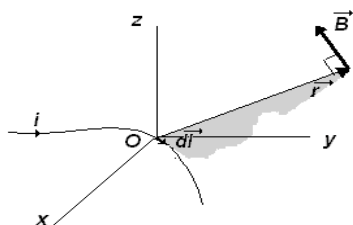
© 10emundo - Todos os direitos reservados.

LEI DE BIOT – SAVART

As Fontes do Campo Magnético

Inicialmente não procuramos definir as causas do campo magnético B . Agora, após formada a ideia de campo, vamos estabelecer as suas fontes, isto é, o que cria ou gera um campo magnético.

O campo de uma partícula em movimento.



Mencionamos que a correlação entre Magnetismo e Eletricidade, está associada a um efeito relativístico. Tal demonstração pode ser desenvolvida a partir de certos conhecimentos, até o momento ainda não disponíveis, a nosso nível.

Admitamos que uma carga elétrica, q , esteja em movimento com velocidade v . Ela gera em torno de si um campo magnético B , que obedece à seguinte relação vetorial:

$$\vec{B} = k q \vec{v} \times \vec{r} / r^3$$

onde k é uma constante de proporcionalidade a ser definida.

Observe-se que, diferentemente do campo elétrico E , o campo magnético B da partícula não está alinhado com ela, e sim perpendicular ao plano formado pelo vetor posição r do ponto P onde queremos calcular o campo, e o vetor velocidade v da partícula que está gerando o campo B .

O Campo Magnético De Uma Corrente

Para um elemento dl , de um fio percorrido por uma corrente I , sendo A a área da seção reta do fio e, n o número de cargas por unidade de volume, a carga dQ , atravessando a seção reta do fio na posição do elemento dl será dada por:

$$dQ = n A q dl$$

Sendo v , a velocidade de transporte das cargas na corrente elétrica I , temos pela relação anterior, que o elemento de carga dQ , gera um campo magnético elementar dado por :

$$dB = k dQ v \sin \theta / r^2$$

onde θ é o ângulo entre as direções orientadas de v e r

Então, temos que :

$$dB = k n A q v dl \sin \theta / r^2$$

Como

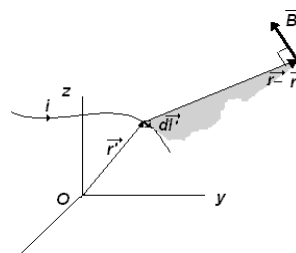
$$I = n q A v$$

reescrevemos a expressão para o campo magnético elementar, dB , gerado pelo elemento do fio condutor que está na origem, como :

$$dB = k I (dl \times r / r^3)$$

onde r^3 é o cubo do módulo do vetor posição r .

Para podermos calcular o campo magnético B gerado por uma corrente I , circulando num fio condutor, em uma posição r , precisamos, inicialmente, considerar o fato de que todo o condutor não pode estar na origem do sistema de coordenadas, mas o que r representa é o vetor posição do ponto onde queremos calcular o campo B em relação ao elemento de arco do condutor que gera o campo.



Assim chamando de r' o vetor posição do elemento de arco do circuito, com relação ao sistema de referência usado no problema, $r - r'$ será o vetor correspondente ao vetor r da expressão anterior. Portanto:

$$\vec{B} = \oint k I d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}') / (r - r')^3$$

com a mesma notação anterior para o termo elevado ao cubo.

Esta expressão também é conhecida como lei de Biot-Savart, para o campo magnético B . A direção do campo magnético é conhecida quando se coloca a mão direita em torno do fio, com o polegar ao longo da direção da corrente elétrica I : a direção dos outros dedos da mão indicam a direção de B .

CAMPO MAGNÉTICO DE CONDUTORES RETILÍNEOS

Quando temos um fio percorrido por corrente elétrica e sob a ação de um campo magnético, cada partícula que forma a corrente poderá estar submetida a uma força magnética e assim haverá uma força magnética atuando no fio. Vamos considerar o caso mais simples em que um fio retilíneo, de comprimento L é percorrido por corrente elétrica de intensidade i e está numa região onde há um campo magnético uniforme

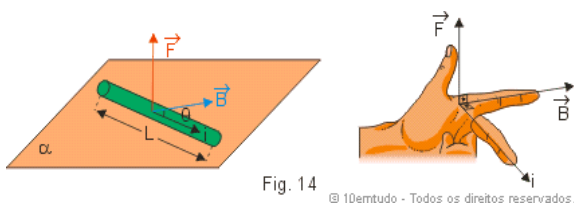


Fig. 14

© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

Se α o plano determinado pelo fio e pelo campo (Fig. 14) a força $\vec{F}$ sobre o fio é perpendicular a α e tem sentido dado pela regra da mão esquerda como ilustra a figura. O módulo é dado por:

$$F = B \cdot i \cdot L \cdot \sin \theta \quad (VI)$$

Os ímãs

O magnetismo é conhecido há cerca de 2500 anos. Em uma região chamada Magnésia, na antiga Grécia (esta região hoje faz parte da Turquia), foi encontrada uma rocha com o poder de atrair pedaços de ferro.

Os antigos gregos lhe deram o nome de magnetita (um tipo de minério de ferro).



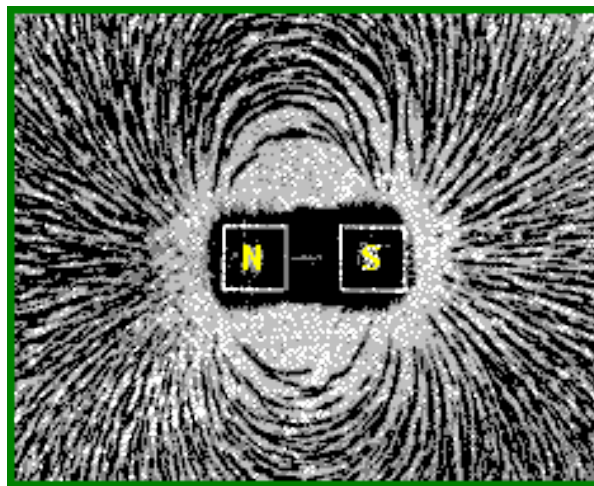
A magnetita atualmente é mais conhecida como pedra-ímã ou simplesmente ímã.

Forças magnéticas

Por meio dos experimentos, constatou-se que o ímã tem a propriedade de atrair certos materiais. Essa propriedade é denominada de magnetismo.

A força magnética do ímã atua sobre certos metais como o ferro, o níquel e o cobalto, isto é, sobre os materiais denominados ferromagnéticos. Nem todos os metais são ferromagnéticos. Os metais das medalhas olímpicas, por exemplo, o ouro, a prata e o cobre não são atraídos pelos ímãs.

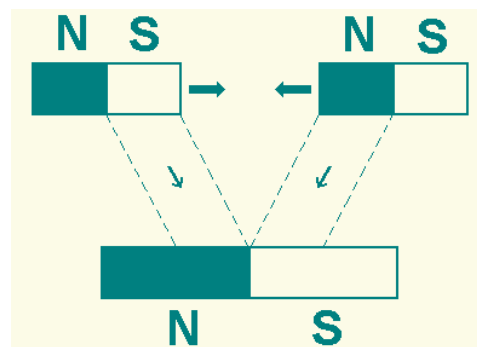
Ao colocar a folha de papel com limalha de ferro sobre o ímã, nela fica representada a área de influência desse ímã.



As extremidades do ímã – regiões onde as forças magnéticas agem mais intensamente – são denominadas polos. A existência desses polos é uma das importantes características dos ímãs.

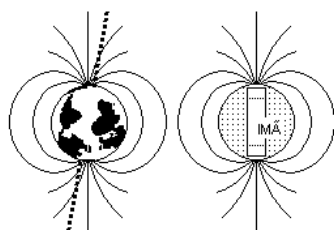
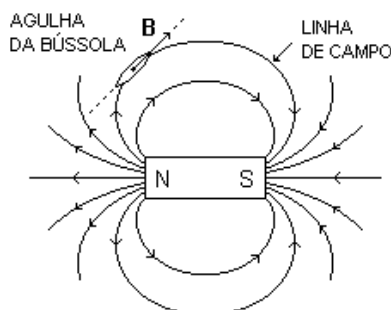
O ímã apresenta sempre dois polos.

Se o quebrarmos em duas partes, cada uma delas apresentará novamente dois polos. Portanto, não conseguiremos nunca isolar um dos polos do ímã.



Podendo se movimentar livremente, um ímã se alinha com a direção geográfica Norte-Sul.

Convencionou-se que a parte do ímã que aponta para o Norte geográfico da Terra seria denominada polo Norte do ímã. Normalmente, essa parte é pintada de vermelho. A outra parte é o polo Sul do ímã.



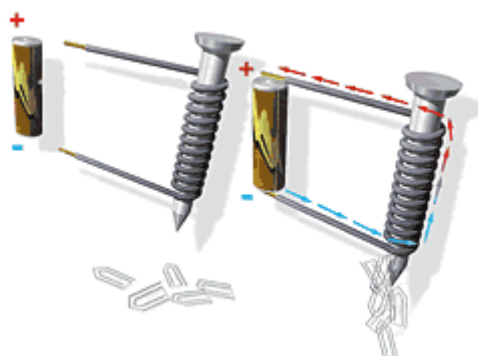
Com esse conhecimento básico, os chineses criaram a bússola, que, desde o século XI, tem sido usada para orientar navegadores e pilotos.

Nos séculos XV e XVI, época das grandes navegações, a bússola, desempenhou papel fundamental na orientação pelos mares até então desconhecidos.

Eletroímãs

Há um tipo muito interessante de ímã chamado eletroímã. É um dispositivo no qual a eletricidade percorre um fio enrolado em um pedaço de ferro e que se comporta como um ímã.

Você pode construir um eletroímã em casa: Um eletroímã começa com uma pilha ou bateria (ou alguma outra fonte de energia) e um fio. O que a pilha produz são os elétrons.



Se você olhar qualquer pilha D (uma pilha de lanterna, por exemplo), dá para ver que há duas extremidades, uma marcada com um sinal de mais (+) e outra marcada com o sinal de menos (-). Os elétrons estão agrupados na extremidade negativa da pilha e, podem fluir para a extremidade positiva, com o auxílio de um fio.

Se você conectar um fio diretamente entre os terminais positivo e negativo de uma pilha, três coisas irão acontecer:

1. os elétrons irão fluir do lado negativo da pilha até o lado positivo o mais rápido que puderem;
2. a pilha irá descarregar bem rápido (em questão de minutos). Por esse motivo, não costuma ser uma boa ideia conectar os 2 terminais de uma pilha diretamente um ao outro, normalmente, você conecta algum tipo de carga no meio do fio. Essa carga pode ser um motor, uma lâmpada, um rádio;
3. um pequeno campo magnético é gerado no fio. É esse pequeno campo magnético que é a base de um eletroímã.

LEI DE FARADAY

Consideremos um circuito no qual foi induzida uma corrente de intensidade i . Tudo se passa como se, dentro do circuito houvesse um gerador ideal, de força eletromotriz E dada por:

$$E = R \cdot i$$

onde R é a resistência do circuito. Essa força eletromotriz é chamada de força eletromotriz induzida.

Sendo $\Delta \Phi$ a variação do fluxo num intervalo de tempo Δt

Faraday descobriu que o valor médio de E é dado por:

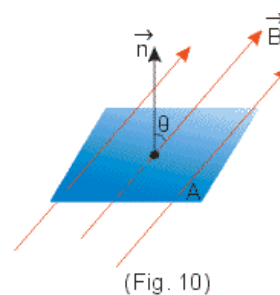
$$E_m = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad |E_m| = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$$

Algumas vezes essa fórmula aparece do seguinte modo:

Neste caso, o sinal “menos” serve apenas para lembrar da lei de Lenz, isto é, que a força eletromotriz induzida se opõe à variação de fluxo.

EXEMPLO

Uma espira retangular, de área $A = 0,50 \text{ m}^2$ e resistência $R = 2,0 \Omega$ está numa região onde há um campo magnético uniforme $\vec{B}$ como indica a Fig. 10, sendo $\theta = 60^\circ$.



(Fig. 10)
© 10emtudo - Todos os direitos reservados.

Num intervalo de tempo $\Delta t = 3,0 \text{ s}$, a intensidade de $\vec{B}$ varia de $B_1 = 12 \text{ T}$ para $B_2 = 18 \text{ T}$. Calcule o valor médio da intensidade da corrente induzida na espira.

Resolução

$$\begin{cases} \phi_1 = B_1 \cdot A \cdot \cos \theta = (12 \text{ T}) (0,50) \left(\frac{1}{2}\right) = 3,0 \text{ Wb} \\ \phi_2 = B_2 \cdot A \cdot \cos \theta = (18) (0,50) \left(\frac{1}{2}\right) = 4,5 \text{ Wb} \end{cases}$$

Lembrando que $\cos 60^\circ = 1/2$, os fluxos iniciais (ϕ_1) e final (ϕ_2) são:

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 = (4,5 \text{ Wb}) - (3,0 \text{ Wb}) = 1,5 \text{ Wb}$$

Assim:

$$|E| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0}$$

De acordo com a lei de Faraday, o valor médio da força eletromotriz induzida é dado por:

$$E_m = R \cdot i_m \Rightarrow i_m = \frac{E_m}{R} = \frac{0,50 \text{ V}}{2,0 \Omega} = 0,25 \text{ A}$$

Sendo i_m o valor médio da intensidade da corrente induzida, temos:

$$|E_m| = \frac{|\Delta \phi|}{\Delta t} = \frac{1,5 \text{ Wb}}{3,0 \text{ s}} = 0,50 \text{ volt} = 0,50 \text{ V}$$

$$i_m = 0,25 \text{ A}$$

Podemos definir a força eletromotriz instantânea por:

$$\frac{|\Delta \phi|}{\Delta t}$$

Quando a força eletromotriz é constante, seu valor médio coincide com seu valor instantâneo.

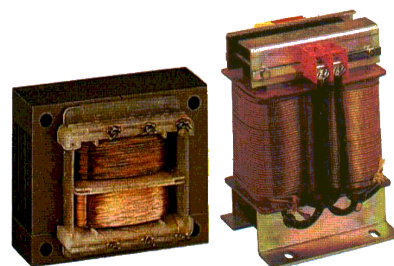
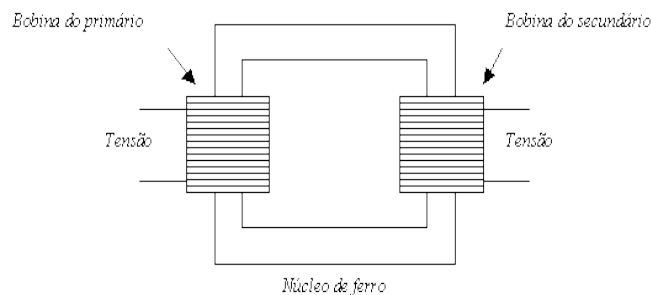
O TRANSFORMADOR

É uma máquina elétrica usada em corrente alternada. Transforma o valor da tensão, por exemplo, de 220 Volt para 24 Volt, ou vice-versa.

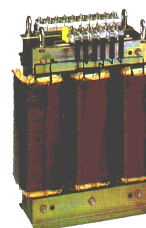
Esta capacidade do transformador permitiu a grande expansão no transporte, distribuição e utilização da energia elétrica e, juntamente com o motor de corrente alternada, mostrou o grande interesse da utilização da corrente alternada, numa época em que se confrontavam ideias sobre a melhor maneira de usar a energia elétrica, se sob a forma de corrente contínua ou sob a forma de corrente alternada.

Os transformadores mais generalizados são o monofásico e o trifásico.

No transformador monofásico existe um núcleo de ferro em torno do qual estão montadas duas bobinas, uma para receber a tensão (o primário) e outra para fornecer a tensão (o secundário).



O transformador trifásico funciona de forma similar ao monofásico, mas tem três bobinas no primário e três no secundário. Nalguns casos, cada bobina do secundário está dividida em duas.



O transformador tem inúmeras aplicações e existem transformadores para muitas potências e tensões, conforme as aplicações.

As aplicações mais importantes são no transporte e distribuição de energia elétrica, subindo os valores no início do transporte e diminuindo estes valores próximo dos utilizadores.

Outras utilizações generalizadas são na maioria das aparelhagens domésticas e industriais, em que é preciso alterar o valor da tensão da rede de alimentação para os adaptar aos valores a que o aparelho funciona.

Utilizam-se também noutros casos, como, por exemplo, para alimentar o altifalante com o sinal proveniente do circuito de saída dum amplificador.

Funcionamento sem carga (em vazio)

Se o segundo enrolamento permanecer aberto, sua presença não altera o comportamento do dispositivo; portanto, ele não modifica a essência do que foi anteriormente discutido para o reator. Podemos representar a situação pela Figura 8, na qual o primeiro enrolamento está excitado como antes. Este primeiro enrolamento pode ser chamado enrolamento primário, porque recebe a corrente de excitação que produz o fluxo. O

enrolamento que se concatena com este fluxo é chamado enrolamento secundário. Entretanto, qual dos dois deva ser excitado é uma questão puramente de conveniência e qualquer dos dois pode ser primário ou secundário.

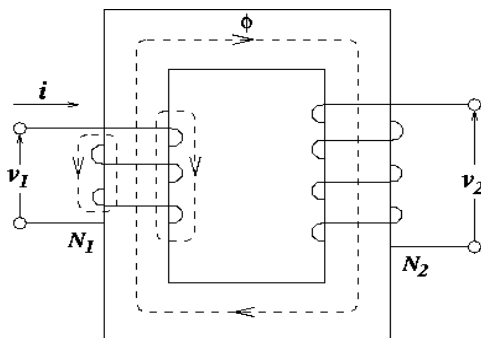


Figura 8- Transformador com enrolamento secundário aberto

Se ligarmos o enrolamento primário a uma fonte de tensão alternada o fluxo produzido no núcleo induzirá tensão tanto no enrolamento primário como no secundário. Considerando-se a resistência desprezível, como na análise do reator, a tensão induzida no enrolamento primário será igual, em cada instante, à tensão aplicada. A tensão induzida no enrolamento secundário será dada pela equação:

$$V_2 = 4,44 f N_2 \Phi_p \quad (6.16)$$

A diferença entre a tensão induzida no primário e no secundário deve-se ao diferente número de espiras. Se N_2 é maior que N_1 , o dispositivo é um transformador elevador, onde a tensão induzida no secundário é maior do que a do primário, na proporção do número de espiras. Dizendo isto, estamos supondo que a dispersão de fluxo no enrolamento primário é muito pequena comparada com o fluxo principal e isto é verdade para fmm muito baixa, presente nesta condição de circuito aberto. A proporcionalidade entre tensões e espiras pode ser escrita por:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (6.17)$$

onde a é chamado de relação de espiras ou relação de transformação.

Funcionamento com carga

Suponhamos que uma impedância Z_L seja ligada entre os terminais do enrolamento secundário, de modo que a tensão induzida v_2 imponha uma corrente de carga i_2 , que irá circular pelo enrolamento secundário de N_2 espiras. Esta configuração é mostrada na Figura 9.

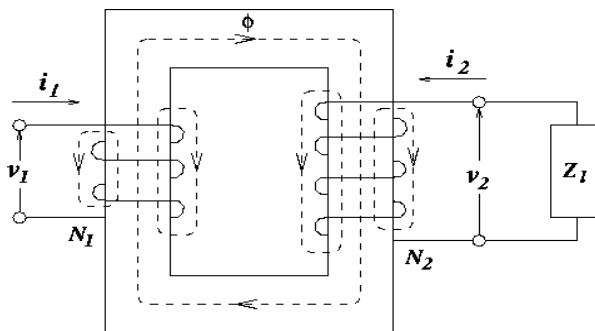


Figura 9 - Transformador com carga

Quando a corrente de carga circula no enrolamento secundário, a fmm que ela gera é cancelada por uma fmm igual e oposta no enrolamento primário, produzida por um aumento apropriado da corrente primária.

Assim, igualando as fmm devido às correntes de carga:

$$i_2 N_2 = i_1 N_1 \quad (6.18)$$

ou

$$I_2 N_2 = I_1 N_1 \quad (6.19)$$

finalmente,

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (6.20)$$

Das equações (6.17) e (6.20) temos:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = a \quad (6.21)$$

Pela equação (6.21) podemos concluir que a elevação da tensão é acompanhada pela diminuição da corrente e vice-versa. Assim, podemos obter a relação:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (6.22)$$

O significado da equação (6.22) é que a potência aparente fornecida ao primário é igual à potência aparente fornecida à carga (transformador ideal).

Modelo de circuito equivalente do transformador

No que diz respeito ao comportamento entre terminais, vimos que o enrolamento primário atuando isoladamente, pode ser representado pela Figura 7. Podemos identificar o fluxo produzido pelo indutor L_m com o fluxo principal, estabelecido no circuito magnético principal e concatenando-se com qualquer enrolamento que o envolva - por exemplo, com o enrolamento secundário da figura 8. Quando circula corrente no enrolamento secundário (imposta pela carga), a fmm atuará não somente no circuito magnético principal, mas também na região de dispersão,

originando fluxos de dispersão, com representados na Figura 9. A exemplo do que ocorre no enrolamento primário, o enrolamento secundário possui uma indutância de dispersão. Analogamente ao que foi feito para o enrolamento primário, é conveniente representá-la no modelo por uma indutância concentrada, junto à resistência secundária e fora do transformador. O fluxo principal concatenar-se-á agora com os dois enrolamentos do transformador.

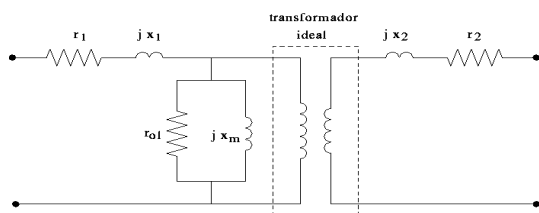


Figura 10 - Modelo de circuito equivalente do transformador

Podemos considerar as correntes magnetizante e de perdas no ferro do enrolamento primário separadas da corrente de carga. A corrente magnetizante é que produz o equilíbrio de fmm com o secundário. Neste modelo, é conveniente manter a reatância jx_m (devido a indutância $\mathcal{L}_m$) e o resistor r_{01} da Figura 7. Estes são previstos para absorver correntes iguais às de magnetização e de perdas no ferro. A Figura 10 é, portanto, um modelo apropriado para o transformador com carga. Todas as “imperfeições” foram removidas do transformador propriamente dito, restando um transformador ideal (mostrado dentro do retângulo tracejado), sem fluxo de dispersão e sem perdas, efetuando tão-somente transformações nos valores das tensões e correntes

Transformador ideal

A Terminologia Brasileira da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) define o transformador como: Um dispositivo que por meio da indução eletromagnética, transfere energia elétrica de um ou mais circuitos (primário) para outro ou outros circuitos (secundário), usando a mesma frequência, mas, geralmente, com tensões e intensidades de correntes diferentes.

Os transformadores são equipamentos eletromagnéticos que apresentam rendimento elevado, principalmente aqueles de grande porte utilizados em sistema de potência. Assim, para muitas análises podemos admiti-los como sendo ideais, o que implica em algumas simplificações no modelo, ou seja:

não há fluxo de dispersão: o fluxo está todo contido no núcleo e se concatena totalmente com as espiras do primário e do secundário;

as resistências ôhmicas dos enrolamentos não são consideradas;

as perdas no ferro (núcleo) são ignoradas;

a permeabilidade do núcleo é considerada elevada.

A Figura 11 mostra uma representação de um transformador ideal, que é mesmo mostrado no retângulo tracejado da Figura 10.

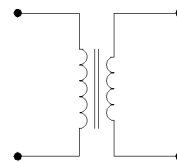


Figura 11 - Representação de um transformador ideal

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

O rádio e a televisão funcionam graças a ondas eletromagnéticas. Numa estação de rádio, ou televisão, existem os transmissores e uma antena. A antena é um condutor de corrente elétrica, cujos elétrons executam um movimento vibratório, com determinada frequência. Esse movimento é produzido pelos circuitos dos transmissores. O movimento vibratório dos elétrons cria as ondas eletromagnéticas características daquela estação e que se propagam em todas as direções do espaço.

No aparelho de rádio, ou televisão, também existem circuitos e uma antena. Na antena receptora os elétrons também têm movimento vibratório, de mesma frequência que os elétrons da antena transmissora. Esse movimento é produzido pelas ondas eletromagnéticas captadas pela antena.

Os elétrons da antena transmissora produzem a onda e esta faz os elétrons da antena receptora vibrarem com a mesma frequência.

As ondas eletromagnéticas são dois campos perpendiculares variáveis, um elétrico e outro magnético, que se propagam. Essa propagação pode ocorrer no vácuo e em determinados materiais.

Como exemplo de ondas eletromagnéticas, podemos citar as ondas de rádio, as ondas de televisão, as ondas luminosas, as micro-ondas, os raios X e outras. Essas denominações são dadas de acordo com a fonte geradora dessas ondas e, em geral, correspondem a diferentes faixas de frequências.

No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas propagam-se com a velocidade de 300.000 km/s.

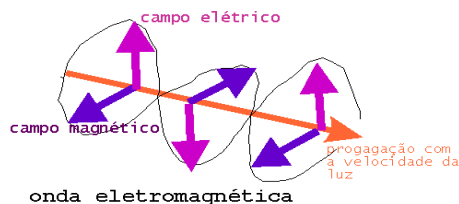
Geração de ondas eletromagnéticas

As ondas eletromagnéticas são geradas por cargas elétricas aceleradas. Cargas elétricas em repouso ou em movimento com velocidade constante não produzem ondas eletromagnéticas. Um estudo detalhado dos vários processos de geração de ondas eletromagnéticas está fora dos objetivos deste curso. Neste capítulo trataremos apenas dos aspectos fundamentais do campo eletromagnético produzido por uma carga acelerada e sua aplicação no estudo de uma antena transmissora de radiofrequência. Serão dadas também algumas noções sobre a chamada “radiação sincrotron”. Processos quânticos de emissão de radiação serão estudados na parte de Física Moderna do curso.

Ondas eletromagnéticas

A tecnologia moderna tem criado emissores de radiação que são usados em comunicações. São as antenas de rádio e TV. Para simplificar, elas podem ser imaginadas como uma barra metálica onde correntes elétricas circulam hora numa direção, hora em outra ao longo barra, equivalendo a uma corrente oscilante com frequência f . Ela cria um campo magnético também oscilante.

Energia eletromagnética se propaga a partir da antena, levando a informação dessas oscilações, as que são percebidas como uma onda eletromagnética. A cada oscilação completa com um período $T = 1 / f$, o fluxo de energia tem viajado uma distância $L = c.T$, denominado de comprimento de onda.



Esquema de onda eletromagnética: campos elétricos e magnéticos propagando-se com a velocidade da luz

A USINA ELÉTRICA/ APLICAÇÕES

HISTÓRIA;

A primeira usina elétrica brasileira foi instalada em 1883, na cidade de Campos (RJ). Era uma usina termoeletrica. A primeira usina hidrelétrica brasileira foi construída pouco depois no município de Diamantina (MG), aproveitando as águas do Ribeirão do Inferno, afluente do rio Jequitinhonha.

Mas a primeira hidrelétrica do Brasil para serviços de utilidade pública foi a do rio Paraibuna, produzia energia para a cidade de Juiz de Fora (MG). Era muito difícil naquela época construir uma usina elétrica. O Brasil não tinha nenhuma fábrica de máquinas térmicas, nem possuía grandes reservas exploradoras de carvão ou petróleo, que são os combustíveis dessas máquinas. O panorama só começou a mudar realmente a partir da 1.ª Guerra Mundial. Pois ficou muito difícil importar, e por isso, muitos bens passaram a ser feitos aqui. Isso fez com que numerosas indústrias viessem para o Brasil, principalmente para São Paulo, todas elas precisando consumir grandes quantidades de energia elétrica. O governo resolveu então dar incentivos para as empresas de energia elétrica que quisessem vir para o Brasil. A mais importante foi a *band and Share*, norte-americana que organiza dez empresas de energia elétrica, localizada em nove capitais brasileiras e na cidade de Pelotas (RS). Em 1930, o Brasil já possuía 891 usinas, sendo 541 hidrelétricas, 337 térmicas e 13 mistas. Com a 2.ª Guerra Mundial voltou o problema de importação e de racionamento de carvão e petróleo. A essa altura a usina elétrica já era utilizada para outras finalidades, além da indústria da iluminação pública e doméstica.

Uma delas era o transporte elétrico no Brasil. Por isso, eles ficaram conhecidos com o nome de “bondes”. Mas o crescimento da capacidade instalada continuava pequeno. Em 1940 tínhamos 1.243MW e, em 1945 havíamos aumentado para apenas 1.341MW. O governo decidiu intervir para aumentar a taxa de crescimento e disciplinar melhor a produção e distribuição de energia elétrica que até então estava nas mãos das empresas estrangeiras. Um dos primeiros passos foi a criação da Companhia Hidrelétrica de São Francisco (CHESF) que imediatamente começou a construir a usina de Paulo Afonso. Em

1952 foram organizadas as centrais de Minas Gerais (CEMIG) com cinco empresas regionais e suas subsidiárias. Em 1957, criou-se as centrais elétricas de Furnas, que comandou a construção das usinas de Porto Colômbia, Marimbondo, Estreito, Volta Grande e Água Vermelha. Em 1966, foram reunidas as centrais elétricas do Rio Pardo CHERP as usinas elétricas de Paranapanema (USEIPA) e as centrais elétricas de Urubupunbá (CELUSA), para formar as centrais elétricas de São Paulo (CESPE).

Já em 1954 o presidente Getúlio Vargas sentia necessidade de criar uma grande empresa estatal para planejar e coordenar a construção das usinas produtoras de energia e sistematizar sua distribuição.

No entanto sua ideia só vingou em 1963 no governo de Jânio Quadros. A partir daí, o panorama da energia elétrica brasileira mudou radicalmente. Enquanto entre 1940 e 1945 a capacidade instalada aumentara apenas 1,5%. Entre 1962 e 1976 ela triplicou passando de 5.729MW para 17.700MW. E de 1976 para 1985 esperava-se que novamente triplicasse. Para isso era necessário contar com a usina de Itaipú, a maior hidrelétrica do mundo com 14.000MW.

Paralelamente a esse aumento da capacidade instalada, a Eletrobrás estuda outras fontes de energia como a solar e a das marés, e formas de transportar grandes quantidades de energia a longas distâncias.

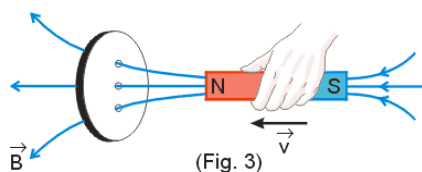
Quando os rios das regiões Sudeste, Sul e Nordeste estiverem totalmente aproveitados será possível transferir energia entre várias regiões por intermédio de um sistema elétrico integrado de âmbito nacional.

A LEI DE LENZ

Heinrich Lenz (1804 - 1865), nascido na Estônia, descobriu que:

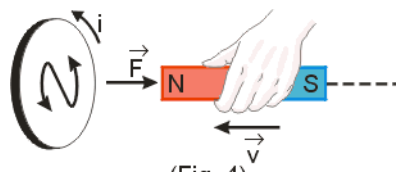
A corrente induzida tem um sentido tal que se opõe à variação de fluxo

EXEMPLO



(Fig. 3)
© 10Dermuto - Todos os direitos reservados.

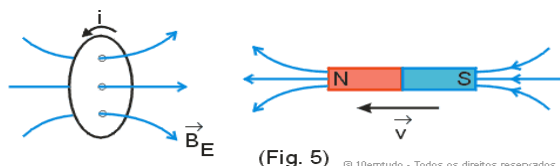
Na Fig. 3 representamos um ímã sendo aproximado de uma espira.



(Fig. 4)
© 10Dermuto - Todos os direitos reservados.

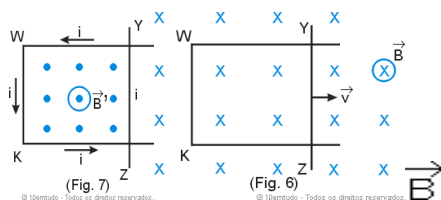
À medida que o ímã se aproxima, o campo magnético do ímã sobre a espira fica cada vez mais intenso e, portanto, o fluxo de aumenta. A variação do fluxo $\vec{B}$ ocasionará o aparecimento de uma corrente induzida na espira. De acordo com a lei de Lenz, essa corrente irá contrariar a aproximação do ímã. Isso significa que a face da espira que está voltada para o ímã deve ter a mesma polaridade do polo que está se aproximando, isto é, polo norte, para que isso aconteça, a corrente deve ter o sentido indicado na Fig. 4. O operador deverá aplicar uma força no ímã pois este estará sendo repellido pela espira.

Um outro modo de pensar é observar que o fluxo de $\vec{B}$ através da espira está aumentando. Assim, a espira tentará diminuir esse fluxo, produzindo um campo $\vec{B}'$ (Fig. 5) que tem sentido oposto ao campo do ímã. Para que isso aconteça a corrente induzida deve ter o sentido indicado na figura.



EXEMPLO

Na Fig. 6 temos um condutor dobrado em forma de U sobre o qual se apoia um condutor retilíneo YZ. O conjunto está em uma região em que há um campo magnético e o condutor YZ está sendo puxado para a direita.

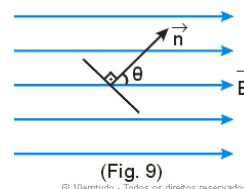
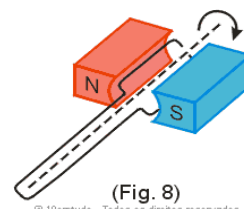


Desse modo a área do circuito W Y Z K está aumentando o que acarreta o aumento do fluxo de $\vec{B}$ através do circuito. Em consequência teremos uma corrente induzida no circuito que irá contrair o aumento de fluxo $\vec{B}'$.

Para que isso ocorra, a corrente deverá produzir um campo de $\vec{B}$ de sentido oposto ao de e, para isso, a corrente deverá ter sentido anti-horário (Fig. 7).

EXEMPLO

Na Fig. 8 representamos uma espira entre os polos de um ímã. Se girarmos a espira, iremos provocar a variação do ângulo θ (Fig. 9) entre o campo $\vec{B}$ e o vetor $\vec{n}$ perpendicular ao plano da espira.



A variação de θ irá ocasionar a variação do fluxo de assim, teremos uma corrente induzida na espira. Esse é o princípio de funcionamento dos geradores elétricos usados nas grandes usinas produtoras de energia elétrica e, também nos geradores usados em automóveis (dínamos ou alternadores).

OSCILAÇÕES, ONDAS, ÓPTICA: PULSOS E ONDAS PERÍODO, FREQUÊNCIA E CICLO ONDAS PERIÓDICAS: CONCEITO, NATUREZA E TIPOS PROPAGAÇÃO: RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE, FREQUÊNCIA E COMPRIMENTO DE ONDA ONDAS EM DIFERENTES MEIOS DE PROPAGAÇÃO FEIXES E FRENTE DE ONDAS FENÔMENOS ONDULATÓRIOS; REFLEXÃO, REFRAÇÃO, DIFRAÇÃO, POLARIZAÇÃO E INTERFERÊNCIA, PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO, PRINCÍPIO DE HUYGENS MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES (M.H.S.) ONDAS SONORAS, PROPRIEDADES, PROPAGAÇÃO E QUALIDADES DO SOM, TUBOS SONOROS, EFEITO DOPPLER

ONDAS SONORAS, NATUREZA DO SOM, PROPAGAÇÃO, VELOCIDADE, ALTURA, INTENSIDADE, TIMBRE

Ondas Sonoras

Som é uma onda que se propaga em meio material, água, ar, etc. O som não se propaga no vácuo, não se percebe o som sem um meio material.

A intensidade do som é tanto quanto maior que a amplitude da onda sonora.

* Velocidade de propagação das ondas:

a) Quanto mais tracionado o material, mais rápido o pulso se propagará.

b) O pulso se propaga mais rápido em um meio de menor massa.

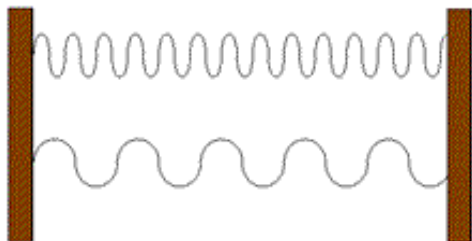
c) O pulso se propaga mais rápido quando o comprimento é grande.

d) Equação da velocidade:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{L}}}$$

ou ainda pode ser $v = \lambda \cdot f$

* A equação acima nos mostra que quanto mais rápida for a onda maior será a frequência e mais energia ela tem. Porém, a frequência é o inverso do comprimento de onda (λ), isto quer dizer que ondas com alta frequência têm λ pequenos. Ondas de baixa frequência têm λ grandes



* Ondas Unidimensionais: São aquelas que se propagam em um plano apenas. Em uma única linha de propagação.

* Ondas Bidimensionais: São aquelas que se propagam em duas dimensões. Em uma superfície, geralmente. Movimentam-se apenas em superfícies planas.

* Ondas Tridimensionais: São aquelas que se propagam em todas as direções possíveis.

Som

O som é uma onda (perturbação) longitudinal e tridimensional, produzida por um corpo vibrante sendo de cunho mecânico.

* Fonte sonora: qualquer corpo capaz de produzir vibrações. Estas vibrações são transmitidas às moléculas do meio, que por sua vez, transmitem a outras e a outras, e assim por diante. Uma molécula pressiona a outra passando energia sonora.

* Não causa aquecimento: As ondas sonoras se propagam em expansões e contrações adiabáticas. Ou seja, cada expansão e cada contração, não retira nem cede calor ao meio.

* Velocidade do som no ar: 337m/s

* Nível sonoro: o mínimo que o ouvido de um ser humano normal consegue captar é de 20Hz, ou seja, qualquer corpo que vibre em 20 ciclos por segundo. O máximo da sensação auditiva, para o ser humano é de 20.000Hz (20.000 ciclos por segundo). Este mínimo é acompanhado de muita dor, por isso também é conhecido como o limiar da dor.

Há uma outra medida de intensidade de som, que chamada de Bell. Inicialmente os valores eram medidos em Béis, mas tornaram-se muito grandes numericamente. Então, introduziram o valor dez vezes menor, o deciBell, dB. Esta medida foi uma homenagem a Alexander Graham Bell. Eis a medida de alguns sons familiares:

Fonte sonora ou dB Intensidade descrição de ruído em W.m⁻²

2

Limiar da dor	120	1
Rebitamento	95	$3,2 \cdot 10^{-3}$
Trem elevado	90	10^{-3}
Tráfego urbano		
pesado	70	10^{-5}
Conversação	65	$3,2 \cdot 10^{-6}$
Automóvel silencioso	50	10^{-7}
Rádio moderado	40	10^{-8}
Sussurro médio	20	10^{-10}
Roçar de folhas	10	10^{-11}
Limite de audição	0	10^{-12}

* Refração: mudanças na direção e na velocidade.

Refrata quando muda de meio.

Refrata quando há mudanças na temperatura

* Difração: Capacidade de contornar obstáculos. O som tem grande poder de difração, porque as ondas têm um λ relativamente grande.

* Interferência: na superposição de ondas pode haver aumento de intensidade sonora ou a sua diminuição.

Destrutiva - Crista + Vale - som diminui ou para.

Construtiva - Crista + Crista ou Vale + Vale - som aumenta de intensidade.

Difração:

Ocorre quando uma onda encontra obstáculos à sua propagação e seus raios sofrem encurvamento.

Timbre

O Timbre é a "cor" do som. Aquilo que distingue a qualidade do tom ou voz de um instrumento ou cantor, por exemplo a flauta do clarinete, o soprano do tenor.

Cada objeto ou material possui um timbre que é único, assim como cada pessoa possui um timbre próprio de voz.

Fenômenos Ondulatórios, Reflexão, Eco, Reverberação, Refração, Difração e Interferência

Já que sabemos o que é o som, nada mais justo do que entender como o som se comporta. Vamos então explorar um pouco os fenômenos sonoros.

Na propagação do som observam-se os fenômenos gerais da propagação ondulatória. Devido à sua natureza longitudinal, o som não pode ser polarizado; sofre, entretanto, os demais fenômenos, a saber: difração, reflexão, refração, interferência e efeito Doppler.

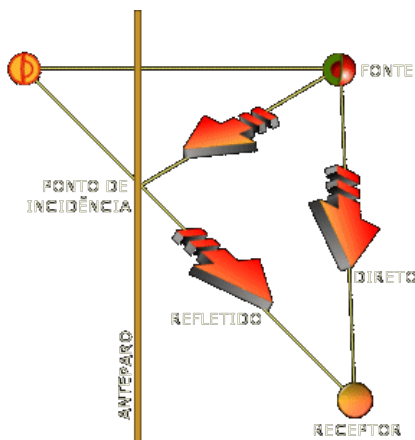
Se você achar esta matéria cansativa, não se preocupe. Estaremos voltando a estes tópicos toda vez que precisarmos deles como suporte. Você vai cansar de vê-los aplicados na prática... e acaba aprendendo ;-)

A difração é a propriedade de contornar obstáculos. Ao encontrar obstáculos à sua frente, a onda sonora continua a provocar compressões e rarefações no meio em que está se propagando e ao redor de obstáculos envolvidos pelo mesmo meio (uma pedra envolta por ar, por exemplo). Desta forma, consegue contorná-los. A difração depende do comprimento de onda. Como o comprimento de onda (?) das ondas sonoras é muito grande - enorme quando comparado com o comprimento de onda da luz - a difração sonora é intensa.

A reflexão do som obedece às leis da reflexão ondulatória nos meios materiais elásticos. Simplificando, quando uma onda sonora encontra um obstáculo que não possa ser contornado, ela “bate e volta”. É importante notar que a reflexão do som ocorre bem em superfícies cuja extensão seja grande em comparação com seu comprimento de onda.

A reflexão, por sua vez, determina novos fenômenos conhecidos como reforço, reverberação e eco. Esses fenômenos se devem ao fato de que o ouvido humano só é capaz de discernir duas excitações breves e sucessivas se o intervalo de tempo que as separa for maior ou igual a 1/10 do segundo. Este décimo de segundo é a chamada persistência auditiva.

Reflexão do som



Suponhamos que uma fonte emita um som breve que siga dois raios sonoros. Um dos raios vai diretamente ao receptor (o ouvido, por exemplo) e outro, que incide num anteparo, reflete-se e dirige-se para ao mesmo receptor. Dependendo do intervalo de tempo (Δt) com que esses sons breves (Direto e Refletido) atingem o ouvido, podemos ter uma das três sensações distintas já citadas: reforço, reverberação e eco.

Quando o som breve direto atinge o tímpano dos nossos ouvidos, ele o excita. A excitação completa ocorre em 0,1 segundo. Se o som refletido chegar ao tímpano antes do décimo de segundo, o som refletido reforça a excitação do tímpano e reforça a ação do som direto. É o fenômeno do reforço.

Na reverberação, o som breve refletido chega ao ouvido antes que o tímpano, já excitado pelo som direto, tenha tempo de se recuperar da excitação (fase de persistência auditiva). Desta forma, começa a ser excitado novamente, combinando duas excitações diferentes. Isso ocorre quando o intervalo de tempo entre o ramo

direto e o ramo refletido é maior ou igual a zero, porém menor que 0,1 segundo. O resultado é uma ‘confusão’ auditiva, o que prejudica o discernimento tanto do som direto quanto do refletido. É a chamada continuidade sonora e o que ocorre em auditórios acusticamente mal planejados.

No eco, o som breve refletido chega ao tímpano após este ter sido excitado pelo som direto e ter-se recuperado dessa excitação. Depois de ter voltado completamente ao seu estado natural (completou a fase de persistência auditiva), começa a ser excitado novamente pelo som breve refletido. Isto permite discernir perfeitamente as duas excitações.

Ainda derivado do fenômeno da reflexão do som, é preciso considerar a formação de ondas estacionárias nos campos ondulatórios limitados, como é o caso de colunas gasosas aprisionadas em tubos. O tubo de Kundt, abaixo ilustrado, permite visualizar através de montículos de pó de cortiça a localização de nós (regiões isentas de vibração e de som) no sistema de ondas estacionárias que se estabelece como resultado da superposição da onda sonora direta e da onda sonora refletida.

Ondas Estacionárias

A distância (d) entre dois nós consecutivos é de meio comprimento de onda ($d = \lambda / 2$). Sendo a velocidade da onda no gás $V_{\text{gás}} = \lambda \cdot f$ tem-se $V_{\text{gás}} = 2 \cdot f \cdot d$, o que resulta num processo que permite calcular a velocidade de propagação do som em um qualquer gás! A frequência f é fornecida pelo oscilador de áudio-frequência que alimenta o auto-falante.

A refração do som obedece às leis da refração ondulatória. Este fenômeno caracteriza o desvio sofrido pela frente da onda quando ela passa de um meio para outro, cuja elasticidade (ou compressibilidade, para as ondas longitudinais) seja diferente. Um exemplo seria a onda sonora passar do ar para a água.

Quando uma onda sonora sofre refração, ocorre uma mudança no seu comprimento de onda e na sua velocidade de propagação. Sua frequência, que depende apenas da fonte emissora, se mantém inalterada.

Como já vimos, o som é uma onda mecânica e transporta apenas energia mecânica. Para se deslocar no ar, a onda sonora precisa ter energia suficiente para fazer vibrar as partículas do ar. Para se deslocar na água, precisa de energia suficiente para fazer vibrar as partículas da água. Todo meio material elástico oferece uma certa “resistência” à transmissão de ondas sonoras: é a chamada impedância. A impedância acústica de um sistema vibratório ou meio de propagação, é a oposição que este oferece à passagem da onda sonora, em função de sua frequência e velocidade.

A impedância acústica (Z) é composta por duas grandezas: a resistência e a reactância. As vibrações produzidas por uma onda sonora não continuam indefinidamente pois são amortecidas pela resistência que o meio material lhes oferece. Essa resistência acústica (R) é função da densidade do meio e, conseqüentemente, da velocidade de propagação do som neste meio. A resistência é a parte da impedância que não depende da frequência. É medida em ohms acústicos. A reactância acústica (X) é a parte da impedância que está relacionada com a frequência do movimento resultante

(onda sonora que se propaga). É proveniente do efeito produzido pela massa e elasticidade do meio material sobre o movimento ondulatório.

Se existe a impedância, uma oposição à onda sonora, podemos também falar em admitância, uma facilitação à passagem da onda sonora. A admitância acústica (Y) é a recíproca da impedância e define a facilitação que o meio elástico oferece ao movimento vibratório. Quanto maior for a impedância, menor será a admitância e vice-versa. É medida em mho acústico (contrário de ohm acústico).

A impedância também pode ser expressa em unidades rayls (homenagem a Rayleigh). A impedância característica do ar é de 420 rayles, o que significa que há necessidade de uma pressão de 420 N/m² para se obter o deslocamento de 1 metro, em cada segundo, nas partículas do meio.

Para o som, o ar é mais refringente que a água pois a impedância do ar é maior. Tanto é verdade que a onda sonora se desloca com maior velocidade na água do que no ar porque encontra uma resistência menor.

Quando uma onda sonora passa do ar para a água, ela tende a se horizontalizar, ou seja, se afasta da normal, a linha marcada em verde (fig.6). O ângulo de incidência em relação à água é importante porque, se não for suficiente, a onda sonora não consegue “entrar” na água e acaba sendo refletida.

Refração da água para o ar

A refração, portanto, muda a direção da onda sonora (mas não muda o seu sentido). A refração pode ocorrer num mesmo meio, por exemplo, no ar. Camadas de ar de temperaturas diferentes possuem impedâncias diferentes e o som sofre refrações a cada camada que encontra.

Da água para o ar, o som se aproxima da normal. O som passa da água para o ar, qualquer que seja o ângulo de incidência.

Dada a grande importância da impedância, tratada aqui apenas para explicar o fenômeno da refração, ela possui um módulo próprio. É um assunto relevante na geração e na transmissão de sons.

Interferência

A interferência é a consequência da superposição de ondas sonoras. Quando duas fontes sonoras produzem, ao mesmo tempo e num mesmo ponto, ondas concordantes, seus efeitos se somam; mas se essas ondas estão em discordância, isto é, se a primeira produz uma compressão num ponto em que a segunda produz uma rarefação, seus efeitos se neutralizam e a combinação desses dois sons provoca o silêncio.

Trombone de Quincke

O trombone de Quincke é um dispositivo que permite constatar o fenômeno da interferência sonora além de permitir a determinação do comprimento de onda. O processo consiste em encaminhar um som simples produzido por uma dada fonte (diapasão, por exemplo) por duas vias diferentes (denominados ‘caminhos de marcha’) e depois reuni-los novamente em um receptor analisador (que pode ser o próprio ouvido).

Observando a fig.9 percebe-se que o som emitido pela fonte percorre dois caminhos: o da esquerda (amarelo), mais longo, e o da direita (laranja), mais curto. As ondas entram no interior do

trombone formando ondas estacionárias dentro do tubo. Como o meio no tubo é um só e as ondas sonoras são provenientes de uma mesma fonte, é óbvio que as que percorrem o caminho mais curto cheguem primeiro ao receptor. Depois de um determinado período de tempo, chegam as ondas do caminho mais longo e se misturam às do caminho mais curto: é a interferência. De acordo com as fases em que se encontram as ondas do caminho mais longo e as ondas do caminho mais curto, o efeito pode ser totalmente diverso.

Se as ondas amarelas chegarem em concordância de fase com as ondas laranja, ocorre uma interferência construtiva e, o que se ouve, é um aumento na intensidade do som.

Se as ondas amarelas chegarem em oposição de fase com as ondas laranja, ocorre uma interferência destrutiva, o que determina o anulamento ou extinção delas. O resultado é o silêncio.

Dois sons de alturas iguais, ou seja, de frequências iguais, se reforçam ou se extinguem permanentemente conforme se superponham em concordância ou em oposição de fase.

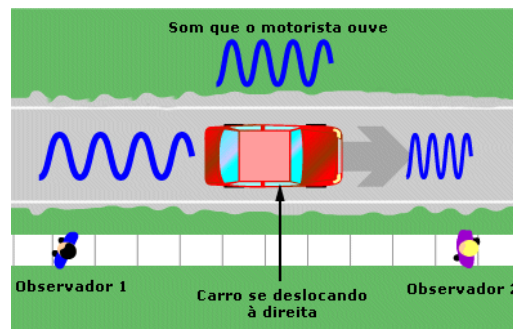
Batimento

Se suas frequências não forem rigorosamente iguais, ora eles se superpõem em concordância de fase, ora em oposição de fase, ocorrendo isso a intervalos de tempo iguais, isto é, periodicamente se reforçam e se extinguem. É o fenômeno de batimento e o intervalo de tempo é denominado período do batimento.

Distingue-se um som forte de um som fraco pela intensidade. Distingue-se um som agudo de um som grave pela altura. Distingue-se o som de um violino do som de uma flauta pelo timbre.

Efeito Doppler

O Efeito Doppler é consequência do movimento relativo entre o observador e a fonte sonora, o que determina uma modificação aparente na altura do som recebido pelo observador.



O efeito doppler ocorre quando um som é gerado ou refletido por um objeto em movimento. Um efeito doppler ao extremo causa o chamado estrondo sônico. Se tiver curiosidade, leia mais sobre o assunto em “A Barreira Sônica”. A seguir, veja um exemplo para explicar o efeito doppler.

Imagine-se parado numa calçada. Em sua direção vem um automóvel tocando a buzina, a uma velocidade de 60 km/h. Você vai ouvir a buzina tocando uma “nota” enquanto o carro se aproxima porém, quando ele passar por você, o som da buzina

repentinamente desce para uma “nota” mais baixa - o som passa de mais agudo para mais grave. Esta mudança na percepção do som se deve ao efeito doppler.

A velocidade do som através do ar é fixa. Para simplificar, digamos que seja de 300 m/s. Se o carro estiver parado a uma distância de 1.500 metros e tocar a buzina durante 1 minuto, você ouvirá o som da buzina após 5 segundos pelo tempo de 1 minuto.

Porém, se o carro estiver em movimento, vindo em sua direção a 90 km/h, o som ainda será ouvido com um atraso de 5 segundos, mas você só ouvirá o som por 55 segundos (ao invés de 1 minuto). O que ocorre é que, após 1 minuto o carro estará ao seu lado (90 km/h = 1.500 m/min) e o som, ao fim de 1 minuto, chega até você instantaneamente. Da sua perspectiva, a buzina de 1 minuto foi “empacotada” em 55 segundos, ou seja, o mesmo número de ondas sonoras foi comprimida num menor espaço de tempo. Isto significa que a frequência foi aumentada e você percebe o som da buzina como mais agudo.

Quando o automóvel passa por você e se distancia, ocorre o processo inverso - o som é expandido para preencher um tempo maior. Mesmo número de ondas num espaço de tempo maior significa uma frequência menor e um som mais grave.

Reflexão do Som

Se você joga uma bola de borracha perpendicularmente contra uma parede, ela bate na parede e volta na mesma direção. Se a bola é jogada obliquamente contra a parede, depois de bater ela se desvia para outra direção. Nos dois casos a bola foi refletida pela parede. O mesmo acontece com as ondas sonoras.

Timbre: o “documento de identidade” dos instrumentos.

Todo instrumento musical tem o seu timbre, isto é, seu som característico. Assim, o acordeão e o violão podem emitir uma mesma nota musical, de mesma frequência e intensidade, mas será fácil distinguir o som de um e do outro.

Na música, o importante não é a frequência do som emitido pelos diversos instrumentos, mas sim a relação entre as diversas frequências de cada um. Os, por exemplo, um dó e um mi são tocados ao mesmo tempo, o som que ouvimos é agradável e nos dá uma sensação de música acabada. Mas, se forem tocadas simultaneamente o fá e o sí, ou sí e o ré, os sons resultantes serão desagradáveis, dando a sensação de que falta alguma coisa para completá-las. Isso acontece porque, no primeiro caso, as relações entre frequências são compostas de números pequenos, enquanto no segundo, esses números são relativamente grandes.

Com o progresso da eletrônica, novos instrumentos foram produzidos, como a guitarra elétrica, o órgão eletrônico etc., que nos proporcionam novos timbres.

O órgão eletrônico chega mesmo a emitir os sons dos outros instrumentos. Ele pode ter, inclusive, acompanhamento de bateria, violoncelo, contrabaixo e outros, constituindo-se numa autentica orquestra eletrônica, regida por um maestro: executante da música.

Características das Ondas

As ondas do mar são semelhantes às que se formam numa corda: apresentam pontos mais elevados – chamados cristas ou montes – e pontos mais baixos – chamados vales ou depressões.

As ondas são caracterizadas pelos seguintes elementos:

Amplitude – que vai do eixo médio da onda até o ponto mais alto de uma crista ou até o ponto mais baixo de um vale.

Comprimento da onda – distâncias entre duas cristas sucessivas ou entre dois vales sucessivos.

Frequência – números de ondas formadas em 1s; a frequência é medida em hertz: 1 Hz equivale a uma onda por segundo;

Período – tempo gasto para formar uma onda. O período é o inverso da frequência.

Tipos de onda

Ondas como as do mar ou as que se formam quando movimentamos uma corda vibram nas direções vertical, mas se propagam na direção horizontal. Nessas ondas, chamadas ondas transversais, a direção de vibração é perpendicular à direção de propagação.

Existem ondas que vibram na mesma direção em que se propagam: são as ondas longitudinais. Pegue uma mola e fixe uma de suas extremidades no teto. Pela outra extremidade, mantenha a mola esticada e puxe levemente uma das espirais para baixo. Em seguida, solte a mola. Você verá que esta perturbação se propaga até o teto produzindo na mola zonas de compressão e distensão.

Estudo do som

Encoste a mão na frente de seu pescoço e emita um som qualquer. Você vai sentir a garganta vibrar enquanto dura o som de sua voz. O som produzido resulta de um movimento vibratório das cordas vocais, que provoca uma perturbação no ar a sua volta, cujo efeito é capaz de impressionar o ouvido.

Quando uma lâmina de aço vibra, ela também provoca uma perturbação no ar em sua volta. Propagando-se pelo ar, essa perturbação produz regiões de compressão e distensão. Como nosso aparelho auditivo é sensível e essa vibração do ar, podemos percebê-las sob a forma de som.

Além das cordas vocais e lâminas de aço, existem inúmeros outros corpos capazes de emitir som. Corpos com essa capacidade são denominados fontes sonoras. Como exemplo, podemos citar os diapasones, os sinos, as membranas, as palhetas e os tubos.

Frequência do som audível

O ouvido humano só é capaz de perceber sons de frequências compreendidas entre 16Hz e 20.000Hz, aproximadamente. Os infra-sons, cuja frequência é inferior a 16Hz, e os ultra-sons, cuja frequência é superior a 20.000Hz, não são captados por nosso ouvido, mas são percebidos por alguns animais, como os cães, que ouvem sons de 25.000Hz, e os morcegos, que chegam a ouvir sons de até 50.000Hz.

Propagação do som

O som exige um meio material para propagar-se. Esse meio pode ser sólido, líquido ou gasoso.

O som não se propaga no vácuo, o q poder ser comprovado pela seguinte experiência: colocando um despertador dentro de uma campânula onde o ar é rarefeito, isto é, onde se fez “vácuo”, o som da campainha praticamente deixa de ser ouvido.

Velocidade do som

A propagação do som não é instantânea. Podemos verificar esse fato durante as tempestades: o trovão chega aos nossos ouvidos segundos depois do relâmpago, embora ambos os fenômenos (relâmpago e trovão) se formem ao mesmo tempo. (A propagação da luz, neste caso o relâmpago, também não é instantânea, embora sua velocidade seja superior à do som.)

Assim, o som leva algum tempo para percorrer determinada distância. E a velocidade de sua propagação depende do meio em que ele se propaga e da temperatura em que esse meio se encontra.

No ar, a temperatura de 15°C a velocidade do som é de cerca de 340m/s. Essa velocidade varia em 55cm/s para cada grau de temperatura acima de zero. A 20°C, a velocidade do som é 342m/s, a 0°C, é de 331m/s.

Na água a 20°C, a velocidade do som é de aproximadamente 1130m/s. Nos sólidos, a velocidade depende da natureza das substâncias.

Qualidades fisiológicas do som

A todo instante distinguimos os mais diferentes sons. Essa diferenças que nossos ouvidos percebem se devem às qualidades fisiológicas do som: altura, intensidade e timbre.

Altura

Mesmo sem conhecer música, é fácil distinguir o som agudo (ou fino) de um violino do som grave (ou grosso) de um violoncelo. Essa qualidade que permite distinguir um som grave de um som agudo se chama altura.

Assim, costuma-se dizer qu o som do violino é alto e o do violoncelo é baixo. A altura de um som depende da frequência, isto é, do número de vibrações por segundo. Quanto maior a frequência mais agudo é o som e vice versa. Por sua vez, a frequência depende do comprimento do corpo que vibra e de sua elasticidade; Quanto maior a atração é mais curta for uma corda de violão, por exemplo, mais agudo vai será o som por ela emitido.

Você pode constatar também a diferença de frequências usando um pente que tenha dentes finos e grossos. Passando os dentes do pente na bosta de um cartão você ouvirá dois tipos de som emitidos pelo cartão: o som agudo, produzido pelos dentes finos (maior frequência), e o som grave, produzido pelos dentes mais grossos (menor frequência).

Intensidade é a qualidade que permite distinguir um som forte de um som fraco. Ele depende da amplitude de vibração: quanto maior a amplitude mais forte é o som e vice versa.

Na prática não se usa unidades de intensidade sonora, mas de nível de intensidade sonora, uma grandeza relacionada à intensidade sonora e à forma como o nosso ouvido reage a essa intensidade. Essas unidades são o bel e o seu submúltiplo o decibel (dB), que vale 1 décimo do bel. O ouvido humano é capaz

de suportar sons de até 120dB, como é o da buzina estridente de um carro. O ruído produzido por um motor de avião a jato a poucos metros do observador produz um som de cerca de 140dB, capaz de causar estímulos dolorosos ao ouvido humano. A agitação das grandes cidades provocam a chamada poluição sonora composta dos mais variados ruídos: motores e buzinas de automóveis, martelos de ar comprimido, rádios, televisores e etc. Já foi comprovado que uma exposição prolongada a níveis maiores que 80dB pode causar dano permanente ao ouvido. A intensidade diminui à medida que o som se propaga ou seja, quanto mais distante da fonte, menos intenso é o som.

Timbre – imagine a seguinte situação: um ouvinte que não entende de música está numa sala, ao lado da qual existe outra sala onde se encontram um piano e um violino. Se uma pessoa tocar a nota dó no piano e ao mesmo tempo outra pessoa tocar a nota dó no violino, ambas com a mesma força os dois sons terão a mesma altura (frequência) e a mesma intensidade. Mesmo sem ver os instrumentos, o ouvinte da outra sala saberá distinguir facilmente um som de outro, porque cada instrumento tem seu som caracterizado, ou seja, seu timbre.

Podemos afirmar, portanto, que timbre é a qualidade que nos permite perceber a diferença entre dois sons de mesma altura e intensidade produzidos por fontes sonoras diferentes.

INFRA-SOM E ULTRASSOM.

Infrassons são ondas sonoras extremamente graves, com frequências abaixo dos 20 Hz, portanto abaixo da faixa audível do ouvido humano que é de 20 Hz a 20.000 Hz.

Ondas infrassônicas podem se propagar por longas distâncias, pois são menos sujeitas às perturbações ou interferências que as de frequências mais altas.

Infrassons podem ser produzidos pelo vento e por alguns tipos de terremotos. Os elefantes são capazes de emitir infrassons que podem ser detectados a uma distância de 2 km.

É comprovado que os tigres têm a mais forte capacidade de identificar infrassons. Seu rugido emite ondas infrassônicas tão poderosas que são capazes de paralisar suas presas e até pessoas. Há mais de 50 anos é estudada uma forma de usar o infrassom em armas de guerra, já que sua potência pode destruir construções e até mesmo estourar órgãos humanos.

Ultrassom é um som a uma frequência superior àquela que o ouvido do ser humano pode perceber, aproximadamente 20.000 Hz.

Alguns animais, como o cão, golfinho e o morcego, têm um limite de percepção sonora superior ao do ouvido humano e podem, assim, ouvir ultrassons. Existem “apitos” especiais nestas frequências que servem a estes princípios.

Um som é caracterizado por vibrações (variação de pressão) no ar. O ser humano normal médio consegue distinguir, ou ouvir, sons na faixa de frequência que se estende de 20Hz a 20.000Hz aproximadamente. Acima deste intervalo, os sinais são conhecidos como ultrassons e abaixo dele, infrassons.

O emissor de som, em aparelhos de som, é o alto-falante. Um cone de papelão movido por uma bobina imersa em um campo magnético, produzido por um ímã permanente. Este cone pode “vibrar” a frequências de áudio e com isto impulsionar o ar promovendo ondas de pressão que ao atingirem o ouvido humano, são interpretados como sons audíveis. Porém, à

medida que a frequência das vibrações aumenta, a amplitude das vibrações vai se reduzindo. Para gerar sons de alta-frequência e ultrassons geralmente são utilizados cerâmicas ou cristais piezoelétricos, os quais produzem oscilações mecânicas em resposta a impulsos elétricos.

A óptica é um ramo da Física que estuda a luz ou, mais amplamente, a radiação eletromagnética, visível ou não. A óptica explica os fenômenos de reflexão, refração e difração, a interação entre a luz e o meio, entre outras coisas. Geralmente, a disciplina estuda fenômenos envolvendo a luz visível, infravermelha, e ultravioleta; entretanto, uma vez que a luz é uma onda eletromagnética, fenômenos análogos acontecem com os raios X, microondas, ondas de rádio, e outras formas de radiação eletromagnética. A óptica, nesse caso, pode se enquadrar como uma subdisciplina do eletromagnetismo. Alguns fenômenos ópticos dependem da natureza da luz e, nesse caso, a óptica se relaciona com a mecânica quântica.

Segundo o modelo para a luz utilizada, distingue-se entre os seguintes ramos, por ordem crescente de precisão (cada ramo utiliza um modelo simplificado do empregado pela seguinte):

- Óptica geométrica: Trata a luz como um conjunto de raios que cumprem o princípio de Fermat. Utiliza-se no estudo da transmissão da luz por meios homogêneos (lentes, espelhos), a reflexão e a refração.
- Óptica ondulatória: Considera a luz como uma onda plana, tendo em conta sua frequência e comprimento de onda. Utiliza-se para o estudo da difração e interferência.
- Óptica eletromagnética: Considera a luz como uma onda eletromagnética, explicando assim a reflexão e transmissão, e os fenômenos de polarização e anisotrópicos.
- Óptica quântica ou óptica física: Estudo quântico da interação entre as ondas eletromagnéticas e a matéria, no que a dualidade onda-corpusculo joga um papel crucial.

PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA, TIPOS DE FONTES E MEIOS DE PROPAGAÇÃO SOMBRA E PENUMBRA REFLEXÃO: CONCEITO, LEIS E ESPELHOS PLANOS E ESFÉRICOS REFRAÇÃO: CONCEITO, LEIS, LÂMINAS, PRISMAS E LENTES FORMAÇÃO DE IMAGENS INSTRUMENTOS ÓPTICOS SIMPLES OLHO HUMANO (PRINCIPAIS DEFEITOS DA VISÃO)

Óptica é o ramo da física que estuda os fenômenos relacionados à luz. Devido ao fato do sentido da visão ser o que mais contribui para a aquisição do conhecimento, a óptica é uma ciência bastante antiga, surgindo a partir do momento em que as pessoas começaram a fazer questionamentos sobre o funcionamento da visão e sua relação com os fenômenos ópticos.

Os princípios fundamentais da óptica são:

- 1º - Princípio da Propagação Retilínea: a luz sempre se propaga em linha reta;
- 2º - Princípio da Independência de raios de luz: os raios de luz são independentes, podendo até mesmo se cruzarem, não ocasionando nenhuma mudança em relação à direção dos mesmos;

3º - Princípio da Reversibilidade da Luz: a luz é reversível. Por exemplo, se vemos alguém através de um espelho, certamente essa pessoa também nos verá. Assim, os raios de luz sempre são capazes de fazer o caminho na direção inversa.

A luz pode ser propagada em três diferentes tipos de meios.

Os meios transparentes permitem a passagem ordenada dos raios de luz, dando a possibilidade de ver os corpos com nitidez. Exemplos: vidro polido, ar atmosférico, etc.

Nos meios translúcidos a luz também se propaga, porém de maneira desordenada, fazendo com que os corpos sejam vistos sem nitidez. Exemplos: vidro fosco, plásticos, etc.

Os meios opacos são aqueles que impedem completamente a passagem de luz, não permitindo a visão de corpos através dos mesmos. Exemplos: portas de madeira, paredes de cimento, pessoas, etc.

Quando os raios de luz incidem em uma superfície, eles podem ser refletidos regular ou difusamente, refratados ou absorvidos pelo meio em que incidem.

A reflexão regular ocorre quando um raio de luz incide sobre uma superfície e é refletido de forma cilíndrica, diferentemente da reflexão difusa, onde os feixes de luz são refletidos em todas as direções.

A refração da luz ocorre quando os feixes de luz mudam de velocidade e de direção quando passam de um meio para outro. A absorção é o fenômeno onde as superfícies absorvem parte ou toda a quantidade de luz que é incidida.

FUNDAMENTOS

Luz - Comportamento e princípios

A luz, ou luz visível como é fisicamente caracterizada, é uma forma de energia radiante. É o agente físico que, atuando nos órgãos visuais, produz a sensação da visão.

Para saber mais...

Energia radiante é aquela que se propaga na forma de ondas eletromagnéticas, dentre as quais se pode destacar as ondas de rádio, TV, micro-ondas, raios X, raios gama, radar, raios infravermelho, radiação ultravioleta e luz visível.

Uma das características das ondas eletromagnéticas é a sua velocidade de propagação, que no vácuo tem o valor de aproximadamente 300 mil quilômetros por segundo, ou seja:

$$c \approx 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Podendo ter este valor reduzido em meios diferentes do vácuo, sendo a menor velocidade até hoje medida para tais ondas quando atravessam um composto chamado condensado de Bose-Einstein, comprovada em uma experiência recente.

A luz que percebemos tem como característica sua frequência que vai da faixa de $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (vermelho) até $8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (violeta). Esta faixa é a de maior emissão do Sol, por

isso os órgãos visuais de todos os seres vivos estão adaptados a ela, e não podem ver além desta, como por exemplo, a radiação ultravioleta e infravermelha.

Divisões da Óptica

Óptica Física: estuda os fenômenos ópticos que exigem uma teoria sobre a natureza das ondas eletromagnéticas.

Óptica Geométrica: estuda os fenômenos ópticos em que apresentam interesse as trajetórias seguidas pela luz. Fundamenta-se na noção de raio de luz e nas leis que regulamentam seu comportamento. O estudo em nível de Ensino Médio restringe-se apenas a esta parte da óptica.

Conceitos básicos

Raios de luz

São a representação geométrica da trajetória da luz, indicando sua direção e o sentido da sua propagação. Por exemplo, em uma fonte puntiforme são emitidos infinitos raios de luz, embora apenas alguns deles cheguem a um observador.

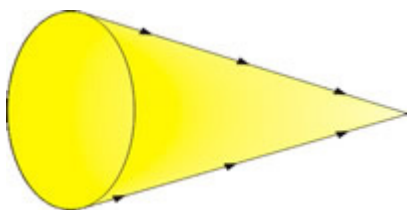
Representa-se um raio de luz por um segmento de reta orientado no sentido da propagação.



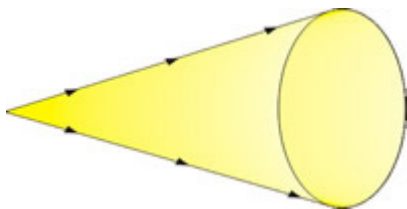
Feixe de luz

É um conjunto de infinitos raios de luz; um feixe luminoso pode ser:

Cônico convergente: os raios de luz convergem para um ponto;



Cônico divergente: os raios de luz divergem a partir de um ponto;



Cilíndrico paralelo: os raios de luz são paralelos entre si.



Fontes de luz

Tudo o que pode ser detectado por nossos olhos, e por outros instrumentos de fixação de imagens como câmeras fotográficas, é a luz de corpos luminosos que é refletida de forma difusa pelos corpos que nos cercam.

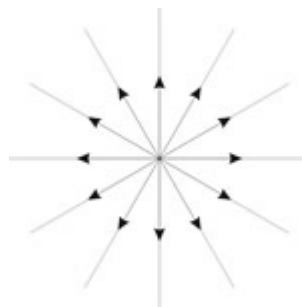
Fonte de luz são todos os corpos dos quais se podem receber luz, podendo ser fontes primárias ou secundárias.

Fontes primárias: Também chamadas de corpos luminosos, são corpos que emitem luz própria, como por exemplo, o Sol, as estrelas, a chama de uma vela, uma lâmpada acesa,...

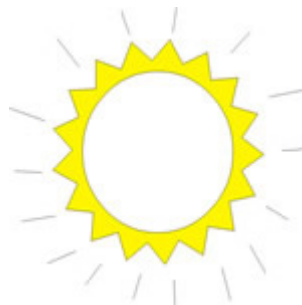
Fontes secundárias: Também chamadas de corpos iluminados, são os corpos que enviam a luz que recebem de outras fontes, como por exemplo, a Lua, os planetas, as nuvens, os objetos visíveis que não têm luz própria,...

Quanto às suas dimensões, uma fonte pode ser classificada como:

Pontual ou puntiforme: uma fonte sem dimensões consideráveis que emite infinitos raios de luz.



Extensa: uma fonte com dimensões consideráveis em relação ao ambiente.



Meios de propagação da luz

Os diferentes meios materiais comportam-se de forma diferente ao serem atravessados pelos raios de luz, por isso são classificados em:

- Meio transparente

É um meio óptico que permite a propagação regular da luz, ou seja, o observador vê um objeto com nitidez através do meio. Exemplos: ar, vidro comum, papel celofane, etc...

- Meio translúcido

É um meio óptico que permite apenas uma propagação irregular da luz, ou seja, o observador vê o objeto através do meio, mas sem nitidez.



- Meio opaco

É um meio óptico que não permite que a luz se propague, ou seja, não é possível ver um objeto através do meio.

Fenômenos ópticos

Ao incidir sobre uma superfície que separa dois meios de propagação, a luz sofre algum, ou mais do que um, dos fenômenos a seguir:

Reflexão regular

A luz que incide na superfície e retorna ao mesmo meio, regularmente, ou seja, os raios incidentes e refletidos são paralelos. Ocorre em superfícies metálicas bem polidas, como espelhos.

Reflexão difusa

A luz que incide sobre a superfície volta ao mesmo meio, de forma irregular, ou seja, os raios incidentes são paralelos, mas os refletidos são irregulares. Ocorre em superfícies rugosas, e é responsável pela visibilidade dos objetos.

Refração

A luz incide e atravessa a superfície, continuando a se propagar no outro meio. Ambos os raios (incidentes e refratados) são paralelos, no entanto, os raios refratados seguem uma trajetória inclinada em relação aos incidentes. Ocorre quando a superfície separa dois meios transparentes.

Absorção

A luz incide na superfície, no entanto não é refletida e nem refratada, sendo absorvida pelo corpo, e aquecendo-o. Ocorre em corpos de superfície escura.

Princípio da independência dos raios de luz

Quando os raios de luz se cruzam, estes seguem independentemente, cada um a sua trajetória.



Princípio da propagação retilínea da luz

Todo o raio de luz percorre trajetórias retilíneas em meios transparentes e homogêneos.

Para saber mais...

Um meio homogêneo é aquele que apresenta as mesmas características em todos os elementos de volume.

Um meio isótropo, ou isotrópico, é aquele em que a velocidade de propagação da luz e as demais propriedades ópticas independem da direção em que é realizada a medida.

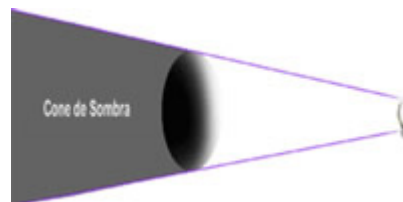
Um meio ordinário é aquele que é, ao mesmo tempo, transparente, homogêneo e isótropo, como por exemplo, o vácuo.

Sombra e penumbra

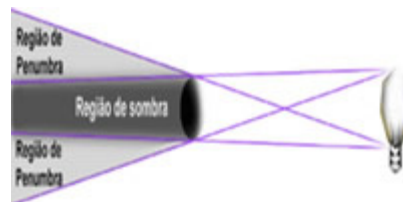
Quando um corpo opaco é colocado entre uma fonte de luz e um anteparo, é possível delimitar regiões de sombra e penumbra.

A sombra é a região do espaço que não recebe luz direta da fonte. Penumbra é a região do espaço que recebe apenas parte da luz direta da fonte, sendo encontrada apenas quando o corpo opaco é posto sob influência de uma fonte extensa. Ou seja:

Fonte de luz puntiforme



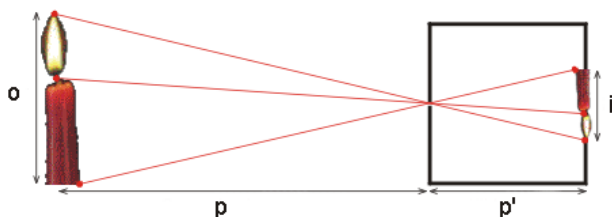
Fonte de luz extensa



Câmara escura de orifício

Uma câmara escura de orifício consiste em um equipamento formado por uma caixa de paredes totalmente opacas, sendo que no meio de uma das faces existe um pequeno orifício.

Ao colocar-se um objeto, de tamanho o , de frente para o orifício, a uma distância p , nota-se que uma imagem refletida, de tamanho i , aparece na face oposta da caixa, a uma distância p' , mas de forma invertida. Conforme ilustra a figura:



Desta forma, a partir de uma semelhança geométrica pode-se expressar a seguinte equação:

$$\frac{o}{i} = \frac{p}{p'}$$

Esta é conhecida como a equação da câmara escura.

Tipos de reflexão e refração

Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre uma superfície de separação entre dois meios.

Refração é o fenômeno que consiste no fato de a luz passar de um meio para outro diferente.

Durante uma reflexão são conservadas a frequência e a velocidade de propagação, enquanto durante a refração, apenas a frequência é mantida constante.

Reflexão e refração regular

Acontece quando, por exemplo, um feixe cilíndrico de luz atinge uma superfície totalmente lisa, ou tranquila, desta forma, os feixes refletidos e refratados também serão cilíndricos, logo os raios de luz serão paralelos entre si.

Reflexão e refração difusa

Acontece quando, por exemplo, um feixe cilíndrico de luz atinge uma superfície rugosa, ou agitada, fazendo com que os raios de luz refletidos e refratados tenham direção aleatória por todo o espaço.

Reflexão e refração seletiva

A luz branca que recebemos do sol, ou de lâmpadas fluorescentes, por exemplo, é policromática, ou seja, é formada por mais de uma luz monocromática, no caso do sol, as sete do arco-íris: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Sendo assim, um objeto ao ser iluminado por luz branca “seleciona” no espectro solar as cores que vemos, e as refletem de forma difusa, sendo assim, vistas por nós.

Se um corpo é visto branco, é porque ele reflete todas as cores do espectro solar.

Se um corpo é visto vermelho, por exemplo, ele absorve todas as outras cores do espectro, refletindo apenas o vermelho.

Se um corpo é “visto” negro, é por que ele absorve todas as cores do espectro solar.

Chama-se filtro de luz a peça, normalmente acrílica, que deixa passar apenas um das cores do espectro solar, ou seja, um filtro vermelho, faz com que a única cor refratada de forma seletiva seja a vermelha.

Para saber mais...

É muito comum o uso de filtros de luz na astronomia para observar estrelas, já que estas apresentam diferentes cores, conforme sua temperatura e distância da Terra, principalmente.

Ponto imagem e ponto objeto

Chama-se ponto objeto, relativamente a um sistema óptico, o vértice do feixe de luz que incide sobre um objeto ou uma superfície, sendo dividido em três tipos principais:

Ponto objeto real (POR): é o vértice de um feixe de luz divergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz.

Ponto objeto virtual (POV): é o vértice de um feixe de luz convergente, sendo formado pelo cruzamento imaginário do prolongamento dos raios de luz.

Ponto objeto impróprio (POI): é o vértice de um feixe de luz cilíndrico, ou seja, se situa no infinito.

Chama-se ponto imagem, relativamente a um sistema óptico, o vértice de um feixe de luz emergente, ou seja, após ser incidido.

Ponto imagem real (PIR): é o vértice de um feixe de luz emergente convergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz.

Ponto imagem virtual (PIV): é o vértice de um feixe de luz emergente divergente, sendo formado pelo cruzamento imaginário do prolongamento dos raios de luz.

Ponto imagem impróprio (PII): é o vértice de um feixe de luz emergente cilíndrico, ou seja, se situa no infinito.

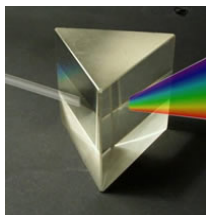
Sistemas ópticos

Há dois principais tipos de sistemas ópticos: os refletores e os refratores.

O grupo dos sistemas ópticos refletores consiste principalmente nos espelhos, que são superfícies de um corpo opaco, altamente polidas e com alto poder de reflexão.



No grupo dos sistemas ópticos refratores encontram-se os dióptros, que são peças constituídas de dois meios transparentes separados por uma superfície regular. Quando associados de forma conveniente os dióptros funcionam como utensílios ópticos de grande utilidade como lentes e prismas.



Sistemas ópticos estigmáticos, aplanéticos e ortoscópicos

Um sistema óptico é estigmático quando cada ponto objeto conjuga apenas um ponto imagem.

Um sistema óptico é aplanético quando um objeto plano e frontal também conjuga uma imagem plana e frontal.

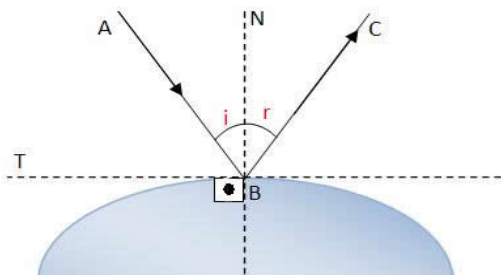
Um sistema óptico é ortoscópico quando uma imagem é conjugada semelhante a um objeto.

O único sistema óptico estigmático, aplanético e ortoscópico para qualquer posição do objeto é o espelho plano.

REFLEXÃO DA LUZ

Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre um objeto ou superfície.

É possível esquematizar a reflexão de um raio de luz, ao atingir uma superfície polida, da seguinte forma:



AB = raio de luz incidente

BC = raio de luz refletido

N = reta normal à superfície no ponto B

T = reta tangente à superfície no ponto B

i = ângulo de incidência, formado entre o raio incidente e a reta normal.

r = ângulo refletido, formado entre o raio refletido e a reta normal.

Leis da reflexão

Os fenômenos em que acontecem reflexão, tanto regular quanto difusa e seletiva, obedecem a duas leis fundamentais que são:

1ª lei da reflexão

O raio de luz refletido e o raio de luz incidente, assim como a reta normal à superfície, pertencem ao mesmo plano, ou seja, são coplanares.

2ª Lei da reflexão

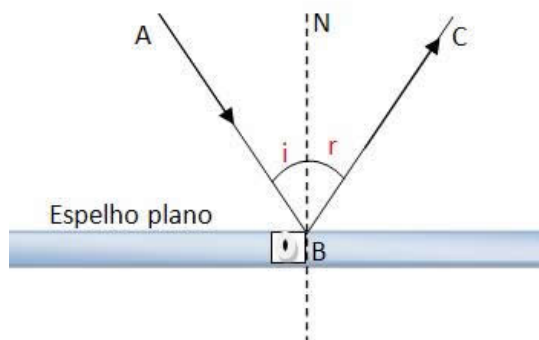
O ângulo de reflexão (r) é sempre igual ao ângulo de incidência (i).

Espelho Plano

Um espelho plano é aquele em que a superfície de reflexão é totalmente plana.

Os espelhos planos têm utilidades bastante diversificadas, desde as domésticas até como componentes de sofisticados instrumentos ópticos.

Representa-se um espelho plano por:



As principais propriedades de um espelho plano são a simetria entre os pontos objeto e imagem e que a maior parte da reflexão que acontece é regular.

Para saber mais...

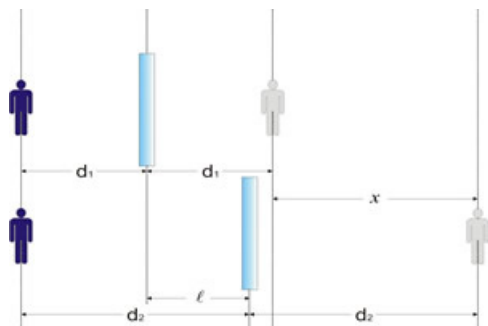
Os espelhos geralmente são feitos de uma superfície metálica bem polida. É comum usar-se uma placa de vidro, onde se deposita uma fina camada de prata ou alumínio em uma das faces, tornando a outra um espelho.

Construção das imagens em um espelho plano

Para se determinar a imagem em um espelho plano, basta imaginarmos que o observador vê um objeto que parece estar atrás do espelho. Isto ocorre porque o prolongamento do raio refletido passa por um ponto imagem virtual (PIV), "atrás" do espelho.

Nos espelhos planos, o objeto e a respectiva imagem têm sempre naturezas opostas, ou seja, quando um é real o outro deve ser virtual. Portanto, para se obter geometricamente a imagem de um objeto pontual, basta traçar por ele, através do espelho, uma reta e marcar simetricamente o ponto imagem.

Translação de um espelho plano
Considerando a figura:



A parte superior do desenho mostra uma pessoa a uma distância d_1 do espelho, logo a imagem aparece a uma distância d_1 em relação ao espelho.

Na parte inferior da figura, o espelho é transladado ℓ para a direita, fazendo com que o observador esteja a uma distância d_2 do espelho, fazendo com que a imagem seja deslocada x para a direita.

Pelo desenho podemos ver que:

$$x = 2d_2 - 2d_1$$

Que pode ser reescrito como:

$$x = 2(d_2 - d_1)$$

Mas pela figura, podemos ver que:

$$\ell = d_2 - d_1$$

Logo:

$$x = 2\ell$$

Assim pode-se concluir que sempre que um espelho é transladado paralelamente a si mesmo, a imagem de um objeto fixo sofre translação no mesmo sentido do espelho, mas com comprimento equivalente ao dobro do comprimento da translação do espelho.

Se utilizarmos esta equação, e medirmos a sua taxa de variação em um intervalo de tempo, podemos escrever a velocidade de translação do espelho e da imagem da seguinte forma:

$$\frac{x}{\Delta t} = 2 \frac{\ell}{\Delta t}$$

$$v_i = 2v_e$$

Ou seja, a velocidade de deslocamento da imagem é igual ao dobro da velocidade de deslocamento do espelho.

Quando o observador também se desloca, a velocidade a ser considerada é a a velocidade relativa entre o observador e o espelho, ao invés da velocidade de translação do espelho, ou seja:

$$v_i = 2v_r$$

Associação de dois espelhos planos

Dois espelhos planos podem ser associados, com as superfícies refletoras se defrontando e formando um ângulo α entre si, com valores entre 0° e 180° .

Por razões de simetria, o ponto objeto e os pontos imagem ficam situados sobre uma circunferência.

Para se calcular o número de imagens que serão vistas na associação usa-se a fórmula:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Sendo α o ângulo formado entre os espelhos.

Por exemplo, quando os espelhos encontra-se perpendicularmente, ou seja $\alpha = 90^\circ$:

$$n = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1$$

$$n = 4 - 1 = 3$$

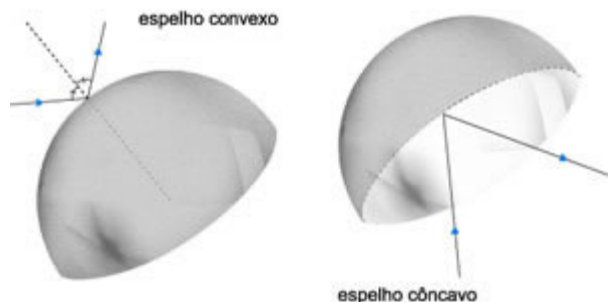
Portanto, nesta configuração são vistas 3 pontos imagem.

Espelhos esféricos

Chamamos espelho esférico qualquer calota esférica que seja polida e possua alto poder de reflexão.

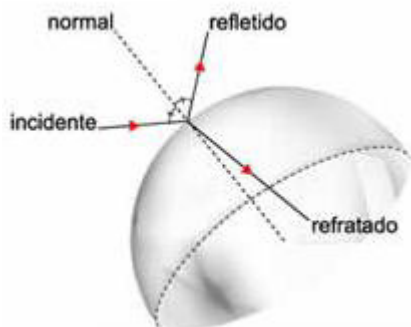


É fácil observar-se que a esfera da qual a calota acima faz parte tem duas faces, uma interna e outra externa. Quando a superfície refletiva considerada for a interna, o espelho é chamado côncavo. Já nos casos onde a face refletiva é a externa, o espelho é chamado convexo.



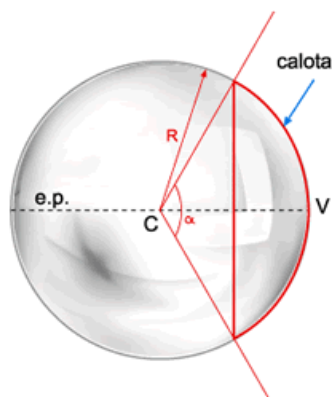
Reflexão da luz em espelhos esféricos

Assim como para espelhos planos, as duas leis da reflexão também são obedecidas nos espelhos esféricos, ou seja, os ângulos de incidência e reflexão são iguais, e os raios incidentes, refletidos e a reta normal ao ponto incidido.



Aspectos geométricos dos espelhos esféricos

Para o estudo dos espelhos esféricos é útil o conhecimento dos elementos que os compõe, esquematizados na figura abaixo:



C é o centro da esfera;

V é o vértice da calota;

O eixo que passa pelo centro e pelo vértice da calota é chamado eixo principal.

As demais retas que cruzam o centro da esfera são chamadas eixos secundários.

O ângulo α , que mede a distância angular entre os dois eixos secundários que cruzam os dois pontos mais externos da calota, é a abertura do espelho.

O raio da esfera R que origina a calota é chamado raios de curvatura do espelho.

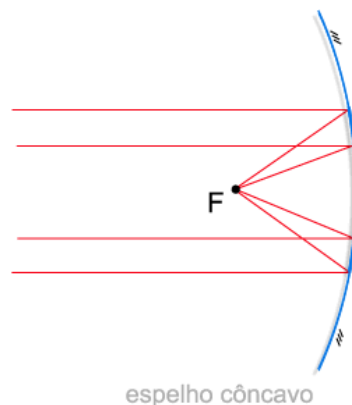
Um sistema óptico que consegue conjugar a um ponto objeto, um único ponto como imagem é dito estigmático. Os espelhos esféricos normalmente não são estigmáticos, nem aplanéticos ou ortoscópicos, como os espelhos planos.

No entanto, espelhos esféricos só são estigmáticos para os raios que incidem próximos do seu vértice V e com uma pequena inclinação em relação ao eixo principal. Um espelho com essas propriedades é conhecido como espelho de Gauss.

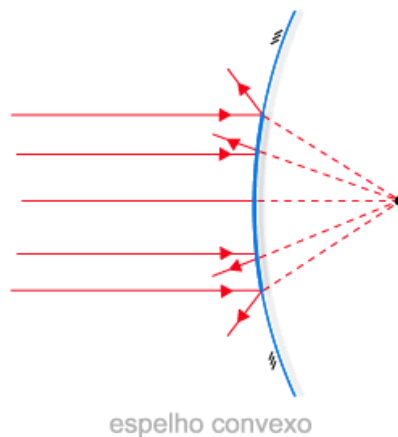
Um espelho que não satisfaz as condições de Gauss (incidência próxima do vértice e pequena inclinação em relação ao eixo principal) é dito astigmático. Um espelho astigmático conjuga a um ponto uma imagem parecendo uma mancha.

Focos dos espelhos esféricos

Para os espelhos côncavos de Gauss, pode-se verificar que todos os raios luminosos que incidirem ao longo de uma direção paralela ao eixo secundário passam por (ou convergem para) um mesmo ponto F - o foco principal do espelho.



No caso dos espelhos convexos, a continuação do raio refletido é que passa pelo foco. Tudo se passa como se os raios refletidos se originassem do foco.

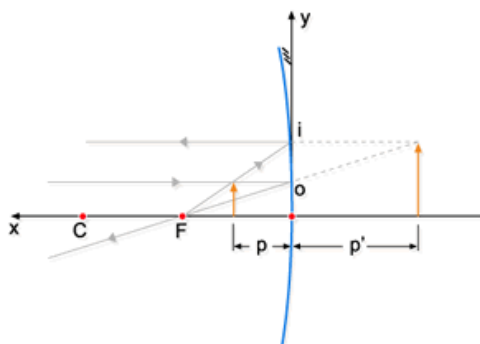


Determinação de imagens

Analisando objetos diante de um espelho esférico, em posição perpendicular ao eixo principal do espelho podemos chegar a algumas conclusões importantes.

Um objeto pode ser real ou virtual. No caso dos espelhos, dizemos que o objeto é virtual se ele se encontra “atrás” do espelho. No caso de espelhos esféricos a imagem de um objeto pode ser maior, menor ou igual ao tamanho do objeto. A imagem pode ainda aparecer invertida em relação ao objeto. Se não houver sua inversão dizemos que ela é direita.

Equação fundamental dos espelhos esféricos



Dadas a distância focal e posição do objeto, é possível determinar analiticamente a posição da imagem através da equação de Gauss, que é expressa por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

REFRAÇÃO DA LUZ

Refração da luz é o fenômeno em que ela é transmitida de um meio para outro diferente. Nesta mudança de meios a frequência da onda luminosa não é alterada, embora sua velocidade e o seu comprimento de onda sejam. Com a alteração da velocidade de propagação ocorre um desvio da direção original.

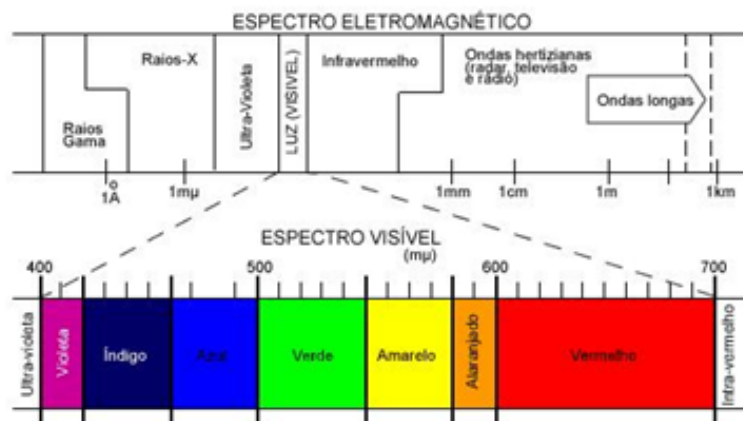
Cor e frequência

No intervalo do espectro eletromagnético que corresponde à luz visível, cada frequência equivale à sensação de uma cor.

Conforme a frequência aumenta, diminui o comprimento de onda, assim como mostra a tabela e o trecho do espectroeletrmagnético abaixo.



Cor	Comprimento de onda ($\text{\AA} = 10^{-10}\text{m}$)	Frequência (10^{14}Hz)
Violeta	3900 – 4500	7,69 – 6,65
Anil	4500 – 4550	6,65 – 6,59
Azul	4550 – 4920	6,59 – 6,10
Verde	4920 – 5770	6,10 – 5,20
Amarelo	5770 – 5970	5,20 – 5,03
Alaranjado	5970 – 6220	5,03 – 4,82
Vermelho	6220 – 7800	4,82 – 3,84



Quando recebemos raios de luz de diferentes frequências podemos perceber cores diferentes destas, como combinações. A luz branca que percebemos vinda do Sol, por exemplo, é a combinação de todas as sete cores do espectro visível.

Luz mono e policromática

De acordo com sua cor, a luz pode ser classificada como monocromática ou policromática.

Chama-se luz monocromática aquela composta de apenas uma cor, como por exemplo a luz amarela emitida por lâmpadas de sódio.

Chama-se luz policromática aquela composta por uma combinação de duas ou mais cores monocromáticas, como por exemplo a luz branca emitida pelo sol ou por lâmpadas comuns.

Usando-se um prisma, é possível decompor a luz policromática nas luzes monocromáticas que a formam, o que não é possível para as cores monocromáticas, como o vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Um exemplo da composição das cores monocromáticas que formam a luz branca é o disco de Newton, que é uma experiência composta de um disco com as sete cores do espectro visível, que ao girar em alta velocidade, “recompõe” as cores monocromáticas, formando a cor policromática branca.



Cor de um corpo

Ao nosso redor é possível distinguir várias cores, mesmo quando estamos sob a luz do Sol, que é branca.

Esse fenômeno acontece pois quando é incidida luz branca sobre um corpo de cor verde, por exemplo, este absorve todas as outras cores do espectro visível, refletido de forma difusa apenas o verde, o que torna possível distinguir sua cor.

Por isso, um corpo de cor branca é aquele que reflete todas as cores, sem absorver nenhuma, enquanto um corpo de cor preta absorve todas as cores sobre ele incididas, sem refletir nenhuma, o que causa aquecimento.

Luz - Velocidade

Há muito tempo sabe-se que a luz faz parte de um grupo de ondas, chamado de ondas eletromagnéticas, sendo uma das características que reúne este grupo a sua velocidade de propagação.

A velocidade da luz no vácuo, mas que na verdade se aplica a diversos outros fenômenos eletromagnéticos como raios-x, raios gama, ondas de rádio e tv, é caracterizada pela letra c , e tem um valor aproximado de 300 mil quilômetros por segundo, ou seja:

$$c = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

No entanto, nos meios materiais, a luz se comporta de forma diferente, já que interage com a matéria existente no meio. Em qualquer um destes meios a velocidade da luz v é menor que c .

Em meios diferentes do vácuo também diminui a velocidade conforme aumenta a frequência. Assim a velocidade da luz vermelha é maior que a velocidade da luz violeta, por exemplo.

Índice de refração absoluto

Para o entendimento completo da refração convém a introdução de uma nova grandeza que relacione a velocidade da radiação monocromática no vácuo e em meios materiais, esta grandeza é o índice de refração da luz monocromática no meio apresentado, e é expressa por:

$$n = \frac{c}{v}$$

Onde n é o índice de refração absoluto no meio, sendo uma grandeza adimensional.

É importante observar que o índice de refração absoluto nunca pode ser menor do que 1, já que a maior velocidade possível em um meio é c , se o meio considerado for o próprio vácuo.

Para todos os outros meios materiais n é sempre maior que 1.

Alguns índices de refração usuais:

Material	n
Ar seco (0°C, 1atm)	≈ 1 (1,000292)
Gás carbônico (0°C, 1atm)	≈ 1 (1,00045)
Gelo (-8°C)	1,310
Água (20°C)	1,333
Etanol (20°C)	1,362
Tetracloroeto de carbono	1,466
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417
Sulfeto de antimônio	2,7

Índice de refração relativo entre dois meios

Chama-se índice de refração relativo entre dois meios, a relação entre os índices de refração absolutos de cada um dos meios, de modo que:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Mas como visto:

$$n = \frac{c}{v}$$

Então podemos escrever:

$$n_{1,2} = \frac{\frac{c}{v_1}}{\frac{c}{v_2}} = \frac{v_2}{v_1}$$

Ou seja:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Observe que o índice de refração relativo entre dois meios pode ter qualquer valor positivo, inclusive menores ou iguais a 1.

Refringência

Dizemos que um meio é mais refringente que outro quando seu índice de refração é maior que do outro. Ou seja, o etanol é mais refringente que a água.

De outra maneira, podemos dizer que um meio é mais refringente que outro quando a luz se propaga por ele com velocidade menor que no outro.

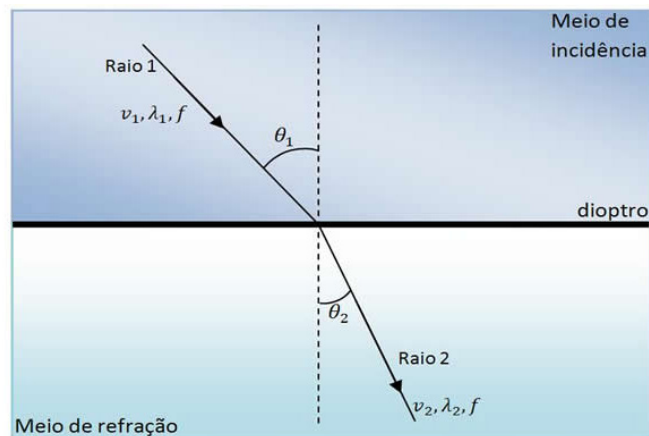
Leis da Refração da Luz

Chamamos de refração da luz o fenômeno em que ela é transmitida de um meio para outro diferente.

Nesta mudança de meios a frequência da onda luminosa não é alterada, embora sua velocidade e o seu comprimento de onda sejam.

Com a alteração da velocidade de propagação ocorre um desvio da direção original.

Para se entender melhor este fenômeno, imagine um raio de luz que passa de um meio para outro de superfície plana, conforme mostra a figura abaixo:



Onde:

Raio 1 é o raio incidente, com velocidade e comprimento de onda característico;

Raio 2 é o raio refratado, com velocidade e comprimento de onda característico;

A reta tracejada é a linha normal à superfície;

O ângulo formado entre o raio 1 e a reta normal é o ângulo de incidência;

O ângulo formado entre o raio 2 e a reta normal é o ângulo de refração;

A fronteira entre os dois meios é um dioptro plano.

Conhecendo os elementos de uma refração podemos entender o fenômeno através das duas leis que o regem.

1ª Lei da Refração

A 1ª lei da refração diz que o raio incidente (raio 1), o raio refratado (raio 2) e a reta normal ao ponto de incidência (reta tracejada) estão contidos no mesmo plano, que no caso do desenho acima é o plano da tela.

2ª Lei da Refração - Lei de Snell

A 2ª lei da refração é utilizada para calcular o desvio dos raios de luz ao mudarem de meio, e é expressa por:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

No entanto, sabemos que:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Além de que:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ao agruparmos estas informações, chegamos a uma forma completa da Lei de Snell:

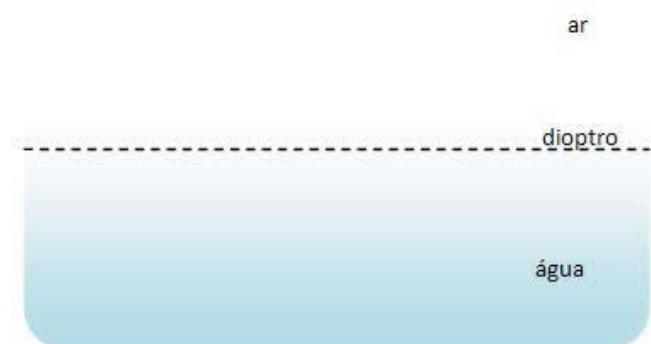
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Dioptro

É todo o sistema formado por dois meios homogêneos e transparentes.

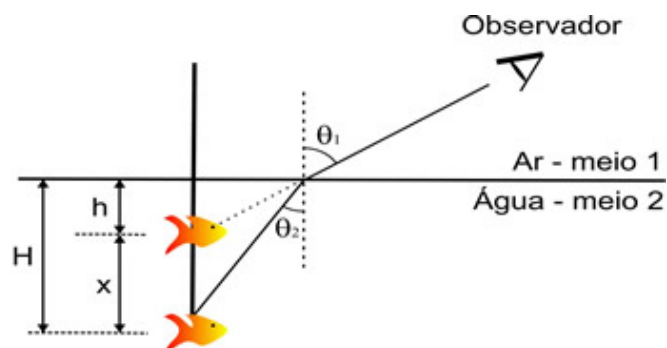
Quando esta separação acontece em um meio plano, chamamos então, dióptro plano.

A figura abaixo representa um dióptro plano, na separação entre a água e o ar, que são dois meios homogêneos e transparentes.



Formação de imagens através de um dióptro

Considere um pescador que vê um peixe em um lago. O peixe encontra-se a uma profundidade H da superfície da água. O pescador o vê a uma profundidade h . Conforme mostra a figura abaixo:



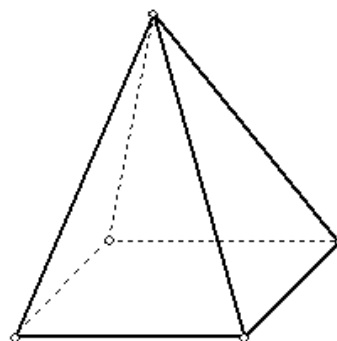
A fórmula que determina estas distâncias é:

$$\frac{H}{h} = \frac{n_2}{n_1}$$

Prisma

Um prisma é um sólido geométrico formado por uma face superior e uma face inferior paralelas e congruentes (também chamadas de bases) ligadas por arestas. As laterais de um prisma são paralelogramos.

No entanto, para o contexto da óptica, é chamado prisma o elemento óptico transparente com superfícies retas e polidas que é capaz de refratar a luz nele incidida. O formato mais usual de um prisma óptico é o de pirâmide com base quadrangular e lados triangulares.



A aplicação usual dos prismas ópticos é seu uso para separar a luz branca policromática nas sete cores monocromáticas do espectro visível, além de que, em algumas situações poder refletir tais luzes.

Funcionamento do prisma

Quando a luz branca incide sobre a superfície do prisma, sua velocidade é alterada, no entanto, cada cor da luz branca tem um índice de refração diferente, e logo ângulos de refração diferentes, chegando à outra extremidade do prisma separadas.

Tipos de prismas

- o Prismas dispersivos são usados para separar a luz em suas cores de espectro.
- o Prismas refletivos são usados para refletir a luz.
- o Prismas polarizados podem dividir o feixe de luz em componentes de variadas polaridades.

LENTE ESFÉRICAS

Chamamos lente esférica o sistema óptico constituído de três meios homogêneos e transparentes, sendo que as fronteiras entre cada par sejam duas superfícies esféricas ou uma superfície esférica e uma superfície plana, as quais chamamos faces da lente.

Dentre todas as aplicações da óptica geométrica, a que mais se destaca pelo seu uso no cotidiano é o estudo das lentes esféricas, seja em sofisticados equipamentos de pesquisa astronômica, ou em câmeras digitais comuns, seja em lentes de óculos ou lupas.

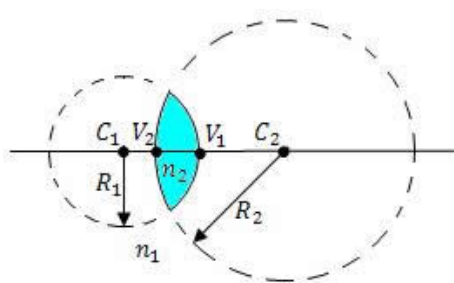
Chamamos lente esférica o sistema óptico constituído de três meios homogêneos e transparentes, sendo que as fronteiras entre cada par sejam duas superfícies esféricas ou uma superfície esférica e uma superfície plana, as quais chamamos faces da lente.

Para um estudo simples consideraremos que o segundo meio é a lente propriamente dita, e que o primeiro e terceiro meios são exatamente iguais, normalmente a lente de vidro imersa em ar.

Tipos de lentes

Dentre as lentes esféricas que são utilizadas, seis delas são de maior importância no estudo de óptica, sendo elas:

- Lente biconvexa



É convexa em ambas as faces e tem a periferia mais fina que a região central, seus elementos são:

C_1 e C_2 – centros de curvatura das faces esféricas;

R_1 e R_2 – raios de curvatura das faces;

V_1 e V_2 – vértices da lente;

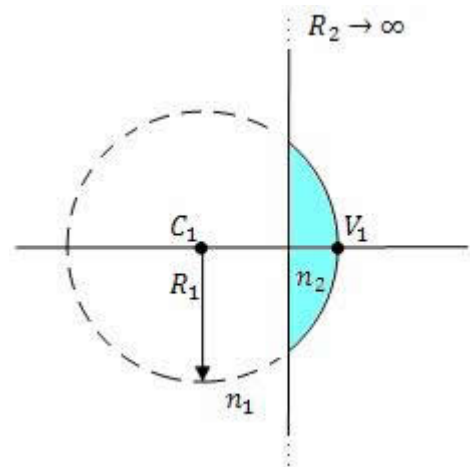
Eixo principal – eixo que contém C_1 e C_2 ;

Espessura da lente – distância entre V_1 e V_2 ;

n_1 – índice de refração do meio que circunda a lente;

n_2 – índice de refração da lente.

- Lente plano-convexa



É plana em uma das faces e convexa em outra, tem a periferia mais fina que a região central, seus elementos são:

C_1 – Centro de curvatura da face esférica;

R_1 e R_2 – raios de curvatura das faces;

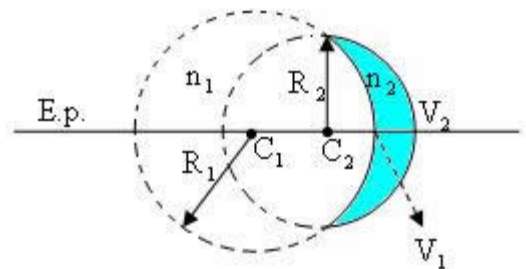
V_1 – vértice da lente;

Eixo principal – eixo em que estão contidos C_1 e V_1

n_1 – índice de refração do meio que circunda a lente;

n_2 – índice de refração da lente.

- Lente côncavo-convexa



Tem uma de suas faces côncava e outra convexa, tem a periferia mais fina que a região central. Seus elementos são:

C_1 e C_2 – centros de curvatura das faces esféricas;

R_1 e R_2 – raios de curvatura das faces;

V_1 e V_2 – vértices da lente;

Eixo principal – eixo que contém C_1 e C_2 ;

Espessura da lente – distância entre V_1 e V_2 ;

n_1 – índice de refração do meio que circunda a lente;

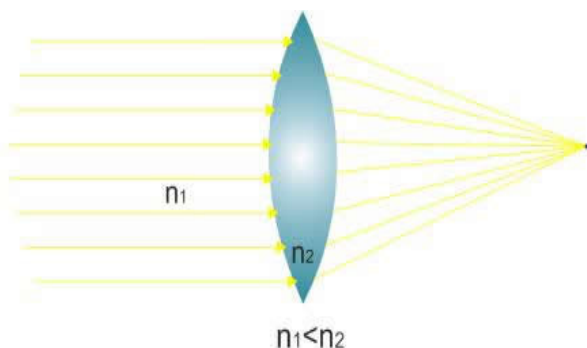
n_2 – índice de refração da lente.

Lentes convergentes

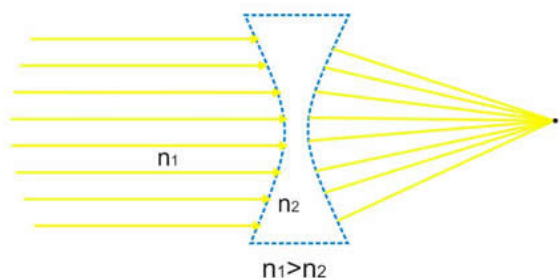
Em uma lente esférica com comportamento convergente, a luz que incide paralelamente entre si é refratada, tomando direções que convergem a um único ponto.

Tanto lentes de bordas finas como de bordas espessas podem ser convergentes, dependendo do seu índice de refração em relação ao do meio externo.

O caso mais comum é o que a lente tem índice de refração maior que o índice de refração do meio externo. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento convergente é o de uma lente biconvexa (com bordas finas):



Já o caso menos comum ocorre quando a lente tem menor índice de refração que o meio. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento convergente é o de uma lente bicôncava (com bordas espessas):

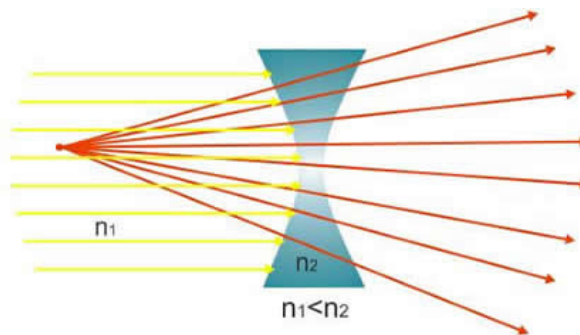


Lentes esféricas divergentes

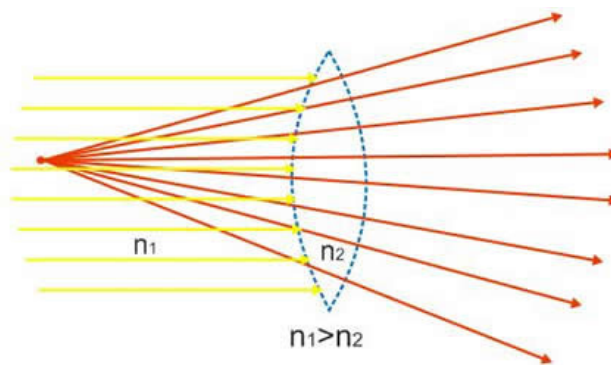
Em uma lente esférica com comportamento divergente, a luz que incide paralelamente entre si é refratada, tomando direções que divergem a partir de um único ponto.

Tanto lentes de bordas espessas como de bordas finas podem ser divergentes, dependendo do seu índice de refração em relação ao do meio externo.

O caso mais comum é o que a lente tem índice de refração maior que o índice de refração do meio externo. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento divergente é o de uma lente bicôncava (com bordas espessas):



Já o caso menos comum ocorre quando a lente tem menor índice de refração que o meio. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento divergente é o de uma lente biconvexa (com bordas finas):



Vergência

Focos de uma lente

- Focos principais

Uma lente possui um par de focos principais: foco principal objeto (F) e foco principal imagem (F'). Ambos localizam-se a sobre o eixo principal e são simétricos em relação à lente, ou seja, a distância OF é igual a distância OF'.

- Foco imagem (F')

É o ponto ocupado pelo foco imagem, podendo ser real ou virtual.

- Foco objeto (F)

É o ponto ocupado pelo foco objeto, podendo ser real ou virtual.

Distância focal

É a medida da distância entre um dos focos principais e o centro óptico, esta medida é caracterizada pela letra f .

Pontos antiprincipais

São pontos localizados a uma distância igual a $2f$ do centro óptico (O), ou seja, a uma distância f de um dos focos principais (F ou F'). Esta medida é caracterizada por A (para o ponto antiprincipal objeto) e A' (para o ponto antiprincipal imagem).

Vergência

Dada uma lente esférica em determinado meio, chamamos vergência da lente (V) a unidade caracterizada como o inverso da distância focal, ou seja:

$$V = \frac{1}{f}$$

A unidade utilizada para caracterizar a vergência no Sistema Internacional de Medidas é a dioptria, simbolizada por di.

Um dioptria equivale ao inverso de um metro, ou seja:

$$1 \text{ di} = 1 \text{ m}^{-1}$$

Uma unidade equivalente a dioptria, muito conhecida por quem usa óculos, é o "Grau".

$1 \text{ di} = 1 \text{ grau}$

Quando a lente é convergente usa-se distância focal positiva ($f > 0$) e para uma lente divergente se usa distância focal negativa ($f < 0$).

Por exemplo:

1) Considere uma lente convergente de distância focal 25cm = 0,25m.

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{+0,25} = +4 \text{ di}$$

Neste caso, é possível dizer que a lente tem vergência de +4di ou que ela tem convergência de 4di.

2) Considere uma lente divergente de distância focal 50cm = 0,5m.

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} = -2 \text{ di}$$

Neste caso, é possível dizer que a lente tem vergência de -2di ou que ela tem divergência de 2di.

Associação de lentes

Duas lentes podem ser colocadas de forma que funcionem como uma só, desde que sejam postas coaxialmente, isto é, com eixos principais coincidentes. Neste caso, elas serão chamadas de justapostas, se estiverem encostadas, ou separadas, caso haja uma distância d separando-as.

Estas associações são importantes para o entendimento dos instrumentos ópticos.

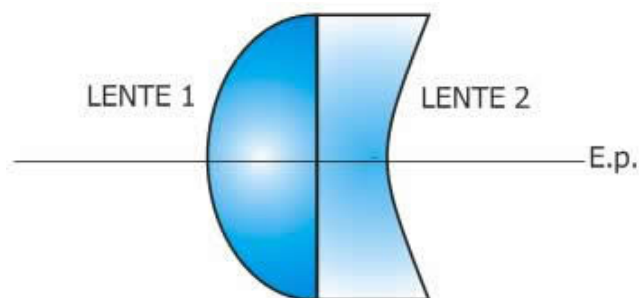
Quando duas lentes são associadas é possível obter uma lente equivalente. Esta terá a mesma característica da associação das duas primeiras.

Lembrando que se a lente equivalente tiver vergência positiva será convergente e se tiver vergência negativa será divergente.

Associação de lentes justapostas

Quando duas lentes são associadas de forma justaposta, utiliza-se o teorema das vergências para definir uma lente equivalente.

Como exemplo de associação justaposta temos:



Este teorema diz que a vergência da lente equivalente à associação é igual à soma algébrica das vergências das lentes componentes. Ou seja:

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

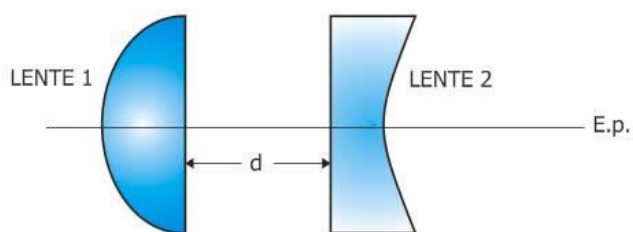
Que também pode ser escrita como:

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Associação de lentes separadas

Quando duas lentes são associadas de forma separada, utiliza-se uma generalização do teorema das vergências para definir uma lente equivalente.

Um exemplo de associação separada é:



A generalização do teorema diz que a vergência da lente equivalente à tal associação é igual a soma algébrica das vergências dos componentes menos o produto dessas vergências pela distância que separa as lentes. Desta forma:

$$V_{eq} = V_1 + V_2 - V_1 V_2 d$$

Que também pode ser escrito como:

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

Instrumentos ópticos

Os instrumentos ópticos baseiam-se em princípios da óptica e têm a finalidade de facilitar a visualização de determinados objetos.



O microscópio é um instrumento óptico que tem como finalidade a ampliação de objetos

Os instrumentos ópticos são utilizados no nosso cotidiano e baseiam-se nos princípios da óptica para permitir, facilitar ou aperfeiçoar a visualização de determinados objetos, que vão desde seres minúsculos, como alguns tipos de bactérias, até enormes planetas e estrelas.

Existe uma infinidade de instrumentos ópticos, podemos citar: microscópio, telescópio, projetores, lupa, câmera fotográfica, óculos, lentes etc. Veja a seguir como ocorre o funcionamento de alguns dos instrumentos ópticos que são utilizados no nosso cotidiano.

O olho humano

É formado basicamente por três partes:

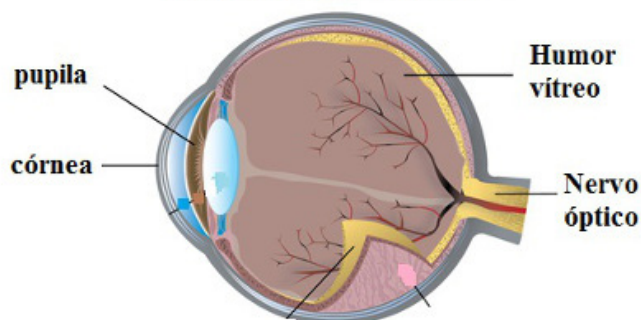
Cristalino: funciona como uma lente biconvexa. Ele está situado na região anterior do globo ocular;

Retina: localizada no “fundo” do globo ocular e funciona como um anteparo sensível à luz;

Nervo óptico: parte que recebe as sensações luminosas recebidas pela retina.

Quando olhamos para um objeto, a imagem é percebida pelo cristalino, que forma uma imagem real e invertida, ou seja, de “cabeça para baixo”. Essa imagem deve ser focalizada exatamente sobre a retina para que seja enxergada nitidamente. A imagem é “enviada” para o cérebro através do nervo óptico. O cérebro, ao receber a imagem, processa sua inversão, de forma que possamos observar o objeto em sua posição real.

Partes do olho humano



As principais partes do olho humano

Se a imagem recebida pelo cristalino não se formar exatamente sobre a retina, então a pessoa não enxergará nitidamente os objetos, o que caracteriza um defeito da visão. De acordo com a posição onde a imagem é formada, podemos classificar três tipos de defeitos da visão. São eles:

Miopia: a imagem do objeto forma-se antes da retina, pois o globo ocular das pessoas que apresentam esse defeito é mais alongado. Nesse caso, a pessoa enxerga os objetos sem nitidez. Para corrigir o problema, é necessário utilizar óculos com lentes divergentes.

Hipermetropia: As pessoas com esse problema na visão apresentam o globo ocular mais curto que o normal, o que faz com que a imagem se forme atrás da retina. Esse defeito é corrigido com o uso de óculos com lentes convergentes.

Presbiopia: Chamado popularmente de “vista cansada”, é um problema que ocorre em virtude do envelhecimento natural do nosso organismo, quando o cristalino fica mais rígido e não acomoda imagens de objetos próximos. Nesse caso, a imagem forma-se atrás da retina. Esse problema também pode ser corrigido por lentes convergentes.

Máquina fotográfica

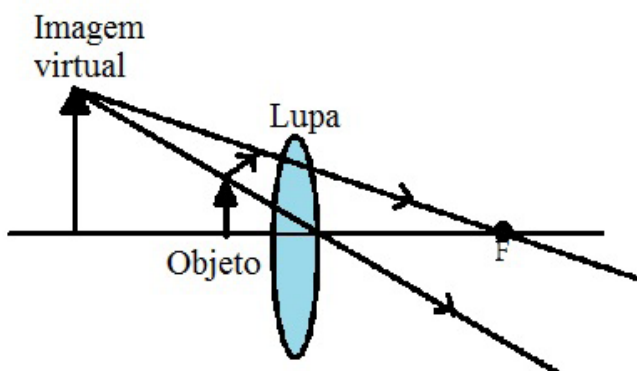
É um instrumento óptico que projeta e armazena uma imagem sobre um anteparo e funciona de forma semelhante ao olho humano. Possui um sistema de lentes, denominado objetiva, que se comporta como uma lente convergente e forma uma imagem real e invertida do material fotografado. Para que a imagem fique nítida sobre o filme fotográfico, a câmera possui uma série de sistemas que aproximam ou afastam a objetiva, focalizando a imagem.

Se essa focalização não for bem feita, a imagem não se forma sobre o filme e, portanto, não fica nítida. Quando se aciona o botão para a foto, o diafragma da câmera é aberto, permitindo que a luz proveniente do objeto incida sobre o filme. Como o filme fotográfico é fabricado com um material sensível à luz, ele “gravará” a imagem recebida.

A lupa

É o instrumento óptico mais simples, sendo constituída por uma lente convergente que produz uma imagem virtual e ampliada de um objeto.

Para que a imagem formada pela lupa seja nítida, é necessário que o objeto seja colocado entre o foco F e o centro óptico. Caso contrário, a imagem forma-se desfocada.



A imagem formada pela lupa é maior que o objeto

CALOR E FENÔMENOS TÉRMICOS: CALOR E TEMPERATURA ESCALAS TERMOMÉTRICAS TRANSFERÊNCIA DE CALOR E EQUILÍBRIO TÉRMICO CAPACIDADE CALORÍFICA E CALOR ESPECÍFICO CONDUÇÃO DO CALOR DILATAÇÃO TÉRMICA MUDANÇAS DE ESTADO FÍSICO E CALOR LATENTE DE TRANSFORMAÇÃO COMPORTAMENTO DE GASES IDEAIS (EQUAÇÃO DE CLAPEYRON) MÁQUINAS TÉRMICAS CICLO DE CARNOT LEIS DA TERMODINÂMICA

Termologia (termo = calor, logia = estudo) é a parte da Física encarregada de estudar o calor e seus efeitos sobre a matéria. A termologia está intimamente ligada à energia térmica, estudando a transmissão dessa energia e os efeitos produzidos por ela quando é fornecida ou retirada de um corpo.

Temperatura é a grandeza que mede o estado de agitação das moléculas. Quanto mais quente estiver uma matéria, mais agitadas estarão suas moléculas. Assim, a temperatura é o fator que mede a agitação dessas moléculas, determinando se uma matéria está quente, fria, etc.

Calor é a energia que flui de um corpo com maior temperatura para outro de menor temperatura. Como sabemos, a unidade de representação de qualquer forma de energia é o joule (J), porém, para designar o calor, é adotada uma unidade prática denominada caloria, em que $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$.

Equilíbrio térmico é o estado em que a temperatura de dois ou mais corpos são iguais. Assim, quando um corpo está em equilíbrio térmico em relação a outro, cessam os fluxos de troca de calor entre eles. Ex.: Quando uma xícara de café é deixada por certo tempo sobre uma mesa, ela esfriará até entrar em equilíbrio térmico com o ambiente em que está.

TERMOMETRIA

Chamamos de Termologia a parte da física que estuda os fenômenos relativos ao calor, aquecimento, resfriamento, mudanças de estado físico, mudanças de temperatura, etc.

Termometria é a parte da termologia voltada para o estudo da temperatura, dos termômetros e das escalas termométricas.

Temperatura

Temperatura é a grandeza que caracteriza o estado térmico de um corpo ou sistema.

Fisicamente o conceito dado a quente e frio é um pouco diferente do que costumamos usar no nosso cotidiano. Podemos definir como quente um corpo que tem suas moléculas agitadas muito, ou seja, com alta energia cinética. Analogamente, um corpo frio, é aquele que tem baixa agitação das suas moléculas.

Ao aumentar a temperatura de um corpo ou sistema pode-se dizer que está se aumentando o estado de agitação de suas moléculas.

Ao tirarmos uma garrafa de água mineral da geladeira ou ao retirar um bolo de um forno, percebemos que após algum tempo, ambas tendem a chegar à temperatura do ambiente. Ou seja, a água “esquenta” e o bolo “esfria”. Quando dois corpos ou sistemas atingem a mesma temperatura, dizemos que estes corpos ou sistemas estão em equilíbrio térmico.

Escala Termométricas

Para que seja possível medir a temperatura de um corpo, foi desenvolvido um aparelho chamado termômetro.

O termômetro mais comum é o de mercúrio, que consiste em um vidro graduado com um bulbo de paredes finas que é ligado a um tubo muito fino, chamado tubo capilar.

Quando a temperatura do termômetro aumenta, as moléculas de mercúrio aumentam sua agitação fazendo com que este se dilate, preenchendo o tubo capilar. Para cada altura atingida pelo mercúrio está associada uma temperatura.

A escala de cada termômetro corresponde a este valor de altura atingida.

Escala Celsius

É a escala usada no Brasil e na maior parte dos países, oficializada em 1742 pelo astrônomo e físico sueco Anders Celsius (1701-1744). Esta escala tem como pontos de referência a temperatura de congelamento da água sob pressão normal (0 °C) e a temperatura de ebulição da água sob pressão normal (100 °C).

Escala Fahrenheit

Outra escala bastante utilizada, principalmente nos países de língua inglesa, criada em 1708 pelo físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736), tendo como referência a temperatura de uma mistura de gelo e cloreto de amônia (0 °F) e a temperatura do corpo humano (100 °F).

Em comparação com a escala Celsius:

$$0\text{ °C} = 32\text{ °F}$$

$$100\text{ °C} = 212\text{ °F}$$

Escala Kelvin

Também conhecida como escala absoluta, foi verificada pelo físico inglês William Thompson (1824-1907), também conhecido como Lorde Kelvin.

Esta escala tem como referência a temperatura do menor estado de agitação de qualquer molécula (0 K) e é calculada a partir da escala Celsius.

Por convenção, não se usa "grau" para esta escala, ou seja 0 K, lê-se zero kelvin e não zero grau kelvin. Em comparação com a escala Celsius:

$$-273\text{ °C} = 0\text{ K}$$

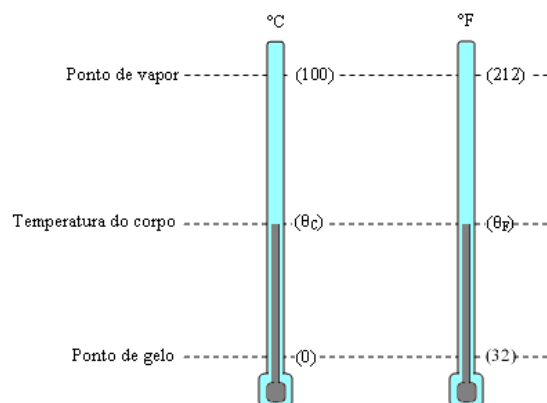
$$0\text{ °C} = 273\text{ K}$$

$$100\text{ °C} = 373\text{ K}$$

Conversões entre escalas

Para que seja possível expressar temperaturas dadas em uma certa escala para outra qualquer deve-se estabelecer uma convenção geométrica de semelhança.

Por exemplo, convertendo uma temperatura qualquer dada em escala Fahrenheit para escala Celsius:



Pelo princípio de semelhança geométrica:

$$\frac{\theta_C - 0}{\theta_F - 32} = \frac{100 - 0}{212 - 32}$$

$$\frac{\theta_C}{\theta_F - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{\theta_F - 32} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\theta_C \cdot 9 = 5 \cdot (\theta_F - 32)$$

$$\theta_C = \frac{5\theta_F - 160}{9}$$

Exemplo:

Qual a temperatura correspondente em escala Celsius para a temperatura 100 °F?

$$\theta_C = \frac{5\theta_F - 160}{9}$$

$$\theta_C = \frac{5 \cdot 100 - 160}{9}$$

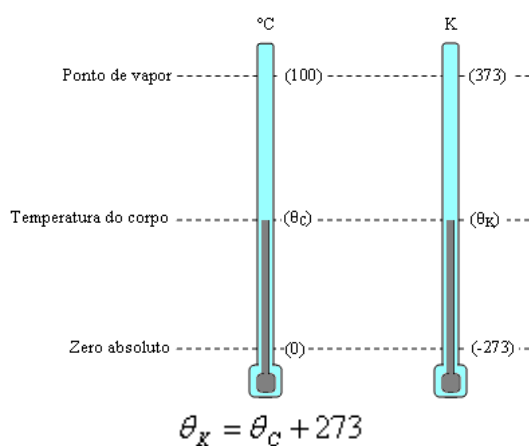
$$\theta_C = \frac{500 - 160}{9} = \frac{340}{9}$$

$$\theta_C = 37,7\text{ °C}$$

Da mesma forma, pode-se estabelecer uma conversão Celsius-Fahrenheit:

$$\begin{aligned}\frac{\theta_F - 32}{9} &= \frac{\theta_C}{5} \\ 5 \cdot (\theta_F - 32) &= 9\theta_C \\ 5\theta_F - 160 &= 9\theta_C \\ 5\theta_F &= 9\theta_C + 160 \\ \theta_F &= \frac{9\theta_C + 160}{5}\end{aligned}$$

E para escala Kelvin:



Algumas temperaturas:

	Escala Celsius (°C)	Escala Fahrenheit (°F)	Escala Kelvin (K)
Ar liquefeito	-39	-38,2	243
Maior Temperatura na superfície da Terra	58	136	331
Menor Tempertura na superfície da Terra	-89	-128	184
Ponto de combustão da madeira	250	482	523
Ponto de combustão do papel	184	363	257
Ponto de fusão do chumbo	327	620	600
Ponto de fusão do ferro	1535	2795	1808
Ponto do gelo	0	32	273,15
Ponto de solidificação do mercúrio	-39	-38,2	234
Ponto do vapor	100	212	373,15
Temperatura na chama do gás natural	660	1220	933
Temperatura na superfície do Sol	5530	10000	5800
Zero absoluto	-273,15	-459,67	0

CALORIMETRIA

Calor

Quando colocamos dois corpos com temperaturas diferentes em contato, podemos observar que a temperatura do corpo “mais quente” diminui, e a do corpo “mais frio” aumenta, até o momento em que ambos os corpos apresentem temperatura igual. Esta reação é causada pela passagem de energia térmica do corpo “mais quente” para o corpo “mais frio”, a transferência de energia é o que chamamos calor.

Calor é a transferência de energia térmica entre corpos com temperaturas diferentes.

A unidade mais utilizada para o calor é caloria (cal), embora sua unidade no SI seja o joule (J). Uma caloria equivale a quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de um grama de água pura, sob pressão normal, de 14,5 °C para 15,5 °C.

A relação entre a caloria e o joule é dada por:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Partindo daí, podem-se fazer conversões entre as unidades usando regra de três simples.

Como 1 caloria é uma unidade pequena, utilizamos muito o seu múltiplo, a quilocaloria.

$$1 \text{ kcal} = 10^3 \text{ cal}$$

Calor sensível

É denominado calor sensível, a quantidade de calor que tem como efeito apenas a alteração da temperatura de um corpo.

Este fenômeno é regido pela lei física conhecida como Equação Fundamental da Calorimetria, que diz que a quantidade de calor sensível (Q) é igual ao produto de sua massa, da variação da temperatura e de uma constante de proporcionalidade dependente da natureza de cada corpo denominada calor específico.

Assim:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta$$

Onde:

Q = quantidade de calor sensível (cal ou J).

c = calor específico da substância que constitui o corpo (cal/g°C ou J/kg°C).

m = massa do corpo (g ou kg).

$\Delta\theta$ = variação de temperatura (°C).

É interessante conhecer alguns valores de calores específicos:

Substância	c (cal/g°C)
Alumínio	0,219
Água	1,000
Álcool	0,590
Cobre	0,093
Chumbo	0,031
Estanho	0,055
Ferro	0,119
Gelo	0,550
Mercúrio	0,033
Ouro	0,031
Prata	0,056
Vapor d'água	0,480
Zinco	0,093

Quando:

Q>0: o corpo ganha calor.

Q<0: o corpo perde calor.

Exemplo:

Qual a quantidade de calor sensível necessária para aquecer uma barra de ferro de 2kg de 20°C para 200 °C? Dado: calor específico do ferro = 0,119cal/g°C.

$$2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta$$

$$Q = 0,119 \cdot 2000 \cdot (200 - 20)$$

$$Q = 0,119 \cdot 2000 \cdot 180$$

$$Q = 42840 \text{ cal} = 42,84 \text{ kcal}$$

Calor latente

Nem toda a troca de calor existente na natureza se detém a modificar a temperatura dos corpos. Em alguns casos há mudança de estado físico destes corpos. Neste caso, chamamos a quantidade de calor calculada de calor latente.

A quantidade de calor latente (Q) é igual ao produto da massa do corpo (m) e de uma constante de proporcionalidade (L).

Assim:

$$Q_L = m \cdot L$$

A constante de proporcionalidade é chamada calor latente de mudança de fase e se refere a quantidade de calor que 1 g da substância calculada necessita para mudar de uma fase para outra.

Além de depender da natureza da substância, este valor numérico depende de cada mudança de estado físico.

Por exemplo, para a água:

Calor latente de fusão	L_F	80cal/g
Calor latente de vaporização	L_V	540cal/g
Calor latente de solidificação	L_S	-80cal/g
Calor latente de condensação	L_C	-540cal/g

Quando:

$Q > 0$: o corpo funde ou vaporiza.

$Q < 0$: o corpo solidifica ou condensa.

Exemplo:

Qual a quantidade de calor necessária para que um litro de água vaporize? Dado: densidade da água = 1g/cm^3 e calor latente de vaporização da água = 540 cal/g .

$$1\text{ litro} = 1\text{ dm}^3 = 10^3\text{ cm}^3$$

$$d = \frac{m}{v}$$

$$m = d \cdot v$$

$$m = 1 \cdot 10^3\text{ g}$$

$$m = 10^3\text{ g}$$

Assim:

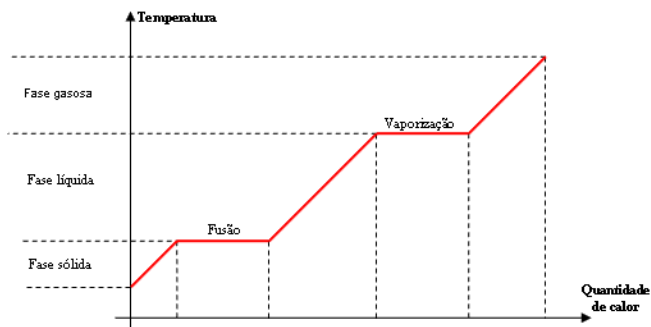
$$Q_L = m \cdot L_V$$

$$Q_L = 10^3 \cdot 540$$

$$Q_L = 540000\text{ cal} = 540\text{ kcal}$$

Curva de aquecimento

Ao estudarmos os valores de calor latente, observamos que estes não dependem da variação de temperatura. Assim podemos elaborar um gráfico de temperatura em função da quantidade de calor absorvida. Chamamos este gráfico de Curva de Aquecimento:



Trocas de Calor

Para que o estudo de trocas de calor seja realizado com maior precisão, este é realizado dentro de um aparelho chamado calorímetro, que consiste em um recipiente fechado incapaz de trocar calor com o ambiente e com seu interior.

Dentro de um calorímetro, os corpos colocados trocam calor até atingir o equilíbrio térmico. Como os corpos não trocam calor com o calorímetro e nem com o meio em que se encontram, toda a energia térmica passa de um corpo ao outro.

Como, ao absorver calor $Q > 0$ e ao transmitir calor $Q < 0$, a soma de todas as energias térmicas é nula, ou seja:

$$\Sigma Q = 0$$

(lê-se que somatório de todas as quantidades de calor é igual a zero)

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = 0$$

Sendo que as quantidades de calor podem ser tanto sensível como latente.

Exemplo:

Qual a temperatura de equilíbrio entre uma bloco de alumínio de 200g à 20°C mergulhado em um litro de água à 80°C ? Dados calor específico: água = $1\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ e alumínio = $0,219\text{ cal/g}^\circ\text{C}$.

$$Q_{\text{ALUMÍNIO}} + Q_{\text{ÁGUA}} = 0$$

$$c_A m_A \Delta \theta_A + c_{\text{ÁGUA}} m_{\text{ÁGUA}} \Delta \theta_{\text{ÁGUA}} = 0$$

$$0,219 \cdot 200 \cdot (\theta - 20) + 1 \cdot 1000 \cdot (\theta - 80) = 0$$

$$43,80\theta - 876 + 1000\theta - 80000 = 0$$

$$1043,80\theta = 80876$$

$$\theta = \frac{80876}{1043,80}$$

$$\theta = 77,48^\circ\text{C}$$

Repare que, neste exemplo, consideramos a massa da água como 1000g, pois temos 1 litro de água.

Capacidade térmica

É a quantidade de calor que um corpo necessita receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade.

Então, pode-se expressar esta relação por:

$$C = \frac{Q}{\Delta \theta}$$

$$C = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \theta}{\Delta \theta}$$

$$C = m \cdot c$$

Sua unidade usual é cal/°C.

A capacidade térmica de 1g de água é de 1cal/°C já que seu calor específico é 1cal/g.°C.

Transmissão de Calor

Em certas situações, mesmo não havendo o contato físico entre os corpos, é possível sentir que algo está mais quente. Como quando chega-se perto do fogo de uma lareira. Assim, concluímos que de alguma forma o calor emana desses corpos “mais quentes” podendo se propagar de diversas maneiras.

Como já vimos anteriormente, o fluxo de calor acontece no sentido da maior para a menor temperatura.

Este trânsito de energia térmica pode acontecer pelas seguintes maneiras:

condução;
convecção;
irradiação.

Fluxo de Calor

Para que um corpo seja aquecido, normalmente, usa-se uma fonte térmica de potência constante, ou seja, uma fonte capaz de fornecer uma quantidade de calor por unidade de tempo.

Definimos fluxo de calor (Φ) que a fonte fornece de maneira constante como o quociente entre a quantidade de calor (Q) e o intervalo de tempo de exposição (Δt):

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Sendo a unidade adotada para fluxo de calor, no sistema internacional, o Watt (W), que corresponde a Joule por segundo, embora também sejam muito usada a unidade caloria/segundo (cal/s) e seus múltiplos: caloria/minuto (cal/min) e quilocaloria/segundo (kcal/s).

Exemplo:

Uma fonte de potência constante igual a 100W é utilizada para aumentar a temperatura 100g de mercúrio 30°C. Sendo o calor específico do mercúrio 0,033cal/g.°C e 1cal=4,186J, quanto tempo a fonte demora para realizar este aquecimento?

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta$$

$$Q = 100 \cdot 0,033 \cdot 30$$

$$Q = 99 \text{ cal}$$

$$Q = 99 \text{ cal} \cdot \frac{4,187 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 414,513 \text{ J}$$

Aplicando a equação do fluxo de calor:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{Q}{\Phi}$$

$$\Delta t = \frac{414,513 \text{ J}}{100 \frac{\text{J}}{\text{s}}}$$

$$\Delta t = 4,145 \text{ s}$$

Condução Térmica

É a situação em que o calor se propaga através de um «condutor». Ou seja, apesar de não estar em contato direto com a fonte de calor um corpo pode ser modificar sua energia térmica se houver condução de calor por outro corpo, ou por outra parte do mesmo corpo.

Por exemplo, enquanto cozinha-se algo, se deixarmos uma colher encostada na panela, que está sobre o fogo, depois de um tempo ela esquentará também.

Este fenômeno acontece, pois, ao aquecermos a panela, suas moléculas começam a agitar-se mais, como a panela está em contato com a colher, as moléculas em agitação maior provocam uma agitação nas moléculas da colher, causando aumento de sua energia térmica, logo, o aquecimento dela.

Também é por este motivo que, apesar de apenas a parte inferior da panela estar diretamente em contato com o fogo, sua parte superior também esquenta.

Convecção Térmica

A convecção consiste no movimento dos fluidos, e é o princípio fundamental da compreensão do vento, por exemplo.

O ar que está nas planícies é aquecido pelo sol e pelo solo, assim ficando mais leve e subindo. Então as massas de ar que estão nas montanhas, e que está mais frio que o das planícies, toma o lugar vago pelo ar aquecido, e a massa aquecida se desloca até os lugares mais altos, onde resfriam. Estes movimentos causam, entre outros fenômenos naturais, o vento.

Formalmente, convecção é o fenômeno no qual o calor se propaga por meio do movimento de massas fluidas de densidades diferentes.

Irradiação Térmica

É a propagação de energia térmica que não necessita de um meio material para acontecer, pois o calor se propaga através de ondas eletromagnéticas.

Imagine um forno microondas. Este aparelho aquece os alimentos sem haver contato com eles, e ao contrário do forno à gás, não é necessário que ele aqueça o ar. Enquanto o alimento é aquecido há uma emissão de microondas que fazem sua energia térmica aumentar, aumentando a temperatura.

O corpo que emite a energia radiante é chamado emissor ou radiador e o corpo que recebe, o receptor.

Estudo dos gases

Com exceção dos gases nobres, que são formados por átomos isolados a maioria dos gases são compostos moleculares. Fisicamente, os gases possuem grande capacidade de compressão e expansão, não possuindo nem forma nem volume definidos, pois ocupam o volume a forma do recipiente que os contém.

Há uma diferença entre gás e vapor: o vapor é capaz de existir em equilíbrio com a substância em estado líquido e até mesmo sólido; o gás, por sua vez, é um estado fluido impossível de se liquefazer.

Gases

Gases são fluidos no estado gasoso. A característica que os difere dos fluidos líquidos é que, quando colocados em um recipiente, estes têm a capacidade de ocupá-lo totalmente. A maior parte dos elementos químicos não-metálicos conhecidos são encontrados no seu estado gasoso, em temperatura ambiente.

As moléculas do gás, ao se movimentarem, colidem com as outras moléculas e com as paredes do recipiente onde se encontram, exercendo uma pressão, chamada de pressão do gás.

Esta pressão tem relação com o volume do gás e a temperatura absoluta.

Ao ter a temperatura aumentada, as moléculas do gás aumentam sua agitação, provocando mais colisões.

Ao aumentar o volume do recipiente, as moléculas tem mais espaço para se deslocar, logo, as colisões diminuem, diminuindo a pressão.

Utilizando os princípios da mecânica Newtoniana é possível estabelecer a seguinte relação:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{m \cdot v^2}{V}$$

Onde:

p=pressão

m=massa do gás

v=velocidade média das moléculas

V=volume do gás.

Gás perfeito ou ideal

É considerado um gás perfeito quando são presentes as seguintes características:

o movimento das moléculas é regido pelos princípios da mecânica Newtoniana;

os choques entre as moléculas são perfeitamente elásticos, ou seja, a quantidade de movimento é conservada;

não há atração e nem repulsão entre as moléculas;

o volume de cada molécula é desprezível quando comparado com o volume total do gás.

Energia cinética de um gás

Devido às colisões entre si e com as paredes do recipiente, as moléculas mudam a sua velocidade e direção, ocasionando uma variação de energia cinética de cada uma delas. No entanto, a energia cinética média do gás permanece a mesma.

Novamente utilizando-se conceitos da mecânica Newtoniana estabelece-se:

$$E_c = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Onde:

n=número molar do gás (nº de mols)

R=constante universal dos gases perfeitos (R=8,31J/mol.K)

T=temperatura absoluta (em Kelvin)

O número de mols do gás é calculado utilizando-se sua massa molar, encontrado em tabelas periódicas e através da constante de Avogadro.

$$C_A = 6,02 \cdot 10^{23}$$

Utilizando-se da relação que em 1mol de moléculas de uma substância há $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas desta substância.

Transformação Isotérmica

A palavra isotérmica se refere à mesma temperatura. Logo, uma transformação isotérmica de um gás ocorre quando a temperatura inicial é conservada.

A lei física que expressa essa relação é conhecida com Lei de Boyle e é matematicamente expressa por:

$$p \cdot V = K_1$$

Onde:

p=pressão

V=volume

K_1 =constante que depende da massa, temperatura e natureza do gás.

Como esta constante é a mesma para um mesmo gás, ao ser transformado, é válida a relação:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3$$

Exemplo:

Certo gás contido em um recipiente de 1m^3 com êmbolo exerce uma pressão de 250Pa . Ao ser comprimido isotermicamente a um volume de $0,6\text{m}^3$ qual será a pressão exercida pelo gás?

$$\begin{aligned}p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \\250 \cdot 1 &= p_2 \cdot 0,6 \\p_2 &= \frac{250}{0,6} = 416,6\text{Pa}\end{aligned}$$

Transformação Isobárica

Analogamente à transformação isotérmica, quando há uma transformação isobárica, a pressão é conservada.

Regida pela Lei de Charles e Gay-Lussac, esta transformação pode ser expressa por:

$$V = K_2 \cdot T$$

Onde:

V=volume;

T=temperatura absoluta;

K_2 =constante que depende da pressão, massa e natureza do gás.

Assim, quando um mesmo gás muda de temperatura ou volume, é válida a relação:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

Exemplo:

Um gás de volume $0,5\text{m}^3$ à temperatura de 20°C é aquecido até a temperatura de 70°C . Qual será o volume ocupado por ele, se esta transformação acontecer sob pressão constante?

É importante lembrarmos que a temperatura considerada deve ser a temperatura absoluta do gás (escala Kelvin) assim, o primeiro passo para a resolução do exercício é a conversão de escalas termométricas:

Lembrando que:

$$\begin{aligned}T(K) &= \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \\T(K) &= 20 + 273 = 293\text{K}\end{aligned}$$

$$T(K) = 70 + 273 = 343\text{K}$$

Então:

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{T_1} &= \frac{V_2}{T_2} \\ \frac{0,5}{293} &= \frac{V_2}{343} \\ \frac{0,5 \cdot 343}{293} &= V_2 \\ V_2 &= 0,58\text{m}^3\end{aligned}$$

Transformação Isométrica

A transformação isométrica também pode ser chamada isocórica e assim como nas outras transformações vistas, a isométrica se baseia em uma relação em que, para este caso, o volume se mantém.

Regida pela Lei de Charles, a transformação isométrica é matematicamente expressa por:

$$p = K_3 \cdot T$$

Onde:

p=pressão;

T=temperatura absoluta do gás;

K_3 =constante que depende do volume, massa e da natureza do gás.;

Como para um mesmo gás, a constante K_3 é sempre a mesma, garantindo a validade da relação:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$$

Exemplo:

Um gás que se encontra à temperatura de 200K é aquecido até 300K , sem mudar de volume. Se a pressão exercida no final do processo de aquecimento é 1000Pa , qual era a pressão inicial?

$$\begin{aligned}\frac{p_1}{200} &= \frac{1000}{300} \\ p_1 &= \frac{1000 \cdot 200}{300} = 666,67\text{Pa}\end{aligned}$$

Equação de Clapeyron

Relacionando as Leis de Boyle, Charles Gay-Lussac e de Charles é possível estabelecer uma equação que relacione as variáveis de estado: pressão (p), volume (V) e temperatura absoluta (T) de um gás.

Esta equação é chamada Equação de Clapeyron, em homenagem ao físico francês Paul Emile Clapeyron que foi quem a estabeleceu.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Onde:

p=pressão;

V=volume;

n=nº de mols do gás;

R=constante universal dos gases perfeitos;

T=temperatura absoluta.

Exemplo:

(1) Qual é o volume ocupado por um mol de gás perfeito submetido à pressão de 5000N/m², a uma temperatura igual a 50°C?

Dado: 1atm=100000N/m² e $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \ell}{\text{mol} \cdot K}$

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$$

$$T(K) = 50 + 273 = 323K$$

$$p = 5000 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{1atm}{100000 \frac{N}{m^2}} = 0,05atm$$

Substituindo os valores na equação de Clapeyron:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

$$V = \frac{1 \cdot 0,082 \cdot 323}{0,05} = 529,72\ell$$

Lei geral dos gases perfeitos

Através da equação de Clapeyron é possível obter uma lei que relaciona dois estados diferentes de uma transformação gasosa, desde que não haja variação na massa do gás.

Considerando um estado (1) e (2) onde:

$$(1) : p_1; V_1; T_1$$

$$(2) : p_2; V_2; T_2$$

Através da lei de Clapeyron:

$$(1) : p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = n \cdot R$$

$$(2) : p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$$

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = n \cdot R$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

esta equação é chamada Lei geral dos gases perfeitos.

Termodinâmica

A Termodinâmica é a parte da Física que estuda principalmente a transformação de energia térmica em trabalho.

A utilização direta desses princípios em motores de combustão interna ou externa, faz dela uma importante teoria para os motores de carros, caminhões e tratores, nas turbinas com aplicação em aviões, etc.

Energia Interna

As partículas de um sistema têm vários tipos de energia, e a soma de todas elas é o que chamamos Energia interna de um sistema.

Para que este somatório seja calculado, são consideradas as energias cinéticas de agitação, potencial de agregação, de ligação e nuclear entre as partículas.

Nem todas estas energias consideradas são térmicas. Ao ser fornecida a um corpo energia térmica, provoca-se uma variação na energia interna deste corpo. Esta variação é no que se baseiam os princípios da termodinâmica.

Se o sistema em que a energia interna está sofrendo variação for um gás perfeito, a energia interna será resumida na energia de translação de suas partículas, sendo calculada através da Lei de Joule:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Onde:

U: energia interna do gás;

n: número de mol do gás;

R: constante universal dos gases perfeitos;

T: temperatura absoluta (kelvin).

Como, para determinada massa de gás, n e R são constantes, a variação da energia interna dependerá da variação da temperatura absoluta do gás, ou seja,

Quando houver aumento da temperatura absoluta ocorrerá uma variação positiva da energia interna $\Delta U > 0$.

Quando houver diminuição da temperatura absoluta, há uma variação negativa de energia interna $\Delta U < 0$.

E quando não houver variação na temperatura do gás, a variação da energia interna será igual a zero $\Delta U = 0$.

Conhecendo a equação de Clepeyron, é possível compará-la a equação descrita na Lei de Joule, e assim obteremos:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

$$\frac{2}{3} U = n \cdot R \cdot T$$

$$\frac{2}{3} U = p \cdot V$$

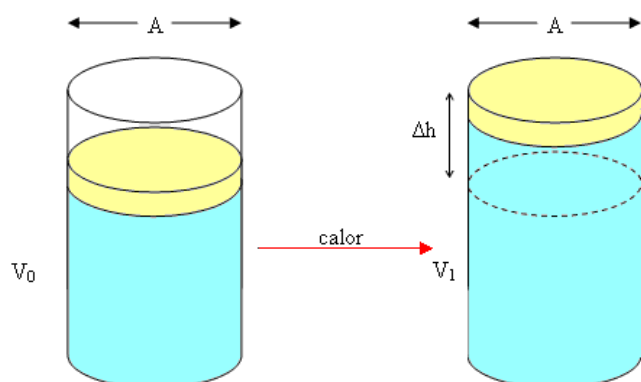
$$U = \frac{3}{2} p \cdot V$$

Trabalho

Trabalho de um gás

Considere um gás de massa m contido em um cilindro com área de base A , provido de um êmbolo.

Ao ser fornecida uma quantidade de calor Q ao sistema, este sofrerá uma expansão, sob pressão constante, como é garantido pela Lei de Gay-Lussac, e o êmbolo será deslocado.



Assim como para os sistemas mecânicos, o trabalho do sistema será dado pelo produto da força aplicada no êmbolo com o deslocamento do êmbolo no cilindro:

$$\tau = F \cdot \Delta h$$

Mas:

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p \cdot A = F$$

Então:

$$\tau = p \cdot A \cdot \Delta h$$

Mas:

$$\Delta V = A \cdot \Delta h$$

Então:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

$$\tau = p \cdot (V_f - V_0)$$

Assim, o trabalho realizado por um sistema, em uma transformação com pressão constante, é dado pelo produto entre a pressão e a variação do volume do gás.

Quando:

o volume aumenta no sistema, o trabalho é positivo, ou seja, é realizado sobre o meio em que se encontra (como por exemplo empurrando o êmbolo contra seu próprio peso);

o volume diminui no sistema, o trabalho é negativo, ou seja, é necessário que o sistema receba um trabalho do meio externo;

o volume não é alterado, não há realização de trabalho pelo sistema.

Exemplo:

(1) Um gás ideal de volume 12m^3 sofre uma transformação, permanecendo sob pressão constante igual a 250Pa . Qual é o volume do gás quando o trabalho realizado por ele for 2kJ ?

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

$$\tau = p \cdot (V - V_0)$$

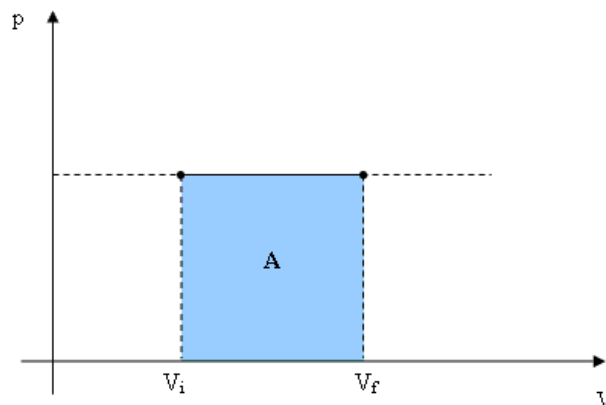
$$\frac{\tau}{p} + V_0 = V$$

$$\frac{2000}{250} + 12 = V$$

$$V = 20\text{m}^3$$

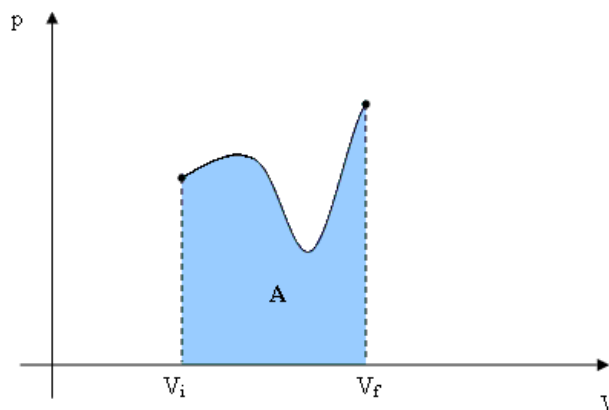
Diagrama $p \times V$

É possível representar a transformação isobárica de um gás através de um diagrama pressão por volume:



Comparando o diagrama à expressão do cálculo do trabalho realizado por um gás $\tau = p \cdot \Delta V$, é possível verificar que o trabalho realizado é numericamente igual à área sob a curva do gráfico (em azul na figura).

Com esta verificação é possível encontrar o trabalho realizado por um gás com pressão variável durante sua transformação, que é calculado usando esta conclusão, através de um método de nível acadêmico de cálculo integral, que consiste em uma aproximação dividindo toda a área sob o gráfico em pequenos retângulos e trapézios.



1ª Lei da Termodinâmica

Chamamos de 1ª Lei da Termodinâmica o princípio da conservação de energia aplicada à termodinâmica, o que torna possível prever o comportamento de um sistema gasoso ao sofrer uma transformação termodinâmica.

Analisando o princípio da conservação de energia ao contexto da termodinâmica:

Um sistema não pode criar ou consumir energia, mas apenas armazená-la ou transferi-la ao meio onde se encontra, como trabalho, ou ambas as situações simultaneamente, então, ao receber uma quantidade Q de calor, esta poderá realizar um trabalho τ e aumentar a energia interna do sistema ΔU , ou seja, expressando matematicamente:

$$Q = \tau + \Delta U$$

Sendo todas as unidades medidas em Joule (J).

Conhecendo esta lei, podemos observar seu comportamento para cada uma das grandezas apresentadas:

Calor	Trabalho	Energia Interna	$Q/\tau/\Delta U$
Recebe	Realiza	Aumenta	>0
Cede	Recebe	Diminui	<0
não troca	não realiza e nem recebe	não varia	$=0$

Exemplo:

(1) Ao receber uma quantidade de calor $Q=50J$, um gás realiza um trabalho igual a $12J$, sabendo que a Energia interna do sistema antes de receber calor era $U=100J$, qual será esta energia após o recebimento?

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$50 = 12 + (U - 100)$$

$$50 = 12 - 100 + U$$

$$U = 138J$$

2ª Lei da Termodinâmica

Dentre as duas leis da termodinâmica, a segunda é a que tem maior aplicação na construção de máquinas e utilização na indústria, pois trata diretamente do rendimento das máquinas térmicas.

Dois enunciados, aparentemente diferentes ilustram a 2ª Lei da Termodinâmica, os enunciados de Clausius e Kelvin-Planck:

Enunciado de Clausius:

O calor não pode fluir, de forma espontânea, de um corpo de temperatura menor, para um outro corpo de temperatura mais alta.

Tendo como consequência que o sentido natural do fluxo de calor é da temperatura mais alta para a mais baixa, e que para que o fluxo seja inverso é necessário que um agente externo realize um trabalho sobre este sistema.

Enunciado de Kelvin-Planck:

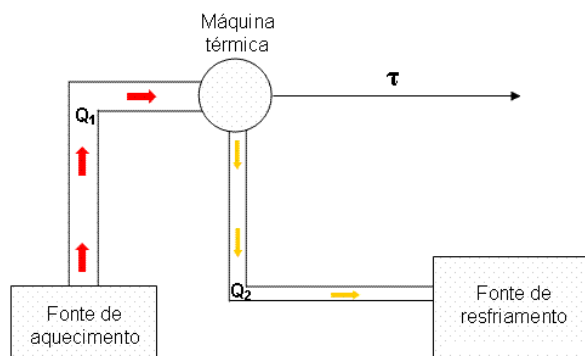
É impossível a construção de uma máquina que, operando em um ciclo termodinâmico, converta toda a quantidade de calor recebido em trabalho.

Este enunciado implica que, não é possível que um dispositivo térmico tenha um rendimento de 100%, ou seja, por menor que seja, sempre há uma quantidade de calor que não se transforma em trabalho efetivo.

Máquinas térmicas

As máquinas térmicas foram os primeiros dispositivos mecânicos a serem utilizados em larga escala na indústria, por volta do século XVIII. Na forma mais primitiva, era usado o aquecimento para transformar água em vapor, capaz de movimentar um pistão, que por sua vez, movimentava um eixo que tornava a energia mecânica utilizável para as indústrias da época.

Chamamos máquina térmica o dispositivo que, utilizando duas fontes térmicas, faz com que a energia térmica se converta em energia mecânica (trabalho).



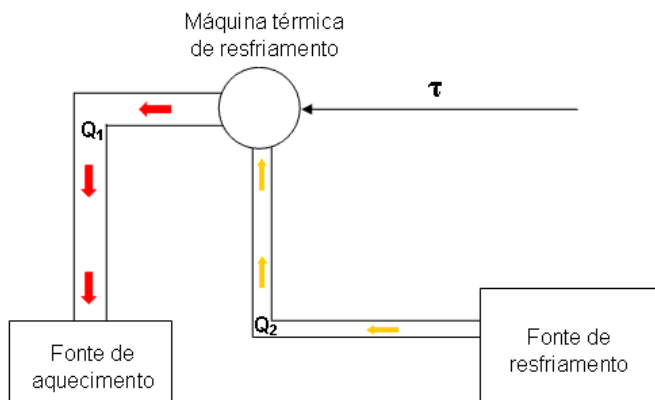
A fonte térmica fornece uma quantidade de calor (Q_1) que no dispositivo transforma-se em trabalho (τ) mais uma quantidade de calor que não é capaz de ser utilizado como trabalho (Q_2).

Assim é válido que:

$$|\tau| = |Q_1| - |Q_2|$$

Utiliza-se o valor absolutos das quantidade de calor pois, em uma máquina que tem como objetivo o resfriamento, por exemplo, estes valores serão negativos.

Neste caso, o fluxo de calor acontece da temperatura menor para o a maior. Mas conforme a 2ª Lei da Termodinâmica, este fluxo não acontece espontaneamente, logo é necessário que haja um trabalho externo, assim:



Rendimento das máquinas térmicas

Podemos chamar de rendimento de uma máquina a relação entre a energia utilizada como forma de trabalho e a energia fornecida:

Considerando:

η = rendimento;

τ = trabalho convertido através da energia térmica fornecida;

Q_1 = quantidade de calor fornecida pela fonte de aquecimento;

Q_2 = quantidade de calor não transformada em trabalho.

$$\eta = \frac{\tau}{|Q_1|}$$

Mas como constatado:

$$\tau = |Q_1| - |Q_2|$$

logo, podemos expressar o rendimento como:

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|}$$

O valor mínimo para o rendimento é 0 se a máquina não realizar nenhum trabalho, e o máximo 1, se fosse possível que a máquina transformasse todo o calor recebido em trabalho, mas como visto, isto não é possível. Para sabermos este rendimento em percentual, multiplica-se o resultado obtido por 100%.

Exemplo:

Um motor à vapor realiza um trabalho de 12kJ quando lhe é fornecido uma quantidade de calor igual a 23kJ. Qual a capacidade percentual que o motor tem de transformar energia térmica em trabalho?

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{12000}{23000} \cdot 100\%$$

$$\eta = 0,5217 \cdot 100\%$$

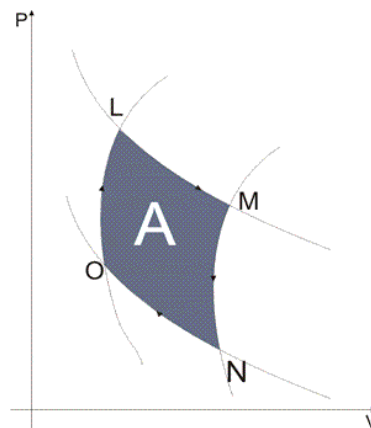
$$\eta = 52,17\%$$

Ciclo de Carnot

Até meados do século XIX, acreditava-se ser possível a construção de uma máquina térmica ideal, que seria capaz de transformar toda a energia fornecida em trabalho, obtendo um rendimento total (100%).

Para demonstrar que não seria possível, o engenheiro francês Nicolas Carnot (1796-1832) propôs uma máquina térmica teórica que se comportava como uma máquina de rendimento total, estabelecendo um ciclo de rendimento máximo, que mais tarde passou a ser chamado Ciclo de Carnot.

Este ciclo seria composto de quatro processos, independente da substância:



Uma expansão isotérmica reversível. O sistema recebe uma quantidade de calor da fonte de aquecimento (L-M)

Uma expansão adiabática reversível. O sistema não troca calor com as fontes térmicas (M-N)

Uma compressão isotérmica reversível. O sistema cede calor para a fonte de resfriamento (N-O)

Uma compressão adiabática reversível. O sistema não troca calor com as fontes térmicas (O-L)

Numa máquina de Carnot, a quantidade de calor que é fornecida pela fonte de aquecimento e a quantidade cedida à fonte de resfriamento são proporcionais às suas temperaturas absolutas, assim:

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$$

Assim, o rendimento de uma máquina de Carnot é:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$$

Logo:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Sendo:

T_2 = temperatura absoluta da fonte de resfriamento

T_1 = temperatura absoluta da fonte de aquecimento

Com isto se conclui que para que haja 100% de rendimento, todo o calor vindo da fonte de aquecimento deverá ser transformado em trabalho, pois a temperatura absoluta da fonte de resfriamento deverá ser OK.

Partindo daí conclui-se que o zero absoluto não é possível para um sistema físico.

Exemplo:

Qual o rendimento máximo teórico de uma máquina à vapor, cujo fluido entra a 560°C e abandona o ciclo a 200°C?

MATÉRIA E RADIAÇÃO: MODELOS ATÔMICOS E AS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS (TÉRMICAS, ELÉTRICAS, MAGNÉTICAS, ETC.) ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO (DAS ONDAS DE RÁDIO AOS RAIOS γ) E SUAS TECNOLOGIAS (RADAR, RÁDIO, FORNO DE MICRO-ONDAS, TOMOGRAFIA, ETC.) RADIAÇÕES E MEIOS MATERIAIS (FOTOCÉLULAS, EMISSÃO E TRANSMISSÃO DE LUZ, TELAS DE MONITORES, RADIOGRAFIAS) POTÊNCIAS DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NATUREZA CORPUSCULAR DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS TRANSFORMAÇÕES NUCLEARES E RADIOATIVIDADES

Estrutura da Matéria - Modelo Atômico

Toda matéria é formada por partículas muito pequenas. Essas partículas chamamos de átomo.

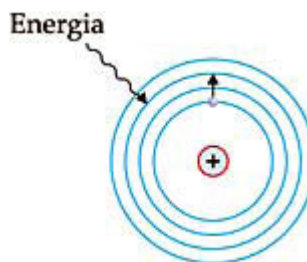
ÁTOMO – É uma partícula indivisível.

Distinguímos duas regiões nos átomos:

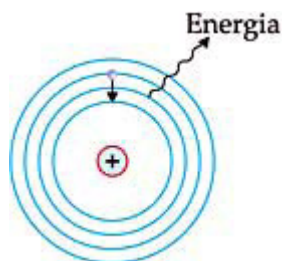
- uma com carga elétrica positiva, e muito pesada, que concentra quase todo o peso do átomo: é chamada núcleo.
- uma região ocupada por elétrons, que giram ao redor do núcleo.

c) O modelo proposto por Rutherford foi aperfeiçoado por Bohr. Baseando-se nos estudos feitos em relação ao espectro do átomo de hidrogênio e na teoria proposta por Planck em 1900 (Teoria Quântica), segundo a qual a energia não é emitida em forma contínua, mas em "pacotes", denominados quanta de energia. Foram propostos os seguintes postulados:

- Na eletrosfera, os elétrons descrevem sempre órbitas circulares ao redor do núcleo, chamadas de camadas ou níveis de energia.
- Cada camada ocupada por um elétron possui um valor determinado de energia (estado estacionário).
- Os elétrons só podem ocupar os níveis que tenham uma determinada quantidade de energia, não sendo possível ocupar estados intermediários.
- Ao saltar de um nível para outro mais externo, os elétrons absorvem uma quantidade definida de energia (quantum de energia).



5. Ao retornar ao nível mais interno, o elétron emite um quantum de energia (igual ao absorvido em intensidade), na forma de luz de cor definida ou outra radiação eletromagnética (fóton).



6. Cada órbita é denominada de estado estacionário e pode ser designada por letras K, L, M, N, O, P, Q. As camadas podem apresentar:

K = 2 elétrons

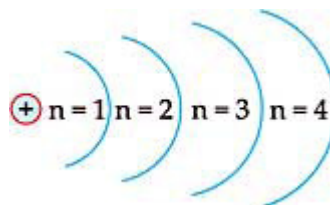
L = 8 elétrons

M = 18 elétrons

N = 32 elétrons

O = 32 elétrons P = 18 elétrons Q = 2 elétrons

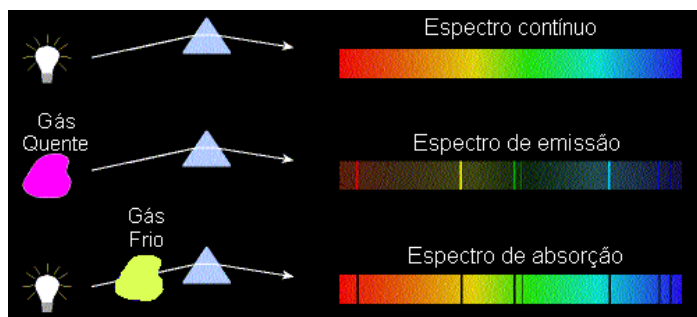
7. Cada nível de energia é caracterizado por um número quântico (n), que pode assumir valores inteiros: 1, 2, 3, etc.



Nem toda a luz que uma estrela emite chega até nós. E a parte que não chega, nos permite inferir sobre sua composição química e sua temperatura superficial

O que ocorre é que parte da luz que a estrela emite é absorvida pelo gás nas camadas mais frias da estrela.

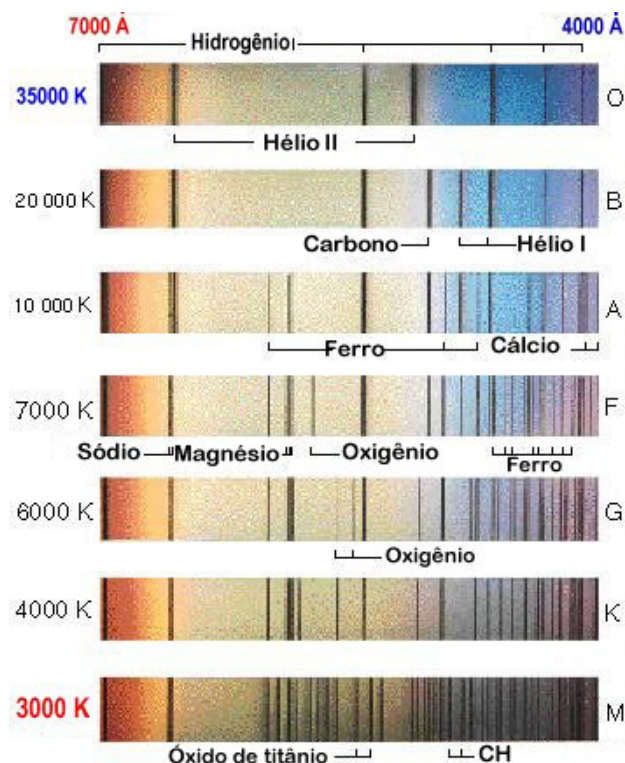
Muitos elementos absorvem e emitem mais luz em uma determinada temperatura; portanto, a essa temperatura, suas linhas de absorção e de emissão são mais fortes. Daí, conhecendo as linhas de absorção de cada átomo, podemos obter informação sobre a composição e a temperatura da estrela.



Leis de Kirchhoff do estudo dos espectros.

FONTE: astro.if.ufrgs.br

Então, com base em seu espectro de absorção, as estrelas são divididas em classes espectrais, que também são classes de temperaturas.



Agora que entendemos que a luz apresenta tanto características corpusculares quanto ondulatórias, podemos estudar a interação da Luz com a matéria – algo que também tem implicações astronômicas.

Absorção da luz

Os fótons de luz incidente são absorvidos por átomos do meio em que a luz viaja, podendo ser reemitidos ou não.

A absorção depende basicamente de dois fatores: o meio no qual a luz está viajando e a energia dos fótons (lembrando que a energia está associada inversamente com o comprimento de onda e que, no óptico, isso é um indicativo da cor).

No caso de não haver reemissão dos fótons absorvidos, a energia carregada pelos fótons é convertida em outra forma de energia, que não luminosa.



**Os fótons são absorvidos pela nuvem.
A energia da nuvem aumenta.**

Fótons absorvidos por uma nuvem.

FONTE: Camila Debon.

Havendo reemissão, temos o fenômeno do espalhamento.

Espalhamento da luz

No espalhamento, os fótons que incidem em uma direção são espalhados ou desviados para outras direções.

Geralmente ocorrem absorção e espalhamento concomitantemente, ou seja, parte da energia do fóton é absorvida e parte é reemitida em outra direção.



Os fótons são absorvidos pela nuvem e reemitidos em várias direções. A energia da nuvem aumenta um pouco e a energia dos fótons espalhados é um pouco menor que a dos fótons incidentes.

Fótons espalhados por uma nuvem.

FONTE: Camila Debom.

Raio de luz

Na verdade o raio de luz é uma abstração, uma figura teórica a partir do qual estudamos os feixes de ondas eletromagnéticas que constituem a luz, os mesmos que podemos ver emitidos de qualquer lanterna.

A lanterna, o sol e até mesmo os vagalumes são fontes primárias de luz, ou seja, corpos que geram luz a partir de alguma transformação físico-química que ocorre neles mesmos. Há também os corpos que não possuem luz própria mas são capazes de refletir a luz gerada por outros corpos. Estes corpos são chamados de fontes de luz secundárias. A lua cheia iluminando a noite é o exemplo mais comum de uma fonte de luz secundária.

Meios de propagação

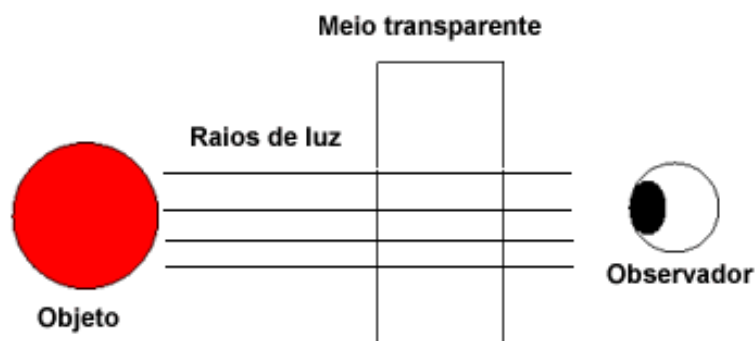
Uma vez que a fonte de luz emitiu um feixe luminoso, ele passa a se propagar à velocidade de 300.000 Km/s no vácuo. Só que a luz também se propaga por outros meios que não o vácuo. Esses outros meios de propagação da luz são classificados de acordo com o modo como interagem com o feixe de raios de luz que incide sobre eles.

Com base nisso, os meios de propagação da luz podem ser transparentes, translúcidos ou opacos.

Meio de propagação transparente

Transparentes são os meios de propagação que se deixam atravessar pelos raios de luz sem afetar a ordenação de seus feixes. O ar atmosférico é transparente e, por isto, invisível, já que a luz o atravessa quase como se ele não existisse (note-se o quase: a rigor, o único meio totalmente transparente é o vácuo, mas para todos os efeitos práticos podemos estender a definição para outros meios cujas interações com a luz sejam pequenas demais para ser percebidas a olho nu).

A figura que segue mostra um feixe de raios de luz atravessando um meio de propagação transparente.

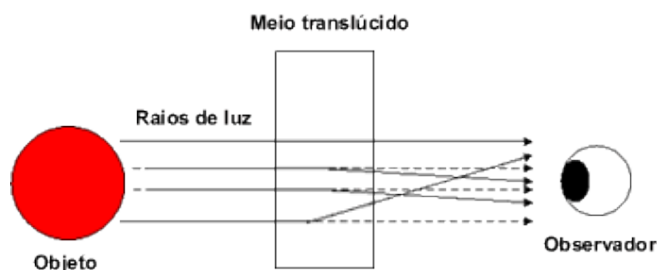


Meios transparentes são atravessados pelos raios luminosos sem afetar a orientação dos feixes. O observador enxerga a imagem do objeto vista através do corpo sem distorções.

Meio de propagação translúcido

Os meios translúcidos também se deixam atravessar pelos raios de luz, mas, ao contrário do que ocorre nos meios transparentes, esta passagem não se dá sem interações nas quais o meio afeta a orientação dos raios, fazendo com que objetos vistos através de meios translúcidos pareçam deformados.

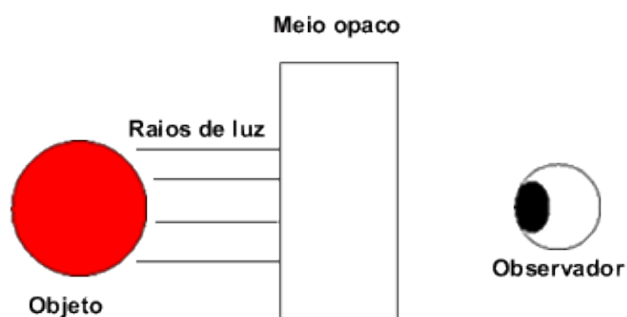
A figura abaixo representa o comportamento dos raios de luz através dos corpos translúcidos:



Meios translúcidos são atravessados pelos raios luminosos, mas afetam a orientação dos feixes. O observador enxerga uma imagem distorcida do objeto vista através do corpo.

Meio de propagação opaco

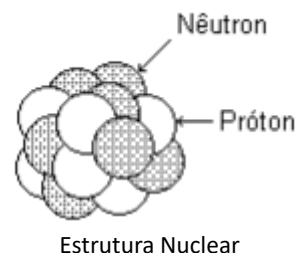
Meios opacos são impermeáveis à luz, o que significa que estes meios bloqueiam os raios luminosos, que não conseguem atravessá-lo. Nesse caso, não é possível a um observador ver objetos através dele, conforme a figura:



Os raios de luz não atravessam meios opacos e um observador não pode ver através deles.

Estrutura Nuclear

Características Gerais do Núcleo O raio de um núcleo típico é cerca de dez mil vezes menor que o raio do átomo ao qual pertence, mas contém mais de 99,9% da massa desse átomo. **Constituição** O núcleo atômico é composto de partículas chamadas núcleos. Existem duas espécies de núcleos: os prótons, com carga elétrica positiva, e os nêutrons, sem carga elétrica.



Um átomo é constituído de um núcleo extremamente pequeno, carregado positivamente, rodeado por uma nuvem de elétrons carregados negativamente. Embora tipicamente o núcleo seja menos de dez mil vezes menor que o átomo, o núcleo contém mais de 99,9% da massa do átomo! Os núcleos são constituídos de partículas carregadas positivamente chamadas prótons de outras eletricamente neutras, chamadas nêutrons. Essas partículas são mantidas agrupadas por uma força chamada força forte ou força nuclear. Esta força é muito maior que as forças familiares como a eletrostática que mantém os elétrons ligados aos núcleos, mas tem alcance limitado a pequenas distâncias, da ordem do tamanho do próton ou nêutron (cerca de 10-15 metros).

O número de prótons no núcleo, Z é chamado número atômico. Este número determina o elemento químico do átomo. O número de nêutrons no núcleo é denominado N . O número de massa do núcleo, A , é igual a $Z+N$. Um dado elemento químico pode ter vários isótopos, que diferem uns dos outros pelo número de nêutrons contidos no núcleo. Num átomo neutro, o número de elétrons orbitando o núcleo é igual ao número de prótons no núcleo. Como a carga elétrica do próton e do elétron são $+1$ e -1 respectivamente (em unidades da carga do elétron), a carga total do átomo é zero. Presentemente são conhecidos 112 elementos, desde o mais leve, o hidrogênio até o recentemente descoberto e ainda sem nome, elemento 112. Todos os elementos mais pesados que o urânio foram produzidos artificialmente pelo homem. Entre esses elementos, há cerca de 270 isótopos estáveis e mais de 2000 instáveis.

O núcleo do elemento da tabela periódica de número atômico Z é constituído de Z prótons e N nêutrons. No átomo neutro correspondente, existem, ao redor desse núcleo, Z elétrons. $A = N + Z$ é o número de núcleos ou, como também é chamado, número de massa. Um átomo de carbono 12 é composto de 6 prótons, 6 nêutrons e 6 elétrons. As massas nucleares são convenientemente expressas em unidades de massa atômica (u). Uma unidade de massa atômica é definida como sendo exatamente um doze avos da massa de um átomo de carbono 12. Em outras palavras, a massa de um átomo de carbono 12 é, por definição, exatamente 12 u .

As técnicas mais importantes para a determinação do raio nuclear estão baseadas na espalhamento de feixes de nêutrons ou de elétrons. Como os nêutrons não têm carga elétrica, eles não são influenciados pela interação coulombiana nem com os nêutrons nem com os prótons do núcleo. Contudo, como são influenciados pela interação nuclear tanto com os nêutrons quanto com os prótons do núcleo, os nêutrons espalhados sondam a distribuição de massa do núcleo. Por outro lado, os

elétrons não são influenciados pela interação nuclear nem com os nêutrons nem com os prótons do núcleo. Entretanto, como eles têm carga elétrica não nula, são influenciados pela interação coulombiana com os prótons do núcleo e sondam, portanto, a distribuição de carga do núcleo. O volume do núcleo é proporcional ao número de núcleos, de modo que o número de núcleos por unidade de volume, isto é, a densidade de núcleos, é constante. Além disso, como a massa de um próton é muito próxima da massa de um nêutron, a densidade de massa também é constante. E mais, como a interação nuclear forte é independente da carga elétrica, os prótons e os nêutrons devem estar distribuídos mais ou menos uniformemente no núcleo e disso conclui-se que a densidade de carga também é constante. Na verdade, nos núcleos com número de massa A grande, a densidade de carga na região central aparece diminuída devido à repulsão coulombiana entre os prótons. As formas de alguns núcleos afastam-se significativamente da forma esférica e devem ser consideradas elipsoidais ou, mesmo, com a forma de uma pera.

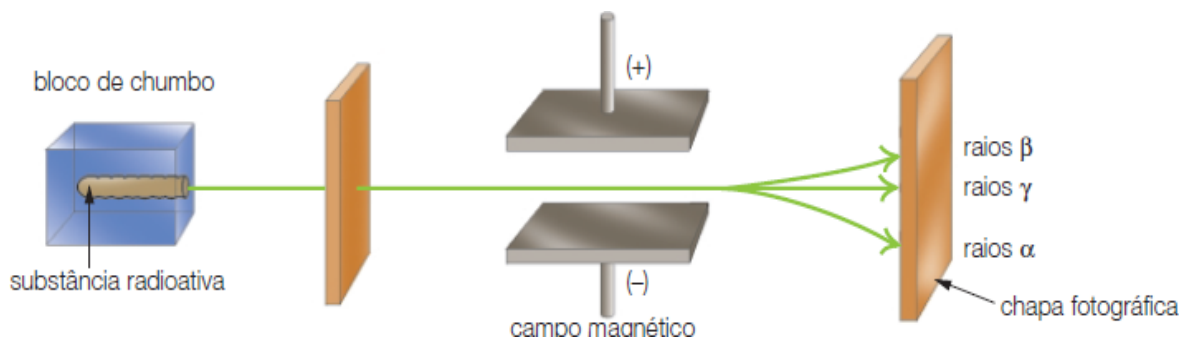
Radioatividade

Radioatividade (ou radiatividade) é a propriedade de determinados tipos de elementos químicos radioativos emitirem radiações, um fenômeno que acontece de forma natural ou artificial. A radioatividade natural ou espontânea ocorre através dos elementos radioativos encontrados na natureza (na crosta terrestre, atmosfera, etc.). Já a radioatividade artificial ocorre quando há uma transformação nuclear, através da união de átomos ou da fissão nuclear. A fissão nuclear é um processo observado em usinas nucleares ou em bombas atômicas.

Em 1896, o francês Henri Becquerel percebeu que um sal de urânio era capaz de sensibilizar um filme fotográfico, mesmo quando este era recoberto com papel preto ou até mesmo por lâminas metálicas finas. Becquerel, o descobridor do urânio, percebeu que esse material emitia radiações semelhantes aos raios X, e essa propriedade ele chamou radioatividade.

Em 1897, Marie Skłodowska Curie (1867-1934) demonstrou que a intensidade da radiação é proporcional à quantidade de urânio na amostra e concluiu que a radioatividade é um fenômeno atômico.

Nesse mesmo ano, Ernest Rutherford criou uma aparelhagem para estudar a ação de um campo eletromagnético sobre as radiações:



O esquema mostra o comportamento das radiações α , β e γ em um campo eletromagnético.

Rutherford concluiu que, como os raios alfa (α) e beta (β) sofrem desvio no campo magnético, devem apresentar carga elétrica, ao passo que os raios gama (γ) não a devem ter. Os raios β são atraídos pela placa positiva; devem, portanto, ter carga negativa. Com o mesmo raciocínio pode-se deduzir que os raios α têm carga positiva.

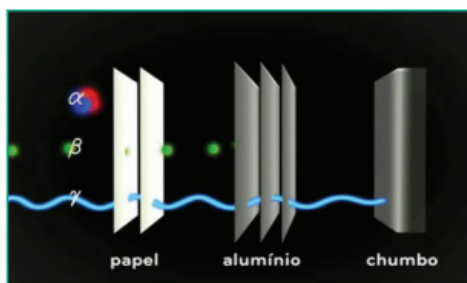
Os tipos de radiação que um elemento pode emanar são divididos, primeiramente, em duas formas: partículas ou ondas. Partículas possuem massa e ondas são apenas energia. Isso é devido aos elementos que compõem esses tipos de radiação. Na categoria das partículas, duas são as mais comuns: alfa e beta.

Partículas α (alfa): são partículas formadas por 2 prótons e 2 nêutrons – a mesma composição do Hélio – que são liberadas por elementos radioativos para fora de seu núcleo. Quando um átomo libera 2 prótons, muda seu número atômico e transforma-se em um novo elemento, além de diminuir sua massa atômica em 4. Esse processo irá se repetir até que o núcleo do átomo esteja suficientemente estável, transformando-se em um elemento que não é radioativo.

- Partículas β (beta): são elétrons disparados para fora do átomo, em forma de radiação, quando um próton se transforma em nêutron ou vice-versa. Com a conversão de um próton em nêutron há a mudança do seu número atômico e, conseqüentemente, a transformação em outro elemento menos radiativo. Quando o núcleo possui menos nêutrons do que deveria para ser estável, pode transformá-lo em um próton ou mudar a relação n/p e diminuir a instabilidade nuclear até alcançar um elemento não radioativo. Um átomo instável irá liberar partículas alfa ou beta como radiação, mas isso não é a única coisa emitida por um elemento radioativo. Em qualquer um dos casos será emitido um terceiro tipo de radiação.

Raios γ (gama): este tipo de radiação não possui massa, é uma onda eletromagnética, como muitos outros tipos de radiação, e é resultante do decaimento radioativo (liberação de partículas alfa ou beta). Em outras palavras, quando um átomo dispara uma partícula alfa ou beta, ainda continua instável, pois a emissão da partícula não foi suficiente para estabilizar o átomo. Esta instabilidade é reduzida pela emissão de raios gama, ou seja, energia pura.

As partículas alfa, como são formadas por um agrupamento de partículas, têm uma dimensão maior impedindo que ela atravesse mesmo materiais finos. As partículas beta conseguem atravessar materiais como o papel, mas são detidas pelo alumínio. E apenas as partículas gama conseguem atravessar boa parte dos materiais, mas não aqueles muito densos como o chumbo, por exemplo.



Para uma melhor compreensão segue o quadro abaixo:

Radiação	Alfa	Beta	Gama
Poder de ionização	Alto. A partícula alfa captura 2 elétrons do meio, se transformando em átomo de Hélio. (He)	Médio. Por possuírem carga elétrica menor possuem menos poder de ionização.	Pequeno. Não possuem carga.
Danos ao ser humano	Pequenos. São detidos pela camada de células mortas da pele, podendo no máximo causar queimaduras	Médio. Podem penetrar até 2cm e ionizar moléculas gerando radicais livres.	Alto. Pode atravessar completamente o corpo humano, causando danos irreparáveis como alteração na estrutura do DNA.
Velocidade	5% da velocidade da luz	95% da velocidade da luz	Igual a velocidade da luz 300000Km/s
Poder de penetração	Pequeno. Uma folha de papel pode deter	Médio. É 50 a 100 vezes mais penetrante que a alfa. São detidos por uma chapa de chumbo de 2mm.	Alto. Os raios gama são mais penetrantes que os raios São detidos por uma chapa de chumbo de 5cm

Benefícios da radioatividade

A radioatividade tem vários benefícios para o ser humano. Entre eles é importante realçar a sua utilização na produção de energia, na esterilização de materiais médicos, no diagnóstico de doenças e no controle do câncer, através da radioterapia.

Em alguns alimentos, mais concretamente nas frutas, a radiação iônica emitida sobre elas, permite que a sua durabilidade aumente. Essa radiação não altera o sabor e as qualidades nutritivas dos alimentos.

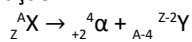
Leis da Radioatividade

1ª Lei: Lei de Soddy

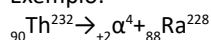
A primeira lei da radioatividade, também conhecida como primeira lei de Soddy, tem relação com o decaimento alfa. Veja o que essa lei diz:

“Quando um átomo sofre um decaimento alfa (α), o seu número atômico (Z) diminui duas unidades e o seu número de massa (A) diminui quatro unidades”.

Genericamente, podemos representar essa lei pela seguinte equação:



Exemplo:

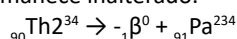


$$228 + 4 = 232$$

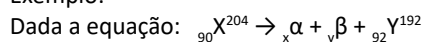
$$88 + 2 = 90$$

2ª Lei: Soddy, Fajans, Russel

Quando um átomo emite uma partícula β , o seu número atômico aumenta de 1 unidade e o seu número de massa permanece inalterado.

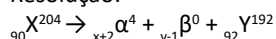


Exemplo:



Determinar x e y

Resolução:



Montamos duas equações:

a) uma para os índices superiores:

$$204 = 4x + 0y + 192$$

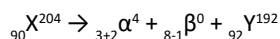
$$x = 3$$

b) uma para os índices inferiores:

$$90 = 2x + (-1)y + 92$$

$$90 = 2(3) - 1y + 92$$

$$y = 8$$



Isso acontece com todo elemento radioativo que emite uma partícula alfa, pois, conforme mostrado no texto Emissão alfa (α), essa partícula é constituída por dois prótons e dois nêutrons — de forma semelhante ao que ocorre com o núcleo de um átomo de hélio — e é representada por 24α .

Riscos Benefícios e Procedimentos Adequados Para Uso Das Radiações

No setor saúde, onde a radiação ionizante encontra o seu maior emprego e como consequência, a maior exposição em termos de dose coletiva, é também onde mais são realizadas pesquisas no sentido de se produzir o maior benefício com o menor risco possível.

Apesar dos esforços de alguns órgãos governamentais em difundir conhecimentos voltados para as atividades de Proteção Radiológica é ainda, de pouco domínio, mesmo entre os profissionais da área, o conhecimento a respeito dos efeitos maléficos produzidos por exposições que ultrapassam os limites permitidos.

Fontes de radiações ionizantes

Durante toda a vida, os seres humanos estão expostos diariamente aos efeitos das radiações ionizantes. Estas radiações podem ser de origem natural ou artificial.

Quanto à proteção radiológica, pouco podemos fazer para reduzir os efeitos das radiações de origem natural. No entanto, no que diz respeito às fontes artificiais, todo esforço deve ser direcionado a fim de controlar seus efeitos nocivos. É neste aspecto, que a proteção radiológica pode ter um papel importante.

Pode-se observar que a maior contribuição deve-se às irradiações médicas e, dentro desta categoria, o radiodiagnóstico é o que possui a maior porcentagem.



Devido à esta constatação, todo esforço deve ser direcionado no sentido de controlar e reduzir estes valores, o que pode ser atingido através da aplicação efetiva dos preceitos de proteção radiológica.

Proteção radiológica

Segundo a norma da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) é o conjunto de medidas que visam proteger o homem, seus descendentes e seu meio ambiente contra possíveis efeitos indevidos causados por radiação ionizante proveniente de fontes produzidas pelo homem e de fontes naturais modificadas tecnologicamente. Essas medidas estão fundamentadas em três princípios básicos:

- Justificação
- Otimização
- Limitação de doses individuais

Justificação da prática

Nenhuma prática deve ser autorizada a menos que produza suficiente benefício para o indivíduo exposto ou para a sociedade.

A exposição médica deve resultar em um benefício real para a saúde do indivíduo e/ou para a sociedade.

Deve-se considerar a eficácia, os benefícios e riscos de técnicas alternativas disponíveis com o mesmo objetivo, mas que envolvam menos ou nenhuma exposição a radiações ionizantes.

Otimização da proteção radiológica

O princípio da otimização implica em que as exposições devem manter o nível de radiação o mais baixo possível.

Esse princípio se aplica a todas as atividades que demandam exposições às radiações ionizantes. Tais atividades devem ser planejadas, analisando-se em detalhe o que se pretende fazer e como será feito.

A proteção radiológica é otimizada quando as exposições empregam a menor dose possível de radiação, sem que isso implique na perda de qualidade de imagem.

Limitação de doses individuais

As doses de radiação não devem ser superiores aos limites estabelecidos pelas normas de radioproteção de cada país.

Esse princípio não se aplica para limitação de dose ao paciente, mas sim para trabalhadores ocupacionalmente expostos à radiação ionizante e para o público em geral.

Incide sobre o indivíduo considerando todas as exposições, decorrentes de todas as práticas que o indivíduo possa estar exposto.

Exposições ocupacionais

Nas exposições ocupacionais normais, nas práticas abrangidas pela Portaria 453, o controle deve ser feito de maneira que:

- A dose efetiva anual não deve exceder 20mSv em qualquer período de 5 anos consecutivos, não podendo exceder 50mSv em um ano;

- Menores de 18 anos não podem trabalhar com raios-X diagnósticos, exceto em treinamentos;

Estudantes com idade entre 16 e 18 anos, em estágio de treinamento profissional a dose efetiva anual não deve exceder o valor de 6mSv;

- É proibida a exposição ocupacional de menores de 16 anos;

- A dose efetiva anual de indivíduos do público não deve exceder a 1mSv.

Para mulheres grávidas devem ser observados os requisitos adicionais:

- A gravidez deve ser notificada ao titular do serviço tão logo seja constatada;

- As condições de trabalho devem garantir que a dose na superfície do abdômen não exceda 2mSv durante todo o período restante da gravidez.

Métodos de redução de exposição às radiações

Os métodos descritos a seguir podem ser adotados visando a redução de exposição às radiações.

- Tempo, blindagem e distância;

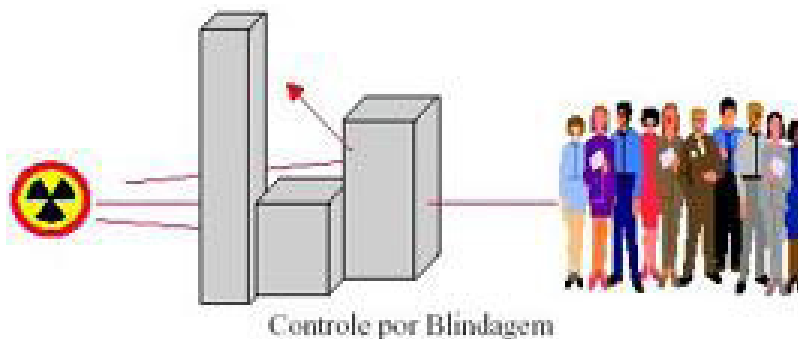
- Hábitos de trabalho;

- Sinalização;

- Monitoração.

Tempo, blindagem e distância

A redução do tempo de exposição ao mínimo necessário, para uma determinada técnica de exames, é a maneira mais prática para se reduzir a exposição à radiação ionizante e quanto mais distante da fonte de radiação, menor a intensidade do feixe.



Hábitos de trabalho

- Utilizar sempre as técnicas adequadas para cada tipo de exame, evitando a necessidade de repetição e reduzindo o efeito da radiação espalhada sobre o profissional das técnicas radiológicas;

- O Tecnólogo e o Técnico deverão sempre utilizar seu dosímetro pessoal durante a jornada de trabalho;

- Sempre posicionar-se atrás do biombo ou na cabine de comando durante a realização do exame;

- Usando aparelhos móveis de raios X o profissional das técnicas radiológicas deve aplicar, da melhor maneira os conceitos de radioproteção (tempo, blindagem e distância);

- Sempre utilizar acessórios plumbíferos e o dosímetro por fora do avental nos exames em que seja necessário permanecer próximo ao paciente;
- As portas de acesso de instalações fixas devem ser mantidas fechadas durante as exposições.

Sinalização



Monitoração

O uso do dosímetro individual por parte dos Tecnólogos e Técnicos constitui o principal meio de avaliação da eficiência de um programa de controle de dose estabelecido e dos procedimentos adotados no serviço de radiodiagnóstico.

O dosímetro individual é de uso exclusivo do usuário no serviço para o qual foi designado.

Procedimentos de proteção radiológica

Na utilização dos raios X nos procedimentos em radiodiagnóstico para atingir o objetivo radiológico, deve-se ter em mente que é o paciente que obtém o benefício do exame. Portanto todo meio de proteção radiológica deve ser utilizado para que as doses, principalmente nos trabalhadores, sejam tão baixas quanto razoavelmente exequíveis.

Proteção dos indivíduos ocupacionalmente expostos

- Efetuar rodízio na equipe durante os procedimentos de radiografia em leito e UTI;
- Utilizar sempre as técnicas adequadas para cada tipo de exame, evitando a necessidade de repetição, reduzindo o efeito sobre ele da radiação espalhada;
- Informar corretamente ao paciente os procedimentos do exame, evitando a necessidade de repetição;
- Sempre utilizar acessórios plumbíferos e o dosímetro por fora do avental nos exames em que seja necessário permanecer próximo ao paciente;
- Utilizar o dosímetro pessoal durante a jornada de trabalho;
- Posicionar-se atrás do biombo ou na cabine de comando durante a realização do exame;
- Usando aparelhos móveis de raios X deve-se aplicar, da melhor maneira os conceitos de radioproteção (tempo, blindagem e distância);
- As portas de acesso de instalações fixas devem ser mantidas fechadas durante as exposições.





Proteção dos pacientes

O paciente busca e deve obter um benefício real para a sua saúde em comparação com detrimento que possa ser causado pela radiação. Deve-se dar ênfase à otimização nos procedimentos de trabalho, por possuir uma influência direta na qualidade e segurança da assistência aos pacientes.

- Sempre fazer uso de protetor de gônadas e saia de chumbo em pacientes, exceto quando tais blindagens excluam ou degradem informações diagnósticas importantes;
- Sempre buscar a repetição mínima de radiografias;
- Efetuar uma colimação rigorosa à área de interesse do exame;
- Otimizar seus fatores de técnica (tempo, mA e kV) para uma redução de dose, mantendo a qualidade radiográfica.



Prevenção de acidentes

Deve-se desenvolver os meios e implementar as ações necessárias para minimizar a contribuição de erros humanos que levem à ocorrência de exposições acidentais.

Manter as instalações e seus equipamentos de raios-X nas condições exigidas pela Portaria 453, devendo prover serviço adequado de manutenção periódica;

Evitar a realização de exposições médicas desnecessárias;

Compensações ou privilégios especiais para indivíduos ocupacionalmente expostos não devem, em hipótese alguma, substituir a observação das medidas de proteção e segurança.

Origens da Física Quântica

Há pouco mais de cem anos, o físico Max Planck, considerado conservador, tentando compreender a energia irradiada pelo espectro da radiação térmica, expressa como ondas eletromagnéticas produzidas por qualquer organismo emissor de calor, a uma temperatura x , chegou, depois de muitas experiências e cálculos, à revolucionária 'constante de Planck', que subverteu os princípios da física clássica.

Este foi o início da trajetória da Física ou Mecânica Quântica, que estuda os eventos que transcorrem nas camadas atômicas e subatômicas, ou seja, entre as moléculas, átomos, elétrons, prótons, pósitrons, e outras partículas. Planck criou uma fórmula que se interpunha justamente entre a Lei de Wien – para baixas frequências – e a Lei de Rayleigh – para altas frequências –, ao contrário das experiências tentadas até então por outros estudiosos.

Albert Einstein, criador da Teoria da Relatividade, foi o primeiro a utilizar a expressão quantum para a constante de Planck $E = h\nu$, em uma pesquisa publicada em março de 1905 sobre as consequências dos fenômenos fotoelétricos, quando desenvolveu o conceito de fóton. Este termo se relaciona a um evento físico muito comum, a quantização – um elétron passa de uma energia mínima para o nível posterior, se for aquecido, mas jamais passará por estágios intermediários, proibidos para ele, neste caso a energia está quantizada, a partícula realizou um salto energético de um valor para outro. Este conceito é fundamental para se compreender a importância da física quântica.

Seus resultados são mais evidentes na esfera macroscópica do que na microscópica, embora os efeitos percebidos no campo mais visível dependam das atitudes quânticas reveladas pelos fenômenos que ocorrem nos níveis abaixo da escala atômica. Esta teoria revolucionou a arena das ideias não só no âmbito das Ciências Exatas, mas também no das discussões filosóficas vigentes no século XX.

No dia a dia, mesmo sem termos conhecimento sobre a Física Quântica, temos em nossa esfera de consumo muitos de seus resultados concretos, como o aparelho de CD, o controle remoto, os equipamentos hospitalares de ressonância magnética, até mesmo o famoso computador.

A Física Quântica envolve conceitos como os de partícula – objeto com uma mínima dimensão de massa, que compõe corpos maiores – e onda – a radiação eletromagnética, invisível para nós, não necessita de um ambiente material para se propagar, e sim do espaço vazio. Enquanto as partículas tinham seu movimento analisado pela mecânica de Newton, as radiações das ondas eletromagnéticas eram descritas pelas equações de Maxwell. No início do século XX, porém, algumas pesquisas apresentaram contradições reveladoras, demonstrando que os comportamentos de ambas podem não ser assim tão diferentes uns dos outros. Foram essas ideias que levaram Max Planck à descoberta dos mecanismos da Física Quântica, embora ele não pretendesse se desligar dos conceitos da Física Clássica.

A conexão da Mecânica Quântica com conceitos como a não-localidade e a causalidade, levou esta disciplina a uma ligação mais profunda com conceitos filosóficos, psicológicos e espirituais. Hoje há uma forte tendência em unir os conceitos quânticos às teorias sobre a Consciência.

Físicos como o indiano Amit Goswami se valem dos conceitos da Física moderna para apresentar provas científicas da existência da imortalidade, da reencarnação e da vida após a morte. Professor titular da Universidade de Física de Oregon, Ph.D em física quântica, físico residente no Institute of Noetic Sciences, suas ideias aparecem no filme Quem somos nós? e em obras como A Física da Alma, O Médico Quântico, entre outras. Ele defende a conciliação entre física quântica, espiritualidade, medicina, filosofia e estudos sobre a consciência. Seus livros estão repletos de descrições técnicas, objetivas, científicas, o que tem silenciado seus detratores.

Fritjof Capra, Ph.D., físico e teórico de sistemas, revela a importância do observador na produção dos fenômenos quânticos. Ele não só testemunha os atributos do evento físico, mas também influencia na forma como essas qualidades se manifestarão. A consciência do sujeito que examina a trajetória de um elétron vai definir como será seu comportamento. Assim, segundo o autor, a partícula é despojada de seu caráter específico se não for submetida à análise racional do observador, ou seja, tudo se interpenetra e se torna interdependente, mente e matéria, o indivíduo que observa e o objeto sob análise. Outro renomado físico, prêmio Nobel de Física, Eugen Wingner, atesta igualmente que o papel da consciência no âmbito da teoria quântica é imprescindível.

Radiação do Corpo Negro e a Constante de Planck

Na Física, um corpo negro é aquele que absorve toda a radiação eletromagnética que nele incide: nenhuma luz o atravessa (somente em casos específicos) nem é refletida. Um corpo com essa propriedade, em princípio, não pode ser visto, daí o nome corpo negro. Apesar do nome, corpos negros produzem radiação, o que permite determinar qual a sua temperatura. Em equilíbrio termodinâmico, ou seja, à temperatura constante, um corpo negro ideal irradia energia na mesma taxa que absorve, sendo essa uma das propriedades que o tornam uma fonte ideal de radiação térmica. Na natureza não existem corpos negros perfeitos, já que nenhum objeto consegue ter absorção e emissão perfeitas.

Independente da sua composição, verifica-se que todos os corpos negros à mesma temperatura T emitem radiação térmica com mesmo espectro. De mesmo modo, todos os corpos, com temperatura acima do zero absoluto, emitem radiação térmica. Conforme a temperatura da fonte luminosa aumenta, o espectro de corpo negro apresenta picos de emissão em menores comprimentos de onda, partindo das ondas de rádio, passando pelas micro-ondas, infravermelho, luz visível, ultravioleta, raios x e radiação gama. Em temperatura ambiente (cerca de 300K), corpos negros emitem na região do infravermelho do espectro. À medida que a temperatura aumenta algumas centenas de graus Celsius, corpos negros começam a emitir radiação em comprimentos de onda visíveis ao olho humano (compreendidos

entre 380 à 780 nanômetros). A cor com maior comprimento de onda é o vermelho, e as cores seguem como no arco-íris, até o violeta, com o menor comprimento de onda do espectro visível.

Um bom modelo de corpo negro são as estrelas, como o Sol, no qual a radiação produzida em seu interior é expelida para o universo e consequentemente aquece o nosso planeta. A cor amarela do Sol corresponde a uma temperatura superficial da ordem de 5000K. A primeira menção a corpos negros deve-se a Gustav Kirchhoff em 1860, em seu estudo sobre a espectrografia dos gases. Muitos estudiosos tentaram conciliar o conceito de corpo negro com a distribuição de energia prevista pela termodinâmica, mas os espectros obtidos experimentalmente, ainda que válidos para baixas frequências, mostravam-se muito discrepantes da previsão teórica, explicitada pela Lei de Rayleigh-Jeans para a radiação de corpo negro. Uma boa aproximação dos valores para o máximo de emissão para cada temperatura era dado pela Lei de Wien, porém foi Max Planck que, em 1901, ao introduzir a Constante de Planck, como mero recurso matemático, determinou a quantização da energia, o que mais tarde levou à teoria quântica que, por sua vez, rumou para o estudo e surgimento da mecânica quântica.

Constante de Planck

Dentre os vários experimentos realizados pelos cientistas até o final do século XIX, o que mais despertou curiosidade foi o estudo da luz emitida por corpos aquecidos. Para estudar a luz emitida por esses corpos aquecidos os cientistas tiveram que propor um modelo no qual a ideia era realizar os cálculos apenas para a radiação produzida pela agitação térmica do corpo.

Para que esse estudo fosse realizado corretamente, o corpo deveria absorver toda radiação que nele chegasse, sem refleti-la. Dessa forma, o corpo deveria ser totalmente negro, daí o nome do modelo: radiação do corpo negro. Vários cientistas da época (final do séc. XIX) eram preocupados em tentar dar uma explicação plausível de como a temperatura influenciava a energia emitida por um corpo negro. Embora fossem muitos os dados experimentais, os cientistas chegaram à conclusão de que nem a Termodinâmica ou as Leis de Newton eram capazes de demonstrar teoricamente os resultados obtidos.

Na época, para tentar explicar a radiação de corpo negro, eles utilizaram um modelo que propunha que um corpo possuísse os átomos interligados por “molas”. Dessa forma, diziam que quando aumentava a temperatura de um corpo, aumentava também a amplitude de oscilação. Mesmo com base nessas considerações, os cientistas não conseguiram reproduzir corretamente os experimentos. No ano de 1900, Max Planck fez uma suposição na qual afirmou que a energia dos osciladores não poderia assumir qualquer valor arbitrário, mas que sempre seria um múltiplo inteiro de um valor mínimo de energia.

Assim, Planck disse que existiria um valor mínimo para a energia que podia ser absorvida ou emitida pelos osciladores. Este valor ficou conhecido como um quantum de energia. Dessa forma, Planck pôde explicar corretamente a radiação do corpo negro através da ideia de quantização de energia. Podemos entender melhor a ideia de quantização da energia proposta por Planck fazendo uma analogia com a troca de moedas de 1 centavo entre duas pilhas de dinheiro. Suponhamos que cada moeda de 1 centavo seja nosso quantum de dinheiro: assim, podemos trocar

moedas à vontade entre as pilhas, mas é impossível aumentar ou diminuir 0,5 centavo a qualquer uma das pilhas – o valor total de cada pilha sempre será múltiplo de 1 centavo.

Baseando-se nesse raciocínio, Planck propôs o quantum de energia. Ele considerou que a quantidade total de energia dos osciladores era dividida em “pequenos pacotes” de energia. Estes pequenos pacotes de energia, ao serem somados, resultam na energia total dos osciladores:

$$\text{Energia dos osciladores} = n(hf) = n(6,6 \times 10^{-34} f)$$

Onde:

hf é o quantum de energia para o oscilador de frequência f .
 h é a constante de Planck.

Efeito Fotoelétrico

Efeito Fotoelétrico é a emissão de elétrons de um material, geralmente metálico, quando ele é submetido à radiação eletromagnética. Ela tem larga aplicação no cotidiano como, por exemplo, a contagem do número de pessoas que passam por um determinado local, como também na aplicação dos exemplos dados anteriormente. A aplicação desse efeito acontece através das células fotoelétricas ou fotocélulas, as quais podem ser de vários tipos como, por exemplo, a célula fotoemissiva e a célula fotocondutiva.

Mas o que vem a ser célula fotoelétrica? São dispositivos que têm a capacidade de transformar energia luminosa, seja ela proveniente do Sol ou de qualquer outra fonte, em energia elétrica. Essa célula pode funcionar como geradora de energia elétrica ou mesmo como sensor capaz de medir a intensidade luminosa, como nos casos das portas de shoppings.

Existem vários tipos de células fotoelétricas, dentre as quais podemos citar algumas que têm larga utilização atualmente, como: Silício Cristalino, Silício Amorfo, CIGS, Arseneto de Gálio e Telureto de Cádmio. Essas células são aplicadas tanto em painéis solares como também em monitores de LCD e de plasma. Texto Adaptado de: Marco Aurélio da Silva.

Espectros Atômicos

Em 1859, Kirchhoff e Bunsen deduziram a partir de suas experiências que cada elemento, em determinadas condições emite um espectro característico. Tal espectro é exclusivo de cada elemento. Com isso foi possível desenvolver um novo método de análise, baseado nestas emissões. A parte da ciência que estuda estas emissões é chamada de Espectroscopia e foi de fundamental importância no estudo dos astros, uma vez que praticamente tudo o que se sabe a respeito da composição química deles vem de estudos das suas emissões espectrais.

Quando se fornece energia a um elétron em um átomo de um determinado elemento, tal elétron pode “saltar” para um nível superior de energia e ao retornar ao seu estado inicial emite radiação eletromagnética. Toda radiação eletromagnética possui uma frequência e com isto pode-se determinar seu comprimento de onda.

Entretanto, esta energia fornecida ao átomo para que ele altere o seu estado, não pode possuir qualquer valor. Neste caso, cada átomo é capaz de emitir ou absorver radiação eletromagnética, somente em algumas frequências específicas o que torna a emissão característica de cada material.

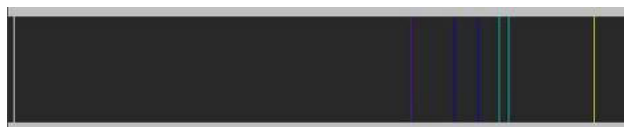
Para fornecermos energia aos elétrons de um determinado material, uma das formas de fazer é aquecê-lo em sua forma gasosa. Assim, este elemento pode emitir radiação em certas frequências do visível, o que constitui seu espectro de emissão.

De acordo com as leis de difração teremos padrões de interferência quando $n\lambda = d \sin \theta_n$, onde n corresponde a ordem de difração que está sendo observada. Na prática realizada nos laboratórios, o espectro de 1ª ordem pode se apresentar da seguinte forma (exemplo para o mercúrio).

Linhas do espectro visível do Hg

COR	$\lambda(\text{nm})$
VERMELHA	690
VERMELHA	624
VERMELHA	611
VERMELHA	608
AMARELA	578
VERDE	548
VERDE-AZULADA	496
VERDE-AZULADA	492
AZUL	435
VIOLETA	408

Após os testes em laboratório, pode – se ver o seguinte espectro atômico:



Texto Adaptado de PAULA; Ricardo Normando Ferreira

Comprimento de Ondas de De Broglie e Ondas de Matéria⁵

Apesar de todas as limitações, a teoria de Bohr teve o mérito de contribuir para a aceitação da dualidade onda-corpusculo, rompendo assim com a Física Clássica. Perdida a imagem tradicional do Universo logo se pensou que, se uma radiação se pode comportar como uma onda e como uma partícula, porque não uma partícula a comportar-se também como uma onda?

Talvez então os elétrons ou os átomos, ou outras partículas, pudessem manifestar comportamento ondulatório, sendo esta questão levantada pela primeira vez pelo físico francês Louis de

⁵ Texto adaptado de: Materiais baseados em “Física” de Alcina do Aido, Maria Adélia Passos Ponte, Maria Aurelina Martins, Maria Gertrudes Abreu Bastos, Maria Josefina Pereira, Maria Margarida Leitão e Rômulo de Carvalho, Livraria Sá da Costa Editora, Volume II, págs. 227 a 363.

Broglie, em 1923, que admitiu que a uma partícula de massa m , que se move com velocidade escalar v , tendo, portanto, um momento linear de valor $p = m.v$, se encontra associada uma onda de comprimento de onda λ , tal que

$$\lambda = \frac{h}{m.v} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

em que h é a constante de Planck.

Este comprimento de onda λ designa-se por comprimento de onda de de Broglie da partícula. A generalização do conceito de onda-córculo a todas as partículas serviu a de Broglie de fundamento para a criação de uma nova mecânica, a Mecânica Ondulatória, continuada pelo físico-matemático austríaco Erwin Schroedinger. Em 1927, os físicos americanos Davisson e Germer conseguiram que um feixe monocinético de elétrons s , i.e., um feixe em que os elétrons tinham todos a mesma energia cinética, atravessasse um cristal de níquel, tendo obtido imagens daquelas partículas, que revelaram comportamento ondulatório, o que está na base do funcionamento do microscópio electrónico, que se baseia nas propriedades ondulatórias dos elétrons

Mais tarde obtiveram-se resultados análogos por utilização de feixes de neutrões, prótons, átomos de hidrogénio e átomos de hélio, resultado da difração destes feixes corpusculares. O físico alemão Werner Heisenberg, fundamentando-se na teoria dos quanta de Planck e Einstein, apresentou na mesma época outra teoria, desenvolvida segundo um tratamento matemático diferente, a chamada Mecânica Quântica. O físico inglês Paul Dirac demonstrou, todavia, que estas duas mecânicas eram fisicamente idênticas, embora com formas matemáticas diferentes, passando a serem ambas conhecidas como Mecânica Quântica.

Temos por base a descontinuidade da energia, emitida e absorvida, que a mecânica newtoniana, como física do contínuo, não podia suportar. Tal como a óptica geométrica é uma boa aproximação da óptica ondulatória quando o comprimento de onda é muito menor que as dimensões dos obstáculos ou aberturas que a radiação encontra, também a mecânica clássica é uma boa aproximação da mecânica quântica sempre que o comprimento de onda de de Broglie da partícula em causa seja muito menor do que as dimensões dos obstáculos ou aberturas que a partícula encontra.

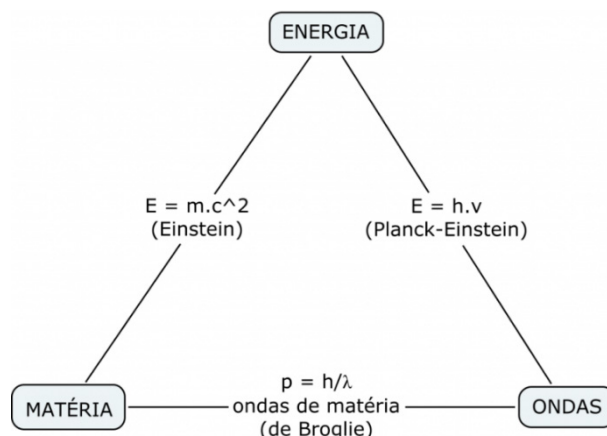
Como o valor da constante de Planck é muito pequeno, o comprimento de onda de de Broglie é extraordinariamente pequeno para qualquer corpo macroscópico, não sendo, por isso, de notar fenômenos de difração com os corpos que utilizamos no dia-a-dia, podendo mesmo aplicar-se aos elétrons, em certas condições, as leis da mecânica clássica.

Ondas de Matéria

Matéria está relacionada com energia pela relatividade especial. Energia está relacionada com ondas pelas relações de Planck-Einstein, que mostram que a energia de um fóton é discretizada e diretamente proporcional à sua frequência. Se matéria está relacionada com energia e se energia está relacionada com ondas, é quase natural supormos que matéria

relaciona-se, de alguma maneira, com ondas. Neste pensamento, nascem as ondas de matéria. A assinatura das ondas de matéria é expressa pela relação “”, que significa “na mecânica quântica (h), partícula (p) se comporta como onda (λ) e vice-versa”.

O mapa a seguir ilustra esse raciocínio.

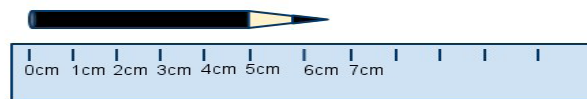


Texto adaptado de: Prof. Dr. Matheus P. Lobo

Princípio da Incerteza Heisenberg. Dualidade Onda-Partícula.

Para efetuarmos qualquer tipo de medição precisamos interagir com aquilo que queremos medir. Durante a medida do tamanho de um tecido por exemplo, é necessário tocá-lo e compará-lo com uma fita métrica; para medir a velocidade de um carro, o radar rodoviário emite ondas que atingem o carro e voltam permitindo calcular sua velocidade; para simplesmente descobrirmos a posição de qualquer objeto, geralmente precisamos enxergá-lo e se o enxergamos significa que a luz iluminou este corpo e chegou aos nossos olhos.

Por melhor que sejam os nossos aparelhos de medição, sempre haverá uma possível diferença entre a medida que avaliamos e a medida real. Por exemplo, se usarmos uma régua graduada em apenas em centímetros, nunca teremos certeza sobre os milímetros daquela medida. A possível diferença entre o valor que medimos e o valor real é chamada de incerteza.



Quanto mede o lápis acima? Se dissermos 6,5 cm não podemos ter certeza sobre os 0,5 cm além dos 6 cm marcados na régua. Não existe qualquer indicação na régua que mostre esses 0,5 cm a mais. Por isso dizemos que a incerteza dessa medida é + 0,5 cm.

O Princípio da Incerteza

Quando começamos a lidar com corpos muito pequenos, como os elétrons por exemplo, determinar valores como posição e momento torna-se uma tarefa um pouco mais complicada. Como saber a posição de um elétron? Poderíamos lançar contra ele um feixe de luz com alguns fótons (partículas de luz) e ao recebê-los novamente calcular onde estava.

Se tentarmos porém determinar a quantidade de movimento da mesma forma, alteraremos a quantidade de movimento original com os fótons que lançamos. Podemos então criar uma cuidadosa experiência para tentar calcular o momento do elétron. A Quantidade de Movimento da partícula necessária para esse cálculo muda a posição do elétron de modo que não conseguimos descobrir a posição com boa precisão. Resumindo, quanto maior a precisão com que medimos a posição menor a precisão com que mediremos o momento e vice-versa. A isso chamamos de Princípio da Incerteza de Heisenberg.

Essa incerteza não se deve aos aparelhos que usamos, mas a própria natureza das partículas. Segundo as leis da Mecânica Quântica, quanto mais fácil for para encontrar uma partícula maior o momento necessário para interagir com ela, o que torna mais difícil determinar a sua Quantidade de Movimento. Algo parecido ocorre se conseguirmos determinar o Momento com precisão e tentarmos descobrir a posição.

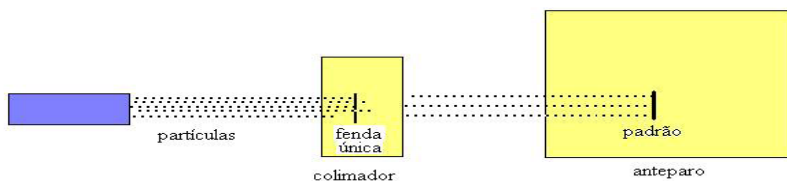
Como podemos perceber, muitos conceitos da Mecânica Quântica são bastante diferentes da Mecânica Clássica. Porém a maior parte da Ciência desenvolvida antes do século XX encontra aplicações em nossa vida diária e nas situações com que estamos acostumados. Esta mesma Ciência Clássica começa a perder sua utilidade quando estudamos objetos extremamente pequenos, como átomos, extremamente grandes, como estrelas ou extremamente rápidos, próximos da velocidade da luz.

Dualidade Onda-Partícula.

Ao longo dos tempos o ser humano e os animais evoluíram de forma a ter uma sensibilidade maior para a luz visível. O estudo dos fenômenos ópticos é fascinante, pois os variados tipos de imagens podem trazer diversos tipos de emoções ao ser humano e mesmo aos animais. Mas a evolução vem da necessidade destes seres obterem informações do meio em que vivem. Na história da humanidade alguns estudos resultaram em grandes descobertas. Primeiramente, com relação à luz, estudou-se a possibilidade dela se propagar em linha reta. Mais tarde, Isaac Newton decompõe a luz em várias cores e também consegue demonstrar que várias cores compõem a luz branca.

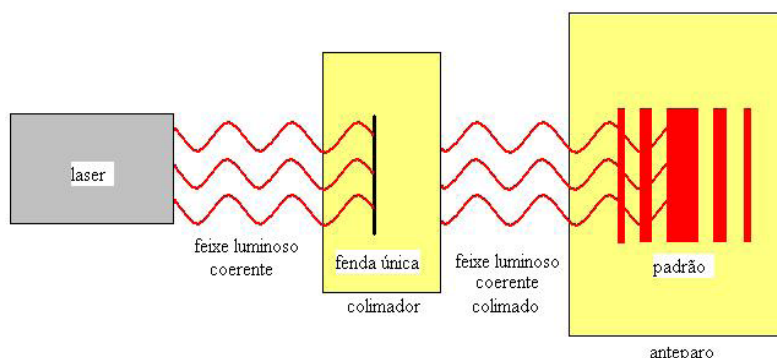
Muitas discussões foram feitas com relação à luz. Quando se fala em propagação automaticamente considera-se um deslocamento com certa velocidade. Mas velocidade do quê? De uma onda ou de uma partícula?

Primeiramente, faz-se necessário fazer algumas considerações: Uma onda é uma perturbação que se propaga em um meio. No caso de uma onda eletromagnética a perturbação é do campo elétrico e do campo magnético. É um argumento plausível pra explicar a luz. Mas alguns experimentos realizados no fim do século XIX mudam um pouco essa concepção com relação a este importante ente físico. Entre os mais relevantes, podem ser citados o efeito fotoelétrico, o espalhamento Compton e a produção de raios X. Quando se faz um experimento com partículas em fenda única, observa-se uma região de máxima incidência de partículas, conforme mostra a figura.



as partículas são colimadas por uma fenda e incidem no anteparo formando um padrão de interferência com uma franja apenas.

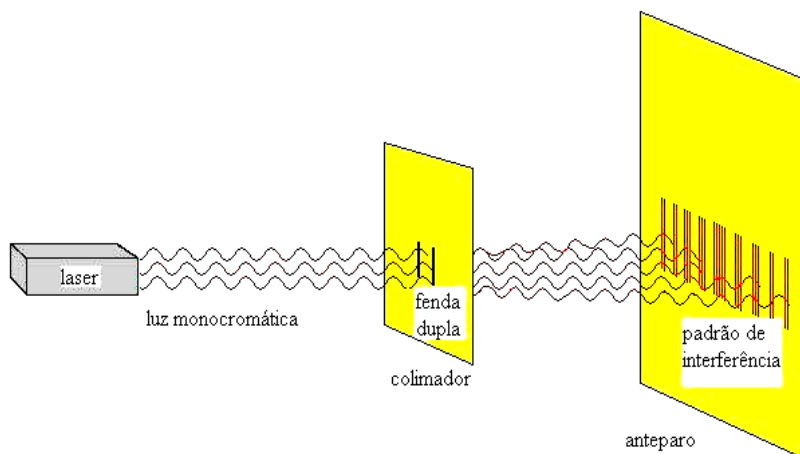
Fica evidente o caráter ondulatório quando se faz um experimento com fenda de espessura da ordem do comprimento de onda da luz incidente conforme a seguir.



ao centro, apenas uma franja de intensidade luminosa máxima.

Nestes dois casos se observa a intensidade máxima em uma única região do anteparo.

Quando a onda incide em um colimador com duas fendas observa-se um padrão de interferência com várias franjas. Isto ocorre devido ao fato de que há uma interferência construtiva quando a intensidade máxima da onda da luz emergente de uma fenda coincide com o máximo da onda emergente da outra fenda. Isso ocorre porque há uma diferença de caminho da luz emergente de cada fenda. O mesmo acontece com os mínimos e forma o padrão de interferência.



várias franjas de intensidade luminosa máxima no centro.

Quando a mesma experiência é realizada com partículas, o padrão deve ser formado apenas por duas raias de máxima intensidade. Mas não é isto que se observa se a mesma experiência for realizada com prótons, nêutrons ou elétrons. O que se observa é um padrão de interferência! É isto que intriga os físicos: a luz se comporta ora como onda, ora como partícula. E as partículas se comportam como onda em determinadas situações. Texto adaptado: Glauber Luciano Kítor.

Noções de Física Nuclear

Reações Nucleares

Quando dois núcleos se movem um em direção ao outro e, apesar da repulsão coulombiana, se aproximam o suficiente para que haja interação entre as partículas de um com as partículas do outro pela força nuclear, pode ocorrer uma redistribuição de núcleons e diz-se que aconteceu uma reação nuclear.

Usualmente, as reações nucleares são produzidas bombardeando-se um núcleo alvo com um projétil que pode ser algum tipo de partícula ou núcleo pequeno, de modo que a repulsão coulombiana não se torne um obstáculo muito grande. As reações que envolvem energias não muito grandes ocorrem em duas fases. Na primeira fase, o núcleo alvo e o projétil se agrupam, formando

o que se chama de núcleo composto num estado altamente excitado. Na segunda fase, o núcleo composto decai por qualquer processo que não viole os princípios de conservação.

Por exemplo, uma partícula α com uma energia cinética de cerca de 7 MeV colide com um núcleo de nitrogênio 14. O resultado é um núcleo composto que consiste de todos os núcleons da partícula α e do nitrogênio 14 num estado altamente excitado. Esse núcleo composto, sendo constituído de 9 prótons, é um núcleo de fluor. Como esse núcleo composto está num estado altamente excitado, pode-se esperar que ele emita uma partícula (ou um fóton) no processo de passagem a um estado menos excitado ou ao estado fundamental do núcleo filho.

Cinética das Reações Nucleares

Essas reações são interessantes porque produzem prótons e nêutrons com grandes energias cinéticas. Por outro lado, as partículas α de fontes radioativas naturais são efetivas para produzir transformações nucleares apenas em núcleos com números atômicos menores que $Z = 19$ (correspondente ao potássio) devido à intensidade da repulsão coulombiana entre essas partículas α e os núcleos atômicos alvo. Nêutrons, ao contrário, podem penetrar, em princípio, qualquer núcleo, já que não são repelidos pelos prótons.

Reações Artificiais

Os núcleos radioativos artificiais são produzidos por reações nucleares. Os elementos transurânicos, em particular, são normalmente produzidos pela captura de nêutrons seguida de decaimento β^- . Por outro lado, o que se chama de espalhamento é a reação nuclear em que projétil e partícula liberada são a mesma partícula. O espalhamento é elástico quando, durante o processo, não varia a energia cinética da partícula, e inelástico, caso contrário.

Fissão Nuclear

A fissão é a divisão do núcleo de um átomo, pelo bombardeamento com nêutrons, em dois núcleos menores com liberação de grande quantidade de energia. A quantidade de energia armazenada nos núcleos atômicos é incomparavelmente maior que a armazenada nas ligações químicas presentes nas camadas eletrônicas. Só para se ter uma idéia, se todos os núcleos de 1 kg de urânio-235 se desintegrassem por fissão, seria liberada mais de um milhão de vezes a quantidade de energia produzida na combustão de 1 kg de petróleo.

Em 1934, o físico italiano Enrico Fermi, descobriu como liberar energia armazenada nos núcleos dos átomos, através da reação de fissão nuclear em cadeia. Em 1938, Hahn e Strassmann, repetindo a mesma experiência, constataram a existência de bário-142 entre os produtos obtidos. No mesmo ano, Meitner e Frisch explicaram o fenômeno admitindo a quebra ou fissão ou desintegração do átomo de urânio-235.

Fusão Nuclear

A fusão nuclear é o processo pelo qual átomos menores (hidrogênio $1H1$, deutério $1H2$, etc.) são agregados, produzindo átomos maiores (trítio $1H3$, hélio $2He3$ ou hélio $2He4$) com liberação de grande quantidade de energia. Reações desse tipo ocorrem no Sol e estrelas. É muito difícil se fazer aqui na Terra a

usão nuclear devido a exigência de temperaturas elevadíssima (300 000 000°C) e de recipientes capazes de suportar essa temperatura, o que seria ideal pois não deixa rejeitos radioativos como na fissão.

Essa façanha só foi realizada, até hoje, nas bombas de hidrogênio com o auxílio de uma bomba atômica que, ao explodir, fornece a temperatura necessária para a fusão do hidrogênio. Em outras palavras, a bomba atômica funciona como espoleta da bomba de hidrogênio; desse modo, são conseguidas explosões de até 500 megatons ($2,092 \times 10^{18}$ J), o que equivale a energia liberada pela explosão de 500.000.000 toneladas de TNT.

A primeira bomba de hidrogênio foi construída por Edward Teller e seus colaboradores e explodiu em 1952. Segundo as estimativas dos cientistas, a utilização de forma economicamente viável e segura, da energia produzida pela fusão nuclear ocorrerá somente no final do próximo século.

Equação de Schroedinger

No início do século XX, evidências experimentais sugeriam que as partículas atômicas também eram onduladas na natureza. Por exemplo, descobriu-se que os elétrons davam padrões de difração quando passavam através de uma dupla fenda de maneira similar às ondas de luz. Portanto, era razoável supor que uma equação de onda pudesse explicar o comportamento de partículas atômicas.

Schroedinger foi a primeira pessoa a escrever essa equação de onda. Muita discussão centrou-se então no que a equação significava. Os autovalores da equação de onda mostraram-se iguais aos níveis de energia do sistema de mecânica quântica, e o melhor teste da equação foi quando foi usada para resolver os níveis de energia do átomo de hidrogênio, e os níveis de energia encontrados estão de acordo com a Lei de Rydberg.

Inicialmente, era muito menos óbvio qual era a função de onda da equação. Depois de muito debate, a função de onda é agora aceita como uma distribuição de probabilidade. A equação de Schroedinger é usada para encontrar os níveis de energia permitidos dos sistemas de mecânica quântica (como átomos ou transistores). A função de onda associada dá a probabilidade de encontrar a partícula em uma determinada posição.

A equação de Schroedinger é:

Função de Onda de Schroedinger

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

Posição Energia Energia Potencial

A solução para esta equação é uma onda que descreve os aspectos quânticos de um sistema. Entretanto, interpretar fisicamente a onda é um dos principais problemas filosóficos da mecânica quântica.

A solução para a equação é baseada no método de autovalores desenvolvidos por Fourier. É aqui que qualquer função matemática é expressa como a soma de uma série infinita de outras funções periódicas. O truque é encontrar as funções corretas que têm as amplitudes corretas para que, quando somadas por superposição, forneçam a solução desejada.

Assim, a solução para a equação de Schroedinger, a função de onda para o sistema, foi substituída pelas funções de onda da série individual, harmônicos naturais um do outro, uma série infinita. Shrodinger descobriu que as ondas de substituição descreviam os estados individuais do sistema quântico e suas amplitudes, dando a importância relativa desse estado a todo o sistema.

A equação de Schroedinger mostra todas as propriedades da matéria como ondas e foi uma das maiores conquistas da ciência do século XX.

É usada na física e na maior parte da química para lidar com problemas sobre a estrutura atômica da matéria. É uma ferramenta matemática extremamente poderosa e toda a base da mecânica das ondas.

A equação de Schroedinger é o nome da equação de onda não-relativística básica usada em uma versão da mecânica quântica para descrever o comportamento de uma partícula em um campo de força. Existe a equação dependente do tempo usada para descrever ondas progressivas, aplicável ao movimento de partículas livres. E a forma independente do tempo dessa equação usada para descrever as ondas estacionárias.

A equação independente de tempo de Schroedinger pode ser resolvida analiticamente para um número de sistemas simples. A equação dependente do tempo é da primeira ordem no tempo, mas da segunda ordem em relação às coordenadas, portanto, não é consistente com a relatividade. As soluções para sistemas ligados fornecem três números quânticos, correspondentes a três coordenadas, e uma correção relativista aproximada é possível incluindo o número quântico do quarto spin.

Distribuição de Fermi-Dirac

A Distribuição de Fermi-Dirac (também conhecida como Estatística Fermi-Dirac⁶) é uma estatística quântica que governa todas as partículas de spin semi-inteiro, isto é, os férmion, um tipo de partículas que obedece ao princípio de exclusão de Pauli. A designação desta distribuição é dada em homenagem aos seus autores, os célebres físicos Enrico Fermi e Paul Dirac. Para as partículas elementares de spin inteiro e que não respeitam o princípio de exclusão de Pauli, os bóson, é aplicada a Distribuição Bose-Einstein.

A distribuição Fermi-Dirac assume especial importância no estudo de gases de férmion e em particular no estudo dos elétrons livres dos metais, constituindo a base das teorias utilizadas na concepção e produção de dispositivos semicondutores e na electrónica em geral.

Condensado Bose-Einstein

Em 1938, Pyotr Kapitsa (físico soviético especializado em baixas temperaturas), John Allen (físico canadense) e Don Misener (também canadense) descobriram, juntos, que, quando levado a temperaturas da ordem de 2,17K (conhecido por ponto

lambda), o hélio-4 (isótopo não radioativo de tal elemento, sendo o mais abundante de todos) se comporta como um novo tipo de fluido, conhecido a partir de então como super-fluido, possuindo propriedades interessantes como zero viscosidade (ou seja, fluir sem dissipar energia) e a existência de vórtices quantizados. O fato de esse sistema ser um tipo de fluido implica que as interações entre os átomos são relativamente fortes⁷.

Alguns anos antes, porém, Einstein e Nath Bose já haviam teorizado o sistema condensado, e, assim, algumas propriedades da superfluidez do hélio-4 foram logo explicadas por uma certa condensação de Bose-Einstein parcial do líquido.

Já o primeiro CBE puro foi criado somente em 1995, quando técnicas aprimoradas de resfriamento e aprisionamento já haviam sido aperfeiçoadas. Uma delas é o resfriamento a laser, técnica que faz uso da transferência de momento entre um fóton e um átomo para reduzir sua velocidade (juntamente com campos magnéticos para aprimorar tais efeitos, mas isso já faz parte de outro sistema de resfriamento, conhecido por Zeeman Slower), podendo levar o átomo a temperaturas em torno de

170nK (suficiente para que uma condensação Bose-Einstein possa acontecer). Esse feito fez com que seus desenvolvedores, Seteven Chu, Claude Cohen-Tannoudji e William Phillips, ganhassem o prêmio Nobel da física em 1997.

O primeiro condensado foi obtido pela equipe de pesquisadores liderada por

Eric Cornell e Carl Wieman, ao conseguirem resfriar um vapor diluído de aproximadamente dois mil átomos de ⁸⁷Rb.

A natureza quântica do condensado

Na temperatura ambiente, λ , o comprimento de onda de de Broglie, é cerca de 10.000 vezes menor do que a distância entre os átomos; isso significa que as ondas 'emitidas' pelos átomos não estão correlacionadas, permitindo o gás ser descrito pela estatística de MaxwellBoltzmann:

$$\frac{N_i}{N} = \frac{g_i}{e^{\frac{E_i - \mu}{k_B T}}}$$

Sendo:

g_i -> degenerescência quântica do estado i

E_i -> energia do estado i

μ -> potencial químico

k_B -> constante de Boltzmann

T -> temperatura

N_i -> número de partículas no estado i

N -> número total de partículas

Porém temos aqui um problema: tal estatística funciona para regimes em que a temperatura é alta e, a densidade, baixa o suficiente para tornar efeitos quânticos negligenciáveis (o que é basicamente o contrário do que queremos neste caso).

Acontece que, à medida que o gás é resfriado, a distribuição MaxwellBoltzmann se alarga, o que significa interpretar mais do que um átomo em um cubo com dimensões de λ . Ou seja, as ondas 'emitidas' pelos átomos passam então a se sobrepor, e essa

⁶ <https://bit.ly/2TyYLSB>

⁷ <https://bit.ly/2S8d462>

sobreposição tem como consequência a perda de identidade dos átomos (no nosso regime quântico) e o comportamento do gás passa a ser melhor descrito pela estatística de Bose-Einstein.

A estatística de Bose-Einstein determina a distribuição estatística de bósons idênticos indistinguíveis sobre os estados de energia em equilíbrio térmico, onde temos:

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\frac{E_i - \mu}{k_B T}} - 1}$$

Podemos escrever o número total de partículas para este caso da seguinte forma:

$$N = N_0 + \int_0^\infty n_i \rho(E_i) dE$$

Onde $\rho(E_i)$ representa a densidade de estados do sistema, a qual se anula para o estado de mais baixa energia; logo, faz-se necessário manter explicitamente a ocupação do estado de mais baixa energia, n_0 . Cabe aqui uma recordação interessante: o potencial químico, quando se tratando de bósons, é sempre negativo ou nulo, de modo a assegurar um número de ocupação (dado por n_i) sempre positivo para qualquer estado de energia.

Isso significa que à medida que μ cresce, a temperatura diminui, atingindo então uma temperatura finita no qual μ fica igual a zero. Esta temperatura é conhecida como temperatura crítica, pois para qualquer diminuição extra da temperatura, a população do estado fundamental n_0 começa a crescer a valores macroscópicos. A ocupação macroscópica de um estado significa que esse determinado estado contribui para as propriedades termodinâmicas do sistema de maneira significativa, pois seu peso estatístico é muito maior. É nessa mudança de comportamento que temos a condensação Bose-Einstein.

A temperatura crítica pode ser determinada, dependendo somente da densidade de estados do sistema estudado, tomando $\mu = 0$ e $n_0 = 0$. Para o caso da partícula na caixa, o resultado é:

$$\left(\frac{N}{V}\right) = \frac{2.612}{\lambda^3(T)}$$

Onde $\lambda(T) = \frac{h}{(2\pi m k_B T)^{1/2}}$ é o comprimento de onda térmico de de Broglie. Nesta equação, podemos concluir que o CBE ocorre quando a distância média entre as partículas é da ordem do comprimento de onda térmico de de Broglie: quanto maior a densidade, maior a temperatura onde a condição crítica é atingida.

Postulado da Constância da Velocidade da Luz⁸

O segundo postulado de Einstein afirma que a velocidade da luz no vácuo é uma constante no universo: independe do movimento da fonte ou do observador. A velocidade da luz

tem o mesmo valor em todos os sistemas inerciais, ou seja, aproximadamente $c=300\,000\text{ km/s}$. Isso significa que a velocidade da luz no vácuo é sempre a mesma, independentemente do sistema de referência do observador ou da velocidade a que ele viaja.

Em geral, nós pensamos em velocidade como sendo algo relativo. Já estudamos a velocidade como uma grandeza vetorial. Calculamos a velocidade em relação a uma referência. No estudo da Física, estamos acostumados a adicionar ou subtrair velocidades. Por exemplo: Se um cachorro corre a 5 m/s em relação à calçada e um menino corre atrás do cachorro a 3 m/s, a velocidade do cachorro no sistema de referência do menino é de 2 m/s. Portanto, o cachorro tem duas velocidades diferentes nos dois sistemas de referência: 5 m/s em relação à calçada e 2 m/s em relação ao menino. Como então pode um feixe de luz ter a mesma velocidade quando visto por alguém em repouso ou por alguém que está indo em direção ao feixe de luz?

Mesmo que geralmente pensamos em velocidade como sendo relativa, uma delas é absoluta: a velocidade da luz. Quando se trata da velocidade da luz, não podemos adicionar ou subtrair velocidades. Independentemente de onde o observador se encontrar, ou mesmo se ele estiver em movimento, a luz se move na mesma velocidade: $c=299\,792\,458$ quilômetros por segundo ou $\approx 3,0 \times 10^8$ m/s. A velocidade da luz é a única velocidade que independe do observador. É, portanto, absoluta.

A velocidade da luz é fundamental à Teoria da Relatividade Restrita. Ela define o limite da velocidade absoluta para a transferência de energia, matéria e informação. Nenhum objeto, por mais forte que sejam as forças atuando sob ele, pode ser acelerado à velocidade da luz. O Postulado de Einstein implica que nada que contenha massa pode se mover tão rápido quanto ou mais rápido que a luz. Os fótons podem se mover à velocidade da luz porque não contêm massa.

Pergunta-se: como Einstein conseguiu explicar o fenômeno de que a velocidade da luz não obedece às regras de adição e subtração aplicadas ao movimento relativo? Einstein sugeriu uma solução radical. Ele afirmou que o espaço e o tempo não são absolutos – que podem ser esticados e contraídos em relação aos sistemas de referência. Já que a velocidade é igual à distância dividida pelo tempo, uma distorção no tempo e no espaço podem causar com que a velocidade da luz seja a mesma em um sistema de referência em movimento.

Vejamos:

A velocidade é igual à distância/ tempo:

$v = \text{distância}/\text{tempo}$.

Em se tratando da velocidade da luz:

$c = \text{distância}/\text{tempo}$.

É importante notar que caso a velocidade relativa, v , seja pequena comparada à velocidade da luz, c , os efeitos relativos serão pequenos. Em se tratando das velocidades que fazem parte do nosso dia a dia, os efeitos são imperceptíveis. Contudo, quando o v se aproxima de c , os efeitos relativos se tornam mais significativos.

Esses dois postulados de Einstein mudaram profundamente a nossa forma de enxergar o universo. Conceitos que eram considerados absolutos, como o espaço, o tempo, a distância e a massa, provaram ser relativos.

⁸ <https://bit.ly/2KvtHo0>

Dilatação temporal – o tempo é relativo

De acordo com a Teoria da Relatividade Restrita, quando objetos se movem a velocidades próximas à velocidade da luz, o tempo e o espaço sofrem alterações. Para que a velocidade da luz seja uma constante, o tempo e o espaço passam a ser variáveis que dependem do sistema de referência utilizado. Em outras palavras, não existe tempo absoluto ou distância absoluta.

Em termos de medição de tempo, isso requer o abandono da ideia de que existe uma constante no universo denominada tempo que é medida por todos os relógios. Todos os relógios do universo não mantêm o tempo da mesma forma. O tempo não é o mesmo em todos os referenciais. Eventos que ocorrem ao mesmo tempo para um observador podem ocorrer em um tempo diferente para outro observador. O tempo passa de forma diferente em sistemas referenciais inerciais em movimentos diferentes.

Os relógios de duas pessoas irão coincidir se ambas estiverem em repouso – uma em relação a outra. Contudo, isso mudará, por exemplo, se uma das pessoas estiver viajando à alta velocidade e a outra permanecer em repouso. O tempo passa mais devagar para um objeto em movimento, ou seja, o tempo se expande em movimento. Isso é chamado de dilatação do tempo. Esse conceito contra-intuitivo de Einstein foi provado por meio inúmeras experiências. Por exemplo, para uma pessoa viajando de avião, o tempo move mais devagar do que para alguém na Terra. Portanto, a pessoa no avião envelhece menos rápido que o observador que se encontra na terra. É fundamental ressaltar que o avião viaja a velocidades baixas comparadas à velocidade da luz. Portanto, a pessoa viajando ganhará somente uma fração de segundo em relação à pessoa na terra. Dilatação temporal se torna significativa quando as velocidades são próximas à velocidade da luz.

Dilatação temporal se refere ao fato de que, em comparação a um observador se movimentando em alta velocidade, um observador em repouso observará que mais tempo se passou. Porém, para a pessoa em movimento, nenhuma mudança quanto ao tempo pode ser detectada, pois todas as formas de medir o tempo são reduzidas pelo mesmo fator. Tudo é relativo. A diferença no tempo só é percebida quando comparamos dois sistemas de referência.

A diferença de tempo entre uma pessoa em repouso e outra em movimento é calculada pela expressão da dilatação temporal. A equação é:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

t é o tempo medido pelo observador em repouso.

t_0 é o tempo medido pelo objeto em movimento.

v é a velocidade relativa entre o objeto observado em movimento e o observador em repouso.

c é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

É importante lembrar que nenhum objeto pode viajar a uma velocidade igual ou maior que a velocidade da luz.

Processos físicos e biológicos também são afetados pela dilatação temporal. Isso é visto claramente com elementos radioativos. Estes, ao emitirem partículas, desintegram-se e se transformam em outros elementos. O período de meia vida é o tempo necessário para que seja desintegrada a metade da quantidade do elemento radioativo. Quando esses elementos, ou partículas, são aceleradas em alta velocidade, o processo físico de meia vida é desacelerado. Isso significa que para o observador em repouso, os elementos em alta velocidade levam mais tempo para se decomporem do que os elementos em repouso. Isso se explica pelo fato de o tempo passar mais devagar para os elementos em movimento do que para os elementos em repouso. Esse experimento é coerente com a Teoria da Relatividade Restrita.

Dilatação temporal dá origem a outro cenário – o paradoxo dos gêmeos. Se um gêmeo permanecer na Terra e o outro gêmeo viajar até o espaço e voltar, menos tempo terá passado para o gêmeo que viajou pelo espaço. Portanto, ele terá envelhecido menos do que aquele que permaneceu na Terra.

Contração do comprimento – o espaço é relativo

Uma consequência direta da dilatação temporal é a contração do comprimento. Como estudamos acima, a velocidade da luz é sempre constante. Segundo a Teoria da Relatividade Restrita, quando se viaja à alta velocidade, o tempo passa mais devagar e o comprimento do objeto se contrai. Por exemplo, o espaço entre o astronauta e seu destino se contrai quando o astronauta viaja próximo à velocidade da luz. É importante ressaltar que a alta velocidade relativa entre observadores causa uma distorção no tempo e no espaço e não no objeto em si.

A expressão da contração do comprimento é dada por:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

L é o comprimento do objeto em movimento medido pelo observador em repouso.

L_0 é o comprimento do objeto em repouso.

v é a velocidade relativa entre o objeto observado e o observador

c é a velocidade de propagação da luz no vácuo

Isso significa que o comprimento do objeto em repouso é maior que seu comprimento observado em movimento. O objeto em movimento contrai em direção ao seu movimento. Isso significa que se um objeto move horizontalmente, suas dimensões horizontais são contraídas. Não haverá contração vertical.

É importante ressaltar que a contração do comprimento não é uma ilusão óptica. Um observador com uma régua que mede o comprimento do objeto obterá um resultado menor quando o objeto estiver em movimento em relação ao seu ponto de referência do que se o observador se mover junto com o objeto.

Esse fenômeno pode ser exemplificado por um foguete. Um observador na Terra obterá uma medida de comprimento menor do foguete em movimento do que o astronauta conseguiria viajando dentro dele.

Assim como o tempo, esses resultados são significantes apenas quando as velocidades são próximas à da luz. O principal motivo por que não vemos essas mudanças no tempo e no espaço é que nossa vida se move numa velocidade muito distante da velocidade da luz. Quando a velocidade é baixa comparada à da luz, os físicos ainda usam equações muito próximas as de Newton.

Massa e Energia⁹

A relação entre a energia e a massa resulta da lei da conservação da energia e do fato de a massa do corpo depender da velocidade do movimento. Isto pode ser observado no seguinte exemplo simples. Quando se aquece um gás num recipiente é-lhe transmitida uma determinada energia. A velocidade do movimento calorífico caótico das moléculas depende da temperatura e aumenta com o aquecimento do gás. O aumento da velocidade do movimento das moléculas, significa o aumento da massa de todas as moléculas. Consequentemente, a massa do gás no recipiente aumenta quando aumenta a sua energia interna. Entre a massa do gás e a sua energia existe uma relação.

A relação entre a massa e a energia no caso de um movimento lento.

É mais simples estabelecer a relação entre a massa e a energia no exemplo do movimento de um corpo com velocidade v , bastante menor do que a velocidade da luz c . Para isso, deduzamos a expressão aproximada da dependência da massa em relação à velocidade quando $v \ll c$. O denominador na fórmula escreve-se sob a forma:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}}$$

Desprezando a grandeza

$$\frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}$$

obtemos:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

Por isso

$$m \approx \frac{m_0}{1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}}$$

Multiplicando o numerador e o denominador por $1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ e desprezando de novo o membro $\frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4}$, obtemos a seguinte fórmula aproximada:

$$m \approx m_0 + \frac{1}{2} m_0 \frac{v^2}{c^2}$$

Daqui resulta que a variação da massa do corpo $\Delta m = m - m_0$, quando aumenta a sua energia cinética em

$$\Delta W_k = \frac{1}{2} m_0$$

exprime-se assim

$$\Delta m = \frac{\Delta W_k}{c^2}$$

Isto significa que o incremento da massa do corpo quando aumenta a sua velocidade, é igual à energia cinética que lhe é transmitida, dividida pelo quadrado da velocidade da luz.

A fórmula de Einstein. Na teoria da relatividade, este resultado é amplamente generalizado. Com o auxílio desta teoria, Einstein estabeleceu a relação geral entre a energia e a massa, que é dada por uma fórmula muito simples:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (9)$$

A energia dum corpo ou dum sistema de corpos é igual à massa multiplicada pelo quadrado da velocidade da luz. Em toda a física só se encontram duas ou três fórmulas universais tão simples como esta que relacionam as grandezas físicas fundamentais.

Se a energia do sistema varia, então varia também a sua massa:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \quad (10)$$

Visto que o coeficiente $\frac{1}{c^2}$ é muito pequeno, para que se note a variação da massa é necessário que haja grandes mudanças de energia. Quando se dão reações químicas ou quando se aquece um corpo em condições habituais, a variação da energia é tão pequena que variação correspondente da massa não pode ser verificada experimentalmente. Uma chaleira quente tem a massa maior do que uma fria; mas nem com o auxílio de balanças muito sensíveis seria possível medir a diferença. Só quando se transforma o núcleo atômico e as partículas elementares é que a variação de energia é tão grande que a alteração da massa nessa altura já pode ser verificada.

Quando explode uma bomba de hidrogênio liberta-se uma grande quantidade de energia - cerca de 1017 J. Esta energia é superior à produção de energia elétrica em toda a Terra durante vários dias. A energia é transportada com a radiação. A radiação, além da energia, tem massa, que é aproximadamente igual a 0,1% da massa dos materiais iniciais.

Energia de repouso. Quando a velocidade do movimento de um corpo é reduzida ($v \ll c$), então pode escrever-se sob a forma:

$$E \approx m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} \quad (11)$$

Neste caso, o segundo termo é a energia cinética habitual do corpo. Maior interesse desperta o primeiro membro: ele define a energia do corpo quando a velocidade é igual a zero ¾ a chamada energia de repouso E_0 :

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (12)$$

Este resultado merece atenção. Qualquer corpo, pelo simples fato de existir, tem uma energia que é proporcional à massa de repouso m_0 .

Quando se transformam partículas elementares com massa de repouso diferente de zero, em partículas com $m_0 = 0$, a energia de repouso das primeiras é transmitida às segundas totalmente sob a forma de energia cinética.

Este fato é a demonstração experimental mais evidente da existência de energia de repouso.

Massa Relativística¹⁰

Quando aplicamos em um corpo uma força de intensidade F , fazemos com que ele adquira velocidade, ou melhor, podemos aumentar sua velocidade de forma indefinida. Agora, se um corpo atingisse a velocidade da luz no vácuo, a força não mais seria capaz de acelerá-lo, pelo fato de ter sido atingida a velocidade limite, isto levando em conta a Teoria da Relatividade.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Equação para o cálculo da massa relativística

Nesse caso, poderíamos dizer que a inércia desse corpo seria finita. Sendo assim, cada vez que aumentamos a velocidade de um corpo, aumentamos também sua inércia. Caso continuemos a aumentar sua velocidade, tendendo à velocidade da luz, a sua inércia tenderá a ficar infinitamente grande.

Aprendemos que a massa de um corpo nada mais é do que a inércia desse corpo. Dessa forma, m_0 corresponde à massa de um determinado corpo em repouso em relação a um sistema de referência inercial e m é sua massa quando dotado de velocidade v . As massas m e m_0 relacionam-se de acordo com a equação acima.

Na equação, ou melhor, nessa fórmula, m_0 é chamada de massa de repouso e m , de massa relativística.

Como:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1, \quad \text{resulta } m > m_0$$

Observe que, sendo a velocidade v desprezível quando comparada com c , podemos fazer:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

Nessas condições, resulta $m = m_0$ de acordo com a Mecânica Clássica. Por outro lado, quando v tende a c , a raiz tende a zero e m tende a infinito.

¹⁰ <https://bit.ly/2O0Y7EP>

Quantidade de Movimento¹¹

No estudo inicial da mecânica definimos quantidade de movimento de um corpo como sendo o produto de sua massa pela velocidade. Partindo dessa definição, sabemos então que uma partícula de massa m , com velocidade v , possui uma quantidade de movimento p definida pela seguinte expressão.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

O princípio da conservação da quantidade de movimento nos diz que a quantidade de movimento total permanece a mesma, isto é, é constante para partículas que interagem entre si em um sistema isolado.

Para que esse princípio também possa ser usado, isto é, ser válido no estudo da relatividade, é necessário realizar uma redefinição para a quantidade de movimento, pois, caso contrário, as transformações relativísticas de velocidade de um referencial para outro invalidariam esse princípio.

A definição que satisfaz tais condições é:

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Na equação acima temos que:

p é o módulo da quantidade de movimento relativístico

v é a velocidade em relação a determinado referencial

m_0 é a massa de repouso da partícula (ou corpo)

Caso a velocidade v do corpo seja muito menor que a velocidade c , a expressão pode ser reduzida à forma clássica.

Da equação acima, definimos a massa de repouso como sendo a massa medida em um referencial em relação ao qual o corpo está em repouso. Da mesma forma que a relatividade propõe que o comprimento de um objeto diminui com o aumento da velocidade e que o tempo se expande com o aumento da velocidade, podemos dizer que a massa do corpo também aumenta com a velocidade em relação a determinado referencial.

Podemos, através da definição clássica da quantidade de movimento mencionada acima, determinar a expressão relativística da massa m de um corpo (ou objeto). Assim, temos:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

De acordo com a equação, podemos ver que conforme a velocidade do corpo aumenta, a grandeza massa também aumenta, tendendo para o infinito quando a velocidade v se aproxima da velocidade da luz no vácuo (c). Desta forma, podemos concluir que se um corpo possui massa, não pode atingir a velocidade da luz, pois sua massa seria infinita, algo fisicamente impossível.

Decaimento e Meia-Vida

Radioatividade – É a propriedade que os núcleos atômicos instáveis possuem de emitir partículas e radiações eletromagnéticas para se transformarem em núcleos mais estáveis. Para este fenômeno, damos o nome de reação de desintegração radioativa, reação de transmutação ou reação de decaimento.

A reação só acaba com a formação de átomos estáveis.

Exemplos:

U^{238} sofre decaimento até se transformar em Pb^{206} .

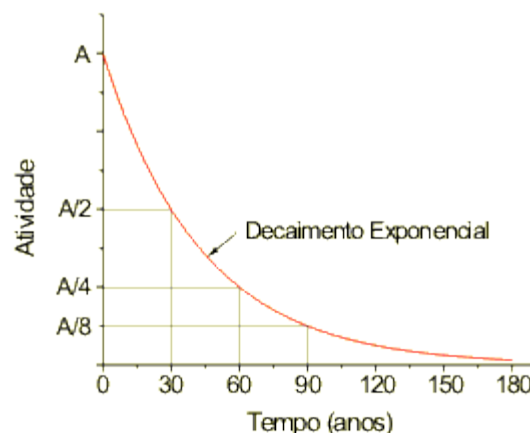
O tempo que os elementos radioativos levam para ficarem estáveis, varia muito.

Meia-Vida – É o tempo necessário para a metade dos isótopos de uma amostra se desintegrar.

Um conjunto de átomos radioativos pode estar se desintegrando neste instante. Outro átomo pode se desintegrar daqui há uma hora. Outro, pode desintegrar daqui há três meses.

O U^{235} é o elemento com meia-vida mais longa. Tem cerca de $7,04 \cdot 10^8$ anos.

Exemplo de um gráfico de Meia-vida: Atividade x Tempo



Exemplo de decaimento do bismuto- 210

Meia vida é a estimativa de tempo em que metade da massa de um isótopo haverá decaído. Um exemplo é a própria técnica de datação por Carbono 14. Reforce que a meia vida do isótopo radioativo do Carbono, cuja massa é 14, é de cerca de 5700 anos. Isso quer dizer que a concentração de Carbono 14, após 5700 anos, cai pela metade. Se esperarmos mais 5700 anos, haverá apenas 1/4 de Carbono 14, e assim sucessivamente. O tempo de meia vida depende diretamente do quão instável é o elemento e as variações são muito acentuadas, tendo elemento cuja meia vida pode ser de alguns minutos (isótopo iodo-131) e elemento cuja meia vida pode ser de até milhões de anos (Urânio 238). É importante enfatizar que meia vida não é a metade do tempo que o elemento radioativo leva para decair e desintegrar-se. O nome deste fenômeno é vida-média, este sim determina o tempo necessário para a transmutação do elemento radioativo.

¹¹ <https://bit.ly/2vJWG1R>

Efeitos da Radioatividade Nos Organismos

Os efeitos da radioatividade no ser humano dependem da quantidade acumulada no organismo e do tipo de radiação. A radioatividade é inofensiva para a vida humana em pequenas doses, mas, se a dose for excessiva, pode provocar lesões no sistema nervoso, no aparelho gastrointestinal, na medula óssea, etc., Muitas vezes pode levar a morte (em poucos dias ou num espaço de dez a quarenta anos, através de leucemia ou outro tipo de câncer).

Estar em contato com a radiação é algo sutil e impossível de ser percebido imediatamente, já que no momento do impacto não ocorre dor ou lesão visível.

A radiação ataca as células do corpo, fazendo com que os átomos que compõem as células sofram alterações em sua estrutura. As ligações químicas podem ser alteradas, afetando o funcionamento das células. Isso provoca, com o tempo, consequências biológicas no funcionamento do organismo como um todo; algumas consequências podem ser percebidas a curto prazo, outras a longo prazo. Às vezes vão apresentar problemas somente os descendentes (filhos, netos) da pessoa que sofreu alguma alteração genética induzida pela radioatividade.

Séries radioativas

A tabela a seguir indica a meia-vida de alguns isótopos radioativos

Isótopo radioativo	Meia-vida (P)
^{13}O	$8,7 \cdot 10^{-3}$ segundos
^{80}Br	17,6 minutos
^{99}Tc	6,0 horas
^{140}Ba	12,8 dias
^{14}C	5.730 anos
^{238}U	4,5 bilhões de ano

O período de semidesintegração é aproximadamente 70% do valor da vida média (V_m):

$$P \cong 0,7 V_m$$

Fissão Nuclear

A descoberta da reação de fissão nuclear ocorreu devido aos trabalhos de Enrico Fermi, Otto Hahn e Lise Meitner.

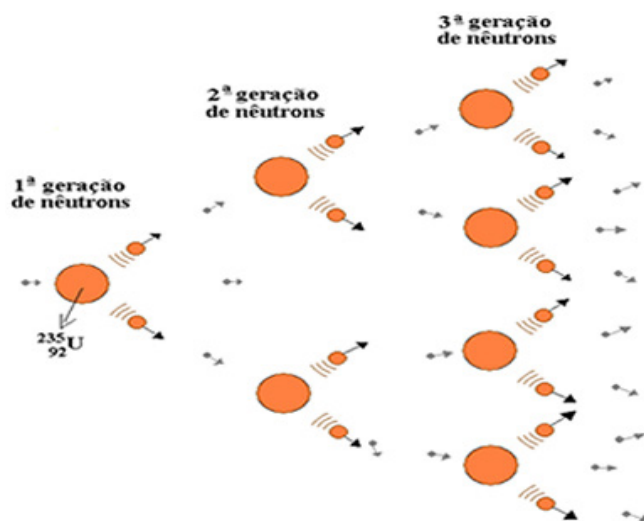
A fissão nuclear é uma reação que ocorre no núcleo de um átomo. Geralmente o núcleo pesado é atingido por um nêutron, que, após a colisão, libera uma imensa quantidade de energia. No processo de fissão de um átomo, a cada colisão são liberados novos nêutrons. Os novos nêutrons irão colidir com novos núcleos, provocando a fissão sucessiva de outros núcleos e estabelecendo, então, uma reação que denominamos reação em cadeia.

Um parâmetro importante para analisar a estabilidade de um núcleo é a razão entre o número de prótons e o número de nêutrons. Por um lado, a falta de nêutrons pode tornar a distância entre prótons tão pequena que a repulsão se torna inevitável, resultando na fissão do núcleo. Por outro lado, como a força

nuclear é de curto alcance, o excesso de nêutrons pode acarretar uma superfície de repulsão eletromagnética insustentável, que também resultaria na fissão do núcleo. Assim, um dos principais fatores para a estabilidade do núcleo é que tenhamos $N = Z$.

Quando o isótopo urânio-235 (^{235}U) recebe um nêutron, ele passa para um estado excitado que corresponde ao urânio-236 (^{236}U). Pouco tempo depois esse novo núcleo excitado se rompe em dois novos elementos. Esse rompimento, além de liberar novos nêutrons, libera uma grande quantidade de energia.

Os nêutrons provenientes do rompimento do núcleo excitado vão encontrar novos núcleos, gerando, portanto, uma reação em cadeia. A fim de que os novos nêutrons liberados encontrem novos núcleos, para assim manter a reação em cadeia, após a fissão do núcleo de urânio, deve-se ter uma grande quantidade de urânio-235. Como a concentração de urânio-235 no mineral urânio é pouca, obtém-se o urânio 235 em grande escala através do processo de enriquecimento do urânio.

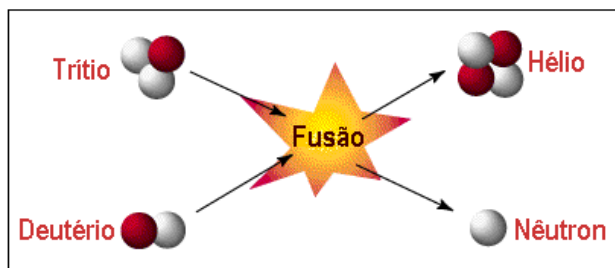


A fissão nuclear de um átomo de urânio libera grande quantidade de energia, cerca de 200 Mev. Se for descontrolada, a reação será explosiva – é o que acontece com as bombas atômicas.

Fusão Nuclear

Praticamente toda energia que a Terra recebe diariamente é proveniente do Sol, que libera energia por reações termonucleares.

As temperaturas elevadas no centro do Sol fornecem a energia necessária para que átomos de hidrogênio (H) se unam, num processo chamado fusão nuclear.



Cinética Radioativa¹²

Esta parte da Química nuclear nos mostra a diferença do tempo de desintegração entre os elementos, enquanto alguns se desintegram lentamente, outros se desintegram de maneira rápida. As seguintes fórmulas são as bases para determinar as grandezas desse estudo.

- Velocidade de desintegração; é o número de átomos de um material radioativo que se desintegram em determinado tempo:

$$v = -\Delta n / \Delta t$$

Sua unidade de medida é chamada de desintegrações por segundo (dps), ou becquerel (Bq)

- Constante radioativa; comprova-se experimentalmente que a velocidade de desintegração é proporcional ao número de átomos radioativos de um material radioativo:

$$v = C \cdot n$$

Onde C é a constante de proporcionalidade chamada de constante radioativa. E para $\Delta t = 1$, temos:

$$C = -\Delta n / n$$

- Intensidade radioativa; é o número de radiações alfa ou beta emitidas por um material radioativo na unidade de tempo:

$$i = C \cdot n$$

- Vida média; é a média aritmética dos tempos de vida de todos os átomos radioativos de um material radioativo. A vida média é o inverso da constante radioativa:

$$V_m = 1/C$$

Não é possível prever a duração de vida de determinado átomo, mas pode-se conhecer o tempo estatístico de sua duração.

Uso da energia nuclear e suas implicações ambientais

A Energia nuclear é aquela gerada a partir da quebra dos átomos de determinados elementos químicos, sendo o urânio o mais utilizado na atualidade. O processo de produção de energia ocorre nas Usinas Nucleares. De acordo com dados atuais, cerca de 15% da energia gerada no mundo é proveniente destas usinas nucleares.

Uma das vantagens da usina nuclear é a produção de uma energia mais limpa, já que 10 g de urânio é o suficiente para produzir a mesma quantidade de energia de 700 kg de petróleo e 1.200 kg de carvão. Outra vantagem das usinas nucleares é que não emitem gases, e não contribuem para o aquecimento global.

As desvantagens apresentadas são a respeito do lixo radioativo, uma vez que a energia elétrica produzida é por intermédio do processo de fissão nuclear, e não pode ser deixado exposto devido à radiação, o que causaria problemas na fauna e flora da região. O lixo radioativo deve ser muito bem acondicionado, pois pode demorar centenas de anos para perder suas propriedades radioativas.

Um outro fator de risco a ser considerado é a possibilidade de explosão da usina nuclear. O processo de fissão resulta em um alto aquecimento do urânio, e caso não seja controlado pode causar fusão do reator causando acidente nuclear de grandes proporções como as que aconteceram em Chernobyl na Ucrânia, e Fukushima no Japão.

Radiação

Todo o corpo emite e absorve radiação. Quando a temperatura do corpo é maior que a do ambiente onde ele está inserido, a taxa de emissão é maior que a taxa de absorção. Quando a temperatura do corpo é menor que a do ambiente onde ele se encontra, a taxa de emissão é menor que a taxa de absorção. Um corpo só não emite radiação térmica se sua temperatura for o zero absoluto, ou seja: 0 K (zero kelvin).

Toda matéria que se encontra em um estado sólido ou líquido, também conhecido como matéria condensada, emite um espectro contínuo de frequências. Ou seja, não existem espaços vazios no espectro.

Quando um corpo se encontra a temperatura ambiente ele é visto pela radiação que ele reflete na faixa de frequência da luz visível. Se estiver a temperaturas altíssimas, em torno de mil kelvins, ele emite luz visível própria em intensidade suficiente para ser detectada pela visão humana.

É definido como corpo negro todo aquele que emite um espectro de radiação universal que depende apenas de sua temperatura, não de sua composição. Este tipo de corpo absorve toda a radiação que incide sobre eles. Daí a denominação corpo negro. Observe a figura 01:



Figura 01: representação de um corpo negro perfeito que não reflete a radiação, considerando-o a temperatura de 0K.

¹² Sardella, A.; Química – São Paulo, 2003. Editora Ática.

Na figura 02 uma temperatura alta:



Figura 02: representação de um corpo negro a uma temperatura alta, próxima de 10^3K .

Neste caso, o corpo emite radiação na faixa de frequência da luz visível.

É observado experimentalmente que a intensidade da radiação emitida é maior para as frequências maiores quando a temperatura é mais alta. Ou seja, quanto maior a temperatura, há mais abundância de radiação de alta frequência sendo emitidas pelo corpo em questão. Uma situação bem comum que pode ser observada no cotidiano é o aquecimento de um objeto de ferro, por exemplo, a uma temperatura próxima de 10^3K .

Das observações experimentais surgiu uma grandeza chamada radiância espectral $R_T(f)$ que é definida pela quantidade de radiação emitida pela superfície de um corpo em um intervalo de frequências df a uma temperatura T por unidade de tempo. Observe a figura 03:

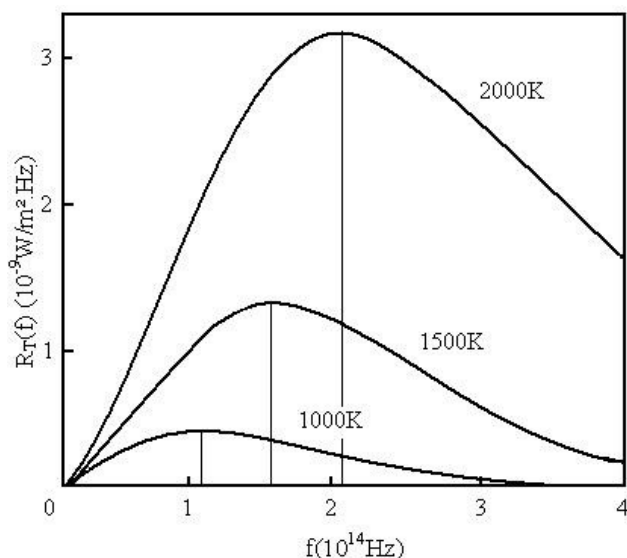


Figura 03: radiância espectral do corpo negro em função da frequência de radiação. A frequência de radiância máxima ocorre para frequências mais altas, quanto mais alta for a temperatura do corpo. No gráfico, três exemplos de curvas possíveis.

A interpretação deste gráfico nos leva a determinar a temperatura de corpos em função de sua radiância espectral. Ou seja, corpos mais quentes tendem a emitir luz branca enquanto que corpos a temperaturas baixas emitem ondas de infravermelho, conforme distribuição no espectro eletromagnético.

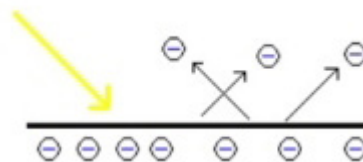
Efeito fotoelétrico

O efeito fotoelétrico ocorre quando uma placa metálica é exposta a uma radiação eletromagnética de frequência alta, por exemplo, um feixe de luz, e este arranca elétrons da placa metálica.

O efeito fotoelétrico parece simples, mas intrigou bastantes cientistas, só em 1905 Einstein explicou devidamente este efeito e com isso ganhou o Prêmio Nobel.

Uma das dúvidas que se tinha a respeito era que quanto mais se diminuía a intensidade do feixe de luz o efeito ia desaparecendo e a respeito da frequência da fonte luminosa também intrigava muito os cientistas, pois ao reduzir a frequência da fonte abaixo de um certo valor o efeito desaparecia (chamado de frequência de corte), ou seja, para frequências abaixo deste valor independentemente de qualquer que fosse a intensidade, não implicava na saída de nenhum único elétron que fosse da placa metálica.

Mais tarde Einstein com a teoria dos fótons explicou que, a intensidade de luz é proporcional ao número de fótons e que como consequência determina o número de elétrons a serem arrancados da superfície da placa metálica e, quanto maior a frequência maior é a energia adquirida pelos elétrons assim eles saem da placa e abaixo da frequência de corte, os elétrons não recebem nenhum tipo de energia, assim não saem da placa.



Placa metálica incidida por luz e perdendo elétrons devido o efeito fotoelétrico.

Dualidade onda-partícula

Ao longo dos tempos o ser humano e os animais evoluíram de forma a ter uma sensibilidade maior para a luz visível. O estudo dos fenômenos ópticos é fascinante, pois os variados tipos de imagens podem trazer diversos tipos de emoções ao ser humano e mesmo aos animais. Mas a evolução vem da necessidade destes seres obterem informações do meio em que vivem.

Na história da humanidade alguns estudos resultaram em grandes descobertas. Primeiramente, com relação à luz, estudou-se a possibilidade dela se propagar em linha reta. Mais tarde, Isaac Newton decompõe a luz em várias cores e também consegue demonstrar que várias cores compõem a luz branca.

Muitas discussões foram feitas com relação à luz. Quando se fala em propagação automaticamente considera-se um deslocamento com certa velocidade. Mas velocidade do quê? De uma onda ou de uma partícula?

Primeiramente, faz-se necessário fazer algumas considerações:

Uma onda é uma perturbação que se propaga em um meio. No caso de uma onda eletromagnética a perturbação é do campo elétrico e do campo magnético. É um argumento plausível pra explicar a luz.

Mas alguns experimentos realizados no fim do século XIX mudam um pouco essa concepção com relação a este importante ente físico. Entre os mais relevantes, podem ser citados o efeito fotoelétrico, o espalhamento Compton e a produção de raios X.

Quando se faz um experimento com partículas em fenda única, observa-se uma região de máxima incidência de partículas, conforme mostra a figura 01.

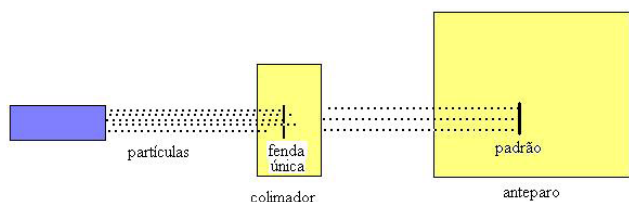


Figura 01: as partículas são colimadas por uma fenda e incidem no anteparo formando um padrão de interferência com uma franja apenas.

Quando a onda incide em um colimador com duas fendas observa-se um padrão de interferência com várias franjas. Isto ocorre devido ao fato de que há uma interferência construtiva quando a intensidade máxima da onda da luz emergente de uma fenda coincide com o máximo da onda emergente da outra fenda. Isso ocorre porque há uma diferença de caminho da luz emergente de cada fenda. O mesmo acontece com os mínimos e forma o padrão de interferência da figura 02.

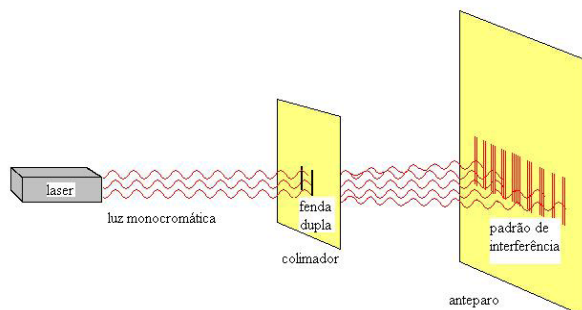


Figura 02: várias franjas de intensidade luminosa máxima no centro.

Quando a mesma experiência é realizada com partículas, o padrão deve ser formado apenas por duas raias de máxima intensidade. Mas não é isto que se observa se a mesma

experiência for realizada com prótons, nêutrons ou elétrons. O que se observa é um padrão de interferência! É isto que intriga os físicos: a luz se comporta ora como onda, ora como partícula. E as partículas se comportam como onda em determinadas situações.

Fonte:

www.fisicaevestibular.com.br/www.mundoeducacao.bol.uol.com.br/www.brasilecola.uol.com.br/www.sofisica.com.br/www.exercicios.brasilecola.uol.com.br/www.todamateria.com.br/www.mundoeducacao.bol.uol.com.br/www.colegioweb.com.br/www.guiadoestudante.abril.com.br/www.infoescola.com/www.brasilecola.uol.com.br/www.alunosonline.uol.com.br/www.mesoatomic.com/www.alunosonline.uol.com.br/www.coladaweb.com/www.proenem.com.br/www.edisciplinas.usp.br

ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

É importante tomarmos consciência de como estamos imersos em ondas eletromagnéticas. Iniciando pelos Sol, a maior e mais importante fonte para os seres terrestres, cuja vida depende do calor e da luz recebidos através de ondas eletromagnéticas.

Além de outras, recebemos também: a radiação eletromagnética emitida, por átomos de hidrogênio neutro que povoam o espaço interestelar da nossa galáxia; as emissões na faixa de radiofrequências dos “quasares” (objetos ópticos que se encontram a enormes distâncias de nós, muito além de nossa galáxia, e que produzem enorme quantidade de energia); pulsos intensos de radiação dos “pulsares” (estrelas pequenas cuja densidade média é em torno de 10 trilhões de vezes a densidade média do Sol). As Ondas eletromagnéticas se originam do movimento acelerado de cargas elétricas, consistem de campos elétricos e campos magnéticos que vibram nos planos perpendiculares entre si e em relação à direção de propagação, todas têm, no vácuo, a mesma velocidade etc. Por possuir a mesma descrição física, as ondas eletromagnéticas diferem entre si apenas pelas frequências e correspondentes comprimentos da onda.

Essas frequências, porém, abrangem uma faixa enorme que denominamos espectro eletromagnético. A palavra espectro (do latim “spectrum”, que significa fantasma ou aparição) foi usada por Isaac Newton, no século XVII, para descrever a faixa de cores que apareceu quando, numa experiência, a luz do Sol atravessou um prisma de vidro em sua trajetória. Os nomes de vários tipos das ondas, que usamos frequentemente no nosso dia-dia, são dados em acordo com a faixa das frequências que as mesmas ocupam no espectro eletromagnético conforme a Figura 1 a

seguir:

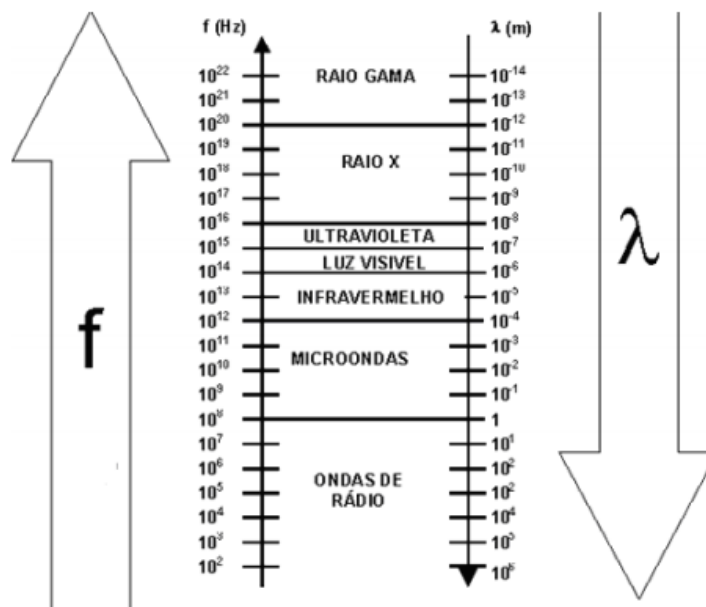


Figura1. Espectro eletromagnético apresentado na escala de frequência (esquerda) e dos comprimentos da onda (direita). Essas escalas são logarítmicas devido ao fato que os intervalos são muito elevados. As divisões entre os vários tipos das ondas não são definidas precisamente, e devem ser consideradas como aproximadas. A energia das ondas eletromagnéticas é proporcional a sua frequência, i.e., cresce com aumento da frequência.

Velocidade de propagação: Depende do meio em que ela se propaga.

Maxwell mostrou que a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética, no vácuo, é dada pela expressão:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo e μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo.

Aplicando os valores de ϵ_0 e de μ_0 na expressão acima, encontra-se a velocidade:

$$c \cong 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ou

$$c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ (valor exato)}$$

que é igual a velocidade da luz. Nisso Maxwell se baseou para afirmar que a luz também é uma onda eletromagnética.

Podemos resumir as características das ondas eletromagnéticas no seguinte:

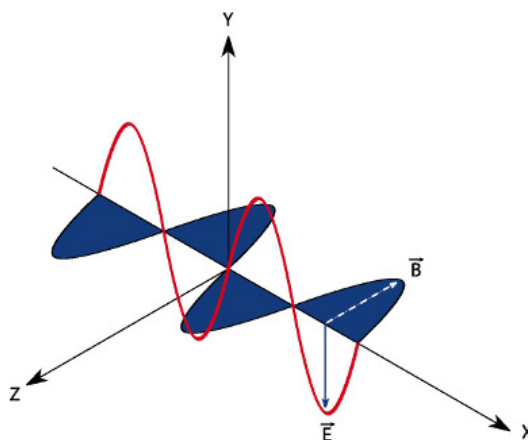
- São formadas por campos elétricos e campos magnéticos variáveis.
- O campo elétrico é perpendicular ao campo magnético.
- São ondas transversais (os campos são perpendiculares à direção de propagação).
- Propagam-se no vácuo com a velocidade "c".
- Podem propagar-se num meio material com velocidade menor que a obtida no vácuo.

Propriedades das ondas eletromagnéticas

Algumas propriedades podem ser observadas em todas as ondas eletromagnéticas, independente da forma como estas ondas foram criadas, são elas:

- Os campos elétrico e magnético são perpendiculares à direção de propagação da onda;
- O campo elétrico é perpendicular ao campo magnético;
- Os campos variam sempre na mesma frequência e estão em fase.

Observe na figura abaixo o comportamento dos campos elétrico e magnético nestas ondas:



A figura mostra a direção do campo magnético, do campo elétrico e da propagação da onda eletromagnética

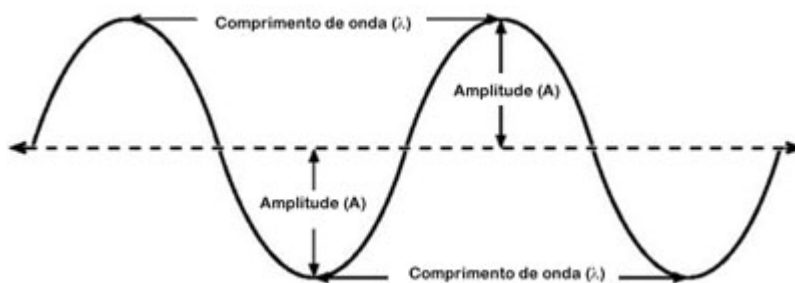
Veja que enquanto o campo magnético (B) se propaga na direção z, o campo elétrico (E) se propaga na direção y. Já a onda segue na direção x todas perpendiculares entre si.

As ondas eletromagnéticas, assim como todas as ondas, são caracterizadas por três grandezas, são elas:

- Período: é o tempo que a onda leva para percorrer um ciclo;
- Frequência: é o número de ciclos por unidade de tempo, sendo a unidade de medida mais conhecida o Hertz, que corresponde a um ciclo por segundo;
- Fase: representa o avanço ou atraso da onda em relação ao ponto de origem.

Propriedades básicas das ondas: amplitude, comprimento de onda e frequência

Como você já deve saber, uma onda tem um vale (ponto mais baixo) e uma crista (ponto mais alto). A distância vertical entre a extremidade de uma crista e o eixo central da onda é chamada de amplitude. Esta é a propriedade associada ao brilho, ou intensidade, da onda. A distância horizontal entre dois vales ou cristas consecutivas é conhecida como comprimento de onda da onda. Essas medidas podem ser vistas da seguinte maneira:



Lembre-se de que algumas ondas (inclusive as eletromagnéticas) também oscilam no espaço e, sendo assim, elas oscilam em uma determinada posição conforme o tempo passa. A grandeza conhecida como frequência da onda diz respeito ao número de comprimentos de onda completos que passam por um determinado ponto no espaço a cada segundo. A unidade do SI para frequência é Hertz (Hz). Como você deve imaginar, o comprimento de onda e a frequência são inversamente proporcionais, isto é, quanto menor o comprimento de onda, maior será a frequência, e vice-versa.

A relação é dada pela seguinte equação: $c = \lambda \nu$

Em que λ (lambda, do alfabeto grego) é o comprimento de onda (em metros), e ν (nu do alfabeto grego) é a frequência (em Hertz) Seu produto é a constante c a velocidade da luz, que é igual a $3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$

. Esta relação reflete um fato importante: toda radiação eletromagnética, independentemente de comprimento de onda ou frequência, viaja à velocidade da luz.

Período

A última grandeza a ser considerada é o período de uma onda. O período de uma onda é a duração de tempo que leva para que um comprimento de onda passe por um determinado ponto no espaço. Matematicamente, o período (T) é simplesmente o inverso da frequência da onda (f).

$$T = \frac{1}{f}$$

A radiação eletromagnética pode ser descrita por sua amplitude (brilho), comprimento de onda, frequência e período.

Quantização de Energia

De acordo com os físicos clássicos, a matéria seria composta de partículas que tinham massa e cuja posição no espaço poderia ser conhecida. Por outro lado, considerava-se que as ondas de luz tinham massa igual a zero, e que sua posição no espaço não poderia ser determinada.

Planck descobriu que a radiação eletromagnética emitida por corpos negros não poderia ser explicada pela física clássica, que considerava que a matéria poderia absorver ou emitir qualquer grandeza de radiação eletromagnética. Planck observou que, na verdade, a matéria absorvia ou emitia energia, apenas em múltiplos de números inteiros do valor $h\nu$, em que h é a constante de Planck, $6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ e ν é a frequência da luz absorvida ou emitida

Pela equação $E=h\nu$, vimos como a frequência de uma onda de luz é proporcional à sua energia. No início do século XX, a descoberta de que a energia é quantizada levou à revelação de que a luz não é só uma onda, mas que ela também pode ser descrita como uma coleção de partículas chamadas de fótons. Os fótons carregam quantidades discretas de energia chamadas de quanta. Esta energia pode ser transferida para átomos e moléculas quando os fótons são absorvidos.

Agora que conhecemos algumas propriedades básicas das ondas, vamos ver os diferentes tipos de radiação eletromagnética.

Todas as ondas no espectro eletromagnético exibem a mesma natureza física. Entretanto, a origem de vários tipos das ondas não é a mesma. Ondas de rádio ou micro-ondas, por exemplo, são produzidas de maneira diferente do que as ondas luminosas ou de raios X. Abaixo estão descritas cada tipo de onda eletromagnética.

- Ondas de rádio

Estas ondas são caracterizadas pelo λ , que pode variar de alguns quilômetros até aproximadamente 0,3 m, que corresponde às frequências relativamente pequenas, até 108 Hz. As ondas de rádio são geradas por equipamentos eletrônicos (i.e. circuitos LC), e utilizadas principalmente no sistema de rádio e TV.

As ondas longas de rádio, que vão de 104 Hz a 107 Hz, têm comprimento de onda grande, o que permite que elas sejam refletidas pelas camadas ionizadas da atmosfera superior (ionosfera). Portanto, elas alcançam muito longe, seguindo a curvatura da Terra. Estas ondas, além disso, têm a capacidade de contornar obstáculos como árvores, 160 edifícios, de modo que é relativamente fácil captá-las num aparelho rádio receptor. As bandas FM são reservadas para ondas curtas de rádio, cuja frequência é acima de 107 Hz, que carregam o som da maior qualidade, mas não são refletidas pela ionosfera e, portanto, têm alcance muito mais curto do que as ondas longas.

- Micro-ondas

As micro-ondas são caracterizadas pelo λ , que varia de 0,3 m até 1 mm aproximadamente. Estas ondas possuem a faixa limite de frequências que podem ser produzidas por equipamentos e circuitos eletrônicos. Para produzir frequências mais altas, precisam ser usados osciladores moleculares e atômicos.

As micro-ondas são muito utilizadas em telecomunicações. As ligações de telefone e programas de TV recebidos “via satélite” de outros países são feitas com o emprego de micro-ondas. As micro-ondas também são utilizadas no funcionamento de um radar. Uma fonte emite uma radiação que atinge um objeto e volta para o ponto onde a onda foi emitida. De acordo com a direção em que a radiação volta pode ser descoberta a localização do objeto que refletiu a onda. Finalmente, uma utilização de micro-ondas bem comum é nos fornos de micro-ondas, onde se esquentam os alimentos.

-- Ondas infravermelhas

Os comprimentos de onda λ das ondas infravermelhas abrangem um intervalo entre 1,00 mm até $7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ (700 nm) aproximadamente (um nanômetro (1 nm) = 10^{-9} m). Essas ondas são produzidas pelos corpos (objetos) quentes e usualmente chamadas radiação térmica (calor). A origem das ondas infravermelhas são vibrações dos átomos e moléculas do corpo, cuja agitação depende da temperatura do corpo. Como os átomos e moléculas são compostos de partículas eletricamente carregadas (elétrons, núcleos), sua vibração inclui um movimento não uniforme de cargas, e, portanto, produz radiação eletromagnética.

- Luz visível

O olho humano tem condições de perceber somente frequências que vão de $4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ a $7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (com λ entre 400 e 800 nm), preenchendo uma faixa bem estreita do espectro eletromagnético, indicada como luz visível. A luz visível é produzida ou pelos corpos muito quentes (fonte: vibração atômica), ou através das transições eletrônicas nos átomos que compõem o corpo. No último caso, a energia que o átomo adquiriu de alguma maneira não se gasta na agitação da sua vibração, mas para promover os seus elétrons para o estado com

a energia mais alta. Quando os elétrons retornam para o estado da energia inicial, o excesso da energia é emitido na forma das ondas eletromagnéticas de luz visível ou ultravioleta. Para entender completamente este processo complexo, porém, precisa-se empregar a mecânica quântica, uma disciplina de física que estuda as leis da física que se aplicam ao mundo microscópico.

Quando se trata de luz visível, o cérebro humano interpreta os comprimentos de onda diferentes como cores diferentes.

Cor	Comprimento de onda (nm)	Frequência (10^{12} Hz)
vermelho	780 - 622	384 - 482
laranja	622 - 597	482 - 503
amarelo	597 - 577	503 - 520
verde	577 - 492	520 - 610
azul	492 - 455	610 - 659
violeta	455 - 390	659 - 769

Faixas de comprimentos de onda e das frequências de luz visível que determinam as cores.

- Luz ultravioleta

A luz ultravioleta possui comprimentos de onda na faixa de 400 nm até 0,6 nm. Essa luz é produzida pelas transições eletrônicas que ocorrem nos átomos e moléculas excitados, da mesma maneira como luz visível (somente as transições agora envolvem energias maiores). A energia da radiação ultravioleta é grande, comparável com a energia suficiente para retirar elétrons dos átomos (digamos, para ionizar os átomos). Portanto, essa radiação pode causar danos aos tecidos vivos, como por exemplo, à nossa pele. O Sol é uma fonte poderosa da radiação ultravioleta (que vem junto com a radiação visível e infravermelha). Exatamente por causa dessa radiação, devemos utilizar protetores solares para proteger a nossa pele.

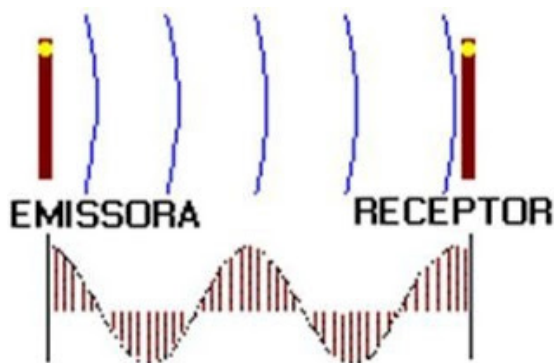
Raios Gama

As ondas eletromagnéticas com frequência e energia acima da dos raios X recebem o nome de raios gama (γ). Os raios γ são produzidos por desintegração natural ou artificial de elementos radioativos, então originam de mudança dos estados da energia nos núcleos atômicos. Um material radioativo pode emitir raios γ durante muito tempo, até atingir uma forma mais estável.

Raios γ de alta energia podem ser detectados nos raios cósmicos que atingem a alta atmosfera terrestre em grande quantidade por segundo. Eles são perigosos e podem causar graves danos às células, de modo que os cientistas que trabalham em laboratório de radiação devem desenvolver métodos especiais de detecção e proteção contra doses excessivas dessa radiação.

Interação eletromagnética

Uma interação eletromagnética qualquer como, por exemplo, o afastamento de partículas portando cargas (positiva e negativa) ocorre com a interação entre as duas cargas mediante a troca de fótons (energia da radiação eletromagnética). A fonte de radiação puder ser vista como uma antena de transmissão (um emissor), a matéria (um receptor) com que a radiação interage pode ser vista como uma antena receptora. A diferença essencial entre os receptores está apenas na frequência das ondas eletromagnéticas à qual respondem.



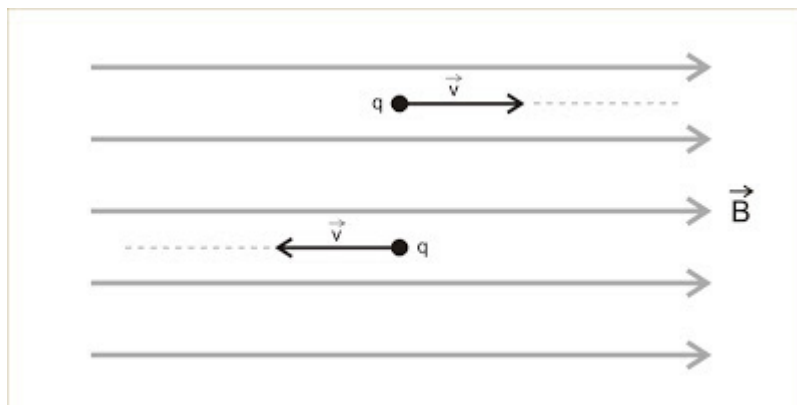
CASOS IMPORTANTES

1. Se $v = 0$ (partícula abandonada em repouso), a resultante F_m é $= 0$.

Portanto, partículas eletrizadas abandonadas em repouso não sofrem ação do campo magnético.

2. Partícula eletrizada lançada paralelamente às linhas de indução de um campo magnético uniforme (v paralelo a B). Neste caso, $\theta = 0$ ou $\theta = 180^\circ$ e sendo $\sin 0 = 0$ e $\sin 180^\circ = 0$, concluímos que a força magnética é nula.

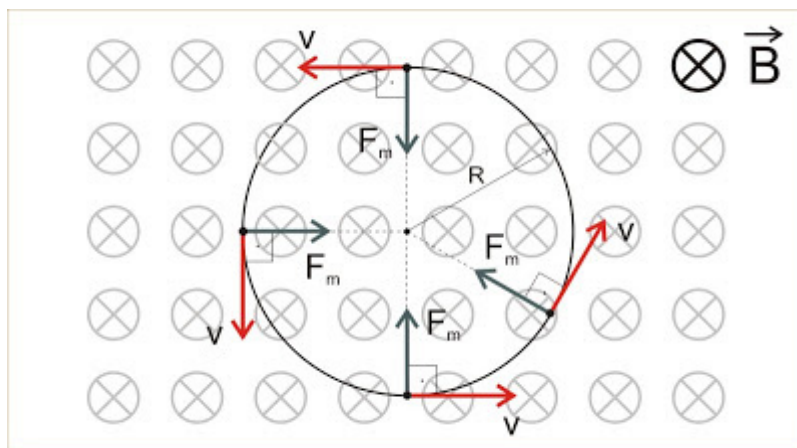
Portanto, a partícula desloca-se livre da ação de forças, realizando um movimento retilíneo e uniforme (MRU).



3. Partícula eletrizada lançada perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme (v perpendicular a B). Neste caso, $\theta = 90^\circ$ e sendo $\sin 90^\circ = 1$, resulta:

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B$$

A força magnética é sempre perpendicular à velocidade v . Ela altera a direção da velocidade e não seu módulo. Sendo q , v e B constantes, concluímos que o módulo da força magnética F_m é constante. Logo, a partícula está sob ação de uma força de módulo constante e que em cada instante é perpendicular à velocidade.



Portanto, a partícula realiza movimento circular uniforme (MCU).

Cálculo do raio da trajetória

Seja m a massa da partícula e R o raio da trajetória. Observando que a força magnética é uma resultante centrípeta, vem:

$$F_m = F_{cp} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow$$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

4. Partícula lançada obliquamente às linhas de indução. Neste caso, decompomos a velocidade de lançamento v nas componentes: v_1 (paralela a B) e v_2 (perpendicular a B). Devido a v_1 a partícula descreve MRU e devido a v_2 , MCU. A composição de um MRU com um MCU é um movimento denominado helicoidal. Ele é uniforme

As ondas de rádio, TVs, raios X, micro-ondas e, principalmente, a luz do sol são exemplos de ondas eletromagnéticas.

QUESTÕES

1. FUNDATEC - 2025 - Prefeitura de Santa Rosa - RS - Engenheiro Químico

Segundo tradução luso-brasileira de “O Sistema Internacional de Unidades” (2021), as definições das unidades do Sistema Internacional (SI) são estabelecidas a partir de um conjunto de sete constantes definidoras da física. A partir dos valores fixados dessas constantes definidoras, expressas em unidades do SI, é possível deduzir todas as unidades do sistema. Sobre essas constantes, analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

() A velocidade da luz no vácuo (C) é igual a 299 792 458 m²/s.

() A carga elementar (e) é igual a 1,602 176 634 x 10⁻¹⁹ C.

() A constante de Boltzmann (k) é igual a 1,380 649 x 10⁻²³ J/k.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

- (A) V – V – V.
- (B) F – F – V.
- (C) V – V – F.
- (D) F – F – F.
- (E) F – V – V.

2. IF-TO - 2024

O Sistema Internacional de Medidas (SI) é amplamente adotado no estudo de processos físicos e se caracteriza por uma padronização de unidades de medidas de acordo com uma

convenção estabelecida. Sendo assim, caracterizam-se como grandezas fundamentais do SI, com suas respectivas unidades de medida:

- (A) Temperatura (kelvin), massa (quilograma), energia (joule), força (newton).
- (B) Carga elétrica (coulomb), massa (quilograma), temperatura (kelvin), intensidade luminosa (candela).
- (C) Corrente elétrica (ampère), massa (grama), temperatura (celsius), intensidade luminosa (candela).
- (D) Carga elétrica (coulomb), massa (quilograma), quantidade de substância (mol), intensidade luminosa (candela).
- (E) Corrente elétrica (ampère), massa (quilograma), quantidade de substância (mol), intensidade luminosa (candela).

3. Instituto Consulplan - 2024

Carros no mundo inteiro são abastecidos com combustíveis, líquidos ou gasosos, vendidos por volume. Como os líquidos e os gases sofrem variação no volume quando submetidos a uma variação de temperatura, os postos de combustíveis investem em tanques de armazenamento e em bombas com isolantes térmicos, pois uma variação no volume pode levar a uma diferença na quantidade de combustível na hora do abastecimento. Esse fato poderia ser evitado se o combustível, ao invés de ser vendido por volume, fosse vendido por:

- (A) Massa.
- (B) Densidade.
- (C) Calor específico.
- (D) Coeficiente de dilatação térmica.

4. Instituto Consulplan - 2024

Sabe-se que uma lancha tem combustível suficiente para navegar rio acima, até um embarcadouro, a 4h de viagem. Ao chegar ao embarcadouro, o piloto o encontra fechado e retorna a fio de água, navegando com a corrente, durante 8h, até chegar ao ponto de partida. A viagem toda levou 12h. Quanto tempo levaria se a lancha fosse reabastecida de combustível no embarcadouro rio acima?

- (A) 3h.
- (B) 4h.
- (C) 6h.
- (D) 8h.

5. Instituto Consulplan - 2024

Em uma aula de física para estudantes de graduação, o professor aborda o fenômeno do efeito Doppler, que descreve as variações de frequência percebidas devido ao movimento relativo entre a fonte sonora e o observador. Um trem se move em linha reta a uma velocidade constante em direção a um ponto onde um observador está parado. O trem emite um sinal sonoro de frequência f_0 . A partir dessa situação hipotética, assinale a frequência percebida pelo observador, considerando que a velocidade do som no ar é v_s e a velocidade do trem é v_t .

- (A) Menor que f_0 , quando o trem se aproxima e maior que f_0 quando ele se afasta.
- (B) Igual a f_0 devido à ausência de movimento relativo entre o trem e o observador.

(C) Menor que f_0 , pois a onda sonora se propaga na direção oposta ao movimento do trem.

(D) Maior que f_0 , pois o movimento do trem em direção ao observador comprime as ondas sonoras.

6. IF-TO - 2024

Em um experimento para estudar o movimento retilíneo de corpos, foi utilizado um trilho de ar em que um carro com massa M se desloca na horizontal, puxado por uma massa em um suporte, que se deslocam na vertical, ambos ligados por meio de um fio ao carro. O conjunto passa por um primeiro sensor fotoelétrico que inicia a contagem do tempo necessário até que o carro passe por um segundo sensor. Esse intervalo de tempo que o carro leva para percorrer diversas distâncias é medido 5 vezes para cada deslocamento, sendo que o primeiro sensor é sempre mantido na mesma posição em todas as medidas. Tanto os intervalos de tempo, quanto as posições do segundo sensor em cada conjunto de medidas são anotados em uma tabela. Após isso, um estudante elabora um gráfico da posição final do carro em função da média dos intervalos de tempo obtidos e obtém a equação $x = 20,5 + 42,3t$, com a posição em centímetros e o tempo em segundos. Diante disso, ele conclui que:

(A) O movimento é retilíneo e uniforme com velocidade constante de $0,423 \text{ m/s}$ e o carro passa pelo segundo sensor na posição $20,5 \text{ cm}$.

(B) O movimento é retilíneo e uniforme com velocidade constante de $42,3 \text{ m/s}$ e o carro passa pelo primeiro sensor na posição $20,5 \text{ cm}$.

(C) O movimento é retilíneo e uniforme com velocidade constante de $0,423 \text{ m/s}$ e o carro passa pelo primeiro sensor na posição $20,5 \text{ cm}$.

(D) O movimento é retilíneo e uniformemente variado com aceleração constante de $0,423 \text{ m/s}^2$ e o carro passa pelo primeiro sensor na posição $10,3 \text{ cm}$.

(E) O movimento é retilíneo e uniformemente variado com aceleração constante de $0,423 \text{ m/s}^2$ e o carro passa pelo primeiro sensor na posição $20,5 \text{ cm}$.

7. Instituto Consulplan - 2024

Dois homens, Pedro e Paulo, que moram em cidades distintas, fizeram uma viagem para o mesmo destino. Pedro saiu da cidade A e chegou em seu destino, a cidade C, em um tempo de 3 horas; já, Paulo saiu da cidade B e chegou ao seu destino, também a cidade C, em 1 hora. Sabe-se que a distância da cidade A até cidade C é o dobro da distância da cidade B até a cidade C. Pedro, durante sua trajetória, manteve a velocidade do seu carro constante em 60 Km/h . Considerando os dados do texto, assinale a afirmativa INCORRETA.

(A) A distância da cidade A até a cidade C é de 180 Km .

(B) A velocidade constante do automóvel dirigido por Paulo, durante a viagem, foi de 90 Km/h .

(C) A distância da cidade de B até a cidade C é menor que a distância da cidade A até a cidade C.

(D) A velocidade constante do automóvel dirigido por Pedro, durante a viagem, foi maior que a do automóvel dirigido por Paulo.

8. Instituto Consulplan - 2024

Considere um bloco puxado sobre uma superfície horizontal por uma corda mantida também na horizontal. A velocidade é constante e a força de atração é de 20 N . O coeficiente de atrito cinético entre as superfícies em contato é de $0,3$. A força de atrito é:

(A) $0,3 \text{ N}$.

(B) 20 N .

(C) Impossível de ser determinada, se não se souber a massa do corpo.

(D) Impossível de ser determinada, se não for conhecido o módulo da velocidade do corpo.

9. FUNDATEC - 2024

Um bloco de madeira de 10 kg é colocado sobre uma superfície horizontal e está sujeito a uma força de atrito de 20 N . Se a força de atrito é a única resistência ao movimento, e a força aplicada para mover o bloco é de 50 N , qual será a aceleração do bloco?

(A) 5 m/s^2 .

(B) 4 m/s^2 .

(C) 3 m/s^2 .

(D) 2 m/s^2 .

(E) 1 m/s^2 .

10. IF-TO - 2024

Em um experimento para estudo da conservação de energia, uma esfera é liberada do topo de uma rampa a partir de uma altura inicial até atingir a parte plana e horizontal da rampa. Nesse percurso ela passa inicialmente por um sensor fotoelétrico que inicia a contagem do intervalo de tempo até que ela passe pelo segundo sensor que encerra a mesma. Ambos os sensores se encontram na parte horizontal da rampa e medem o intervalo de tempo para percorrer uma distância de $30,0 \text{ cm}$. Sabendo-se que a esfera é considerada como uma partícula e que o intervalo de tempo obtido é de $0,160 \text{ s}$, determine qual deve ser a altura inicial aproximada, em unidades do Sistema Internacional, caso o sistema seja considerado conservativo. Considere $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.

(A) $0,352$

(B) $17,6$

(C) $0,176$

(D) $35,2$

(E) $0,586$

11. IF-TO - 2024

Um estudante de Física deseja elevar um objeto utilizando um sistema composto por N polias ideais e um fio, também ideal. Após a suspensão ele deseja mantê-lo equilibrado utilizando um contrapeso na outra extremidade do fio, cuja massa é de 500 g . Considerando-se que uma das polias será fixa, utilizada apenas para redirecionar a força no fio de modo a levantar o objeto, qual será a massa máxima a ser sustentada por esse sistema se o estudante utilizar 5 polias? Considere $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.

(A) $8,00 \text{ kg}$

(B) $80,0 \text{ kg}$

(C) $16,0 \text{ kg}$

- (D) 1,60 kg
(E) 1,00 kg

12. Instituto Consulplan - 2024

Um bloco de massa “m” foi colocado em repouso sobre uma plataforma inclinável de ângulo variável, inicialmente em uma posição horizontal. A plataforma é acionada eletronicamente e se inclina com a taxa de 10° por minuto. Após um intervalo de 270 segundos, o bloco sai do repouso e começa a descer a plataforma. É possível afirmar que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é:

- (A) 0,6.
(B) 0,8.
(C) 1,0.
(D) 1,2.

13. IF-TO - 2024

Um cardiologista do Hospital Geral de Palmas precisa realizar uma cirurgia em Pedro e para isso deve antes fazer uma transfusão de sangue. O procedimento para tal ação ocorre ligando-se uma bolsa contendo plasma à veia do paciente e colocando-a em determinada altura em relação ao ponto da sua veia, por onde será realizada a transfusão. A densidade do plasma pode ser considerada de 1 g/cm^3 , além disso $1 \text{ atm} = 1,013.105 \text{ N/m}^2$ e a aceleração da gravidade no local é $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Nesse caso, se uma bolsa for colocada a 1,8 m do referido ponto, a pressão do plasma ao entrar na veia será

- (A) 132 mmHg
(B) 178 mmHg
(C) 234 mmHg
(D) 278 mmHg
(E) 334 mmHg

14. FGV - 2024

Em uma aula de ciências, um aluno bebeu água de um copo, utilizando um canudo de plástico.

A observação serviu para ilustrar o tema

- (A) “pressão atmosférica”; a água subiu pelo canudo porque o ar em seu interior foi sugado e o vácuo criado puxou o líquido em direção à boca.
(B) “pressão atmosférica”; o líquido subiu pelo canudo devido à redução da pressão do ar no interior em seu interior.
(C) “propriedades do ar”; a água subiu pelo canudo por ação da força de sucção exercida pelas paredes do canudo.
(D) “propriedades da água”; o líquido subiu pelo canudo graças à força de adesão existente entre as moléculas de água.
(E) “propriedades da água”; a água subiu pelo canudo em consequência da força de coesão entre as suas moléculas e as moléculas do material do canudo.

15. FUNATEC - 2024

Temperatura ou ponto de fusão é a temperatura na qual uma substância passa do seu estado sólido ao estado líquido. Assinale a alternativa que trata de forma correta sobre a fusão vítrea.

- (A) se processa em temperatura indeterminada e variável durante a mudança de estado, enquanto ocorre uma mudança estrutural da substância. É o caso dos elementos químicos e das substâncias simples.
(B) se processa em temperatura determinada e constante durante a mudança de estado, enquanto ocorre uma mudança estrutural da substância. É o caso dos elementos químicos e das substâncias simples.
(C) onde não há mudança estrutural da substância e apenas observa-se um amolecimento gradual, enquanto a temperatura aumenta.
(D) onde há mudança estrutural da substância e apenas observa-se um amolecimento gradual, enquanto a temperatura aumenta.

16. VUNESP - 2024

Com relação às unidades de medida estudadas em estática, é correto afirmar que

- (A) a distância é medida em metro por segundo.
(B) o torque é medido em Newton por metro.
(C) a força é medida em Newton por metro.
(D) o momento angular é medido em metro quadrado por minuto.

17. VUNESP - 2024

A estática é a parte da mecânica que estuda os corpos que não se movem ou se movimentam em aceleração constante. Ela estuda as condições nas quais as forças atuantes sobre um corpo se equilibram. Na estática são estudados os conceitos e aplicações de centro de massa, equilíbrio, alavanca, torque e momento angular. A alavanca é uma máquina simples capaz de simplificar a execução de uma tarefa e pode ser interfixa, interpotente e inter-resistente.

A alavanca interfixa possui:

- (A) a força potente entre a força resistente e o ponto de apoio.
(B) o ponto de apoio na extremidade da alavanca.
(C) a força resistente entre a força potente e o ponto de apoio.
(D) o ponto de apoio entre a força potente e a força resistente.

18. IF-ES - 2024

Um anel, massa igual a 2,5 g, rola sem deslizar, com velocidade constante igual a 1,44 km/h, sobre uma tábua. Não existe atrito entre as superfícies. A energia cinética total, em mJ, será:

- (A) 0,2
(B) 0,4
(C) 0,8
(D) 1,6
(E) 5,2

19. CESPE / CEBRASPE - 2024

Em relação aos fundamentos teóricos da conservação da energia mecânica, julgue o item que se segue.

O atrito é uma força conservativa que garante que, para um sistema isolado, a energia cinética e a energia potencial possam variar sem causar variação da energia mecânica.

- (.....)
) CERTO
 (.....
) ERRADO

20. Instituto Consulplan - 2024

“As ondas eletromagnéticas surgem da interação de campos elétricos e campos magnéticos _____. As cargas elétricas _____ geram campo magnético e a variação do fluxo magnético produz um campo elétrico. As ondas eletromagnéticas se propagam em uma direção _____ aos vetores que definem os campos eletromagnéticos, por isso são consideradas ondas transversais.” Assinale a alternativa que completa correta e sequencialmente a afirmativa anterior.

- (A) constantes / em repouso / paralela
 (B) oscilantes / em movimento / paralela
 (C) variáveis / aceleradas / perpendicular
 (D) variantes / em equilíbrio estático / perpendicular

21. FUNDATEC - 2024

Quando um campo magnético é colocado sobre um material, um pequeno campo magnético se forma no interior do material na direção oposta ao campo aplicado, fazendo com que o material seja fracamente repellido por um ímã. Existem diversos exemplos desse tipo de material, entre eles, mercúrio, ouro, cobre, água, petróleo e a maioria dos compostos orgânicos. Assinale a alternativa que contempla corretamente o tipo de domínio magnético dos materiais mencionados acima.

- (A) Diamagnético.
 (B) Paramagnético.
 (C) Ferromagnético.
 (D) Metamagnético.
 (E) Magnetoelétrico.

22. Instituto Consulplan - 2024

Materiais ferromagnéticos são aqueles que, quando submetidos à presença de um campo magnético, se imantam e adquirem as propriedades dos ímãs. Entre esses materiais, podem-se destacar o ferro, o níquel e as ligas feitas desses materiais. Quando entram em contato com um ímã, os materiais ferromagnéticos adquirem um campo magnético na mesma direção e no mesmo sentido do campo magnético ao qual foram submetidos. Pode-se concluir que o campo magnético resultante na região é:

- (A) Igual ao campo magnético gerado pelo ímã.
 (B) Metade do campo magnético gerado pelo ímã.
 (C) Maior do que o campo magnético gerado pelo ímã.
 (D) Menor do que o campo magnético gerado pelo ímã.

23. UNIVALI - 2024

As ondas sonoras são provenientes das compressões e expansões de um corpo quando entra em movimento. A respeito da propagação do som nos diferentes estados da matéria, organize esses estados, partindo daquele onde o som mais se propaga até o que ele menos se propaga.

- I. Gasoso.
 II. Líquido.
 III. Sólido.

Assinale a alternativa CORRETA que represente o item com a maior até a menor propagação de som.

- (A) III > I > II.
 (B) III > II > I.
 (C) II > I > III.
 (D) I > II > III.

24. Instituto Consulplan - 2024

Em uma pesquisa de campo, cientistas observam o comportamento das ondas em um tanque de água. Eles notam que, ao introduzir dois obstáculos próximos à superfície, ocorre o fenômeno de difração, fazendo com que as ondas passem pelos obstáculos e se espalhem em direções diferentes. Esse fenômeno é comparado a outros comportamentos de ondas, como a interferência, a reflexão e a refração, todos presentes em fenômenos acústicos, ópticos e mecânicos. Com base nesse contexto, trata-se de um fenômeno ondulatório e sua aplicação prática:

- (A) A refração ocorre quando uma onda muda de direção ao encontrar um obstáculo, como observado no espalhamento de luz em espelhos côncavos.
 (B) A difração ocorre quando uma onda é completamente absorvida por um obstáculo, como o caso de ondas de rádio bloqueadas por prédios.
 (C) A reflexão ocorre quando uma onda atravessa a fronteira entre dois meios e altera a sua frequência, como o caso do som ao passar do ar para a água.
 (D) A interferência ocorre quando duas ou mais ondas se superpõem, resultando em padrões construtivos e destrutivos, como nos experimentos com fendas de Young.

25. Instituto Consulplan - 2024

Durante uma aula sobre acústica, o professor explica que dois instrumentos musicais diferentes, como um violino e uma flauta, podem tocar a mesma nota musical (mesma frequência fundamental) com a mesma intensidade, mas ainda assim produzir sons que o ouvinte percebe como distintos. Esse fenômeno é estudado a partir das qualidades fisiológicas do som. Assinale, a seguir, a diferença percebida entre os sons do violino e da flauta.

- (A) A frequência fundamental do som produzido, que é maior no violino em comparação à flauta.
 (B) A velocidade de propagação do som no ar, que varia conforme o instrumento musical utilizado.
 (C) A amplitude maior do som produzido pelo violino em relação à flauta, resultando em intensidades distintas.
 (D) O timbre, que depende da combinação e da intensidade relativa das frequências harmônicas produzidas por cada instrumento.

26. FGV - 2024

Os microscópios ópticos são o modelo de microscópio mais antigo e possivelmente foram inventados, em sua forma composta atual, no século XVII.

Um determinado microscópio óptico é composto por uma ocular com distância focal de 10,0mm e por uma objetiva com distância focal de 4,0mm.

Sabendo que a objetiva forma sua imagem a 16,0cm de distância de seu plano focal secundário, a magnificação do microscópio é

- (A) -1000.
- (B) -400.
- (C) -100.
- (D) 100.
- (E) 400.

27. FUNDATEC - 2024

A parede de um forno industrial é construída de tijolo refratário com 0,10 m de espessura, cuja condutividade térmica é de 1,7 W/(m·K). Medidas efetuadas ao longo da operação em regime estacionário revelam temperaturas de 1.500 e 1.350 K nas paredes interna e externa, respectivamente. Qual é a taxa de calor perdida através de uma parede que mede 0,6 m × 1,0 m?

- (A) 1.530 W.
- (B) 1.600 W.
- (C) 1.630 W.
- (D) 1.700 W.
- (E) 1.750 W.

28. Instituto Consulplan - 2024

Dois grupos de estudantes pegaram dois objetos metálicos para fazer alguns testes em um laboratório. O primeiro teste de temperatura demonstrou que os dois metais, quando submetidos a uma mesma fonte de calor pelo mesmo intervalo de tempo, sofrem a mesma variação de temperatura. Pode-se afirmar que os dois metais têm:

- (A) Massas diferentes.
- (B) O mesmo calor específico.
- (C) A mesma capacidade térmica.
- (D) O mesmo coeficiente de condutividade térmica.

29. IF-TO - 2024

Sobre os processos de decaimentos, alfa, beta e gama, de um núcleo radiativo, podemos afirmar que:

- (A) Uma partícula gama é um elétron ou um pósitron.
- (B) Uma partícula beta é um próton.
- (C) Uma partícula alfa é um núcleo de Hélio (${}^4\text{He}$).
- (D) Uma partícula beta é um fóton de alta energia.
- (E) Uma partícula alfa é um núcleo de Hidrogênio (${}^2\text{H}$).

30. IF-TO - 2024

Sobre a estrutura do átomo, marque a alternativa CORRETA:

- (A) Todo átomo é composto por prótons, nêutrons e elétrons. Os elétrons são partículas negativamente carregadas, com massa quase duas mil vezes maior que a massa de um próton.
- (B) O átomo é a menor estrutura estável que conserva as propriedades de um elemento químico.

(C) Os prótons e nêutrons formam o núcleo do átomo, cujo o diâmetro corresponde a cerca de metade do diâmetro atômico.

(D) A massa de um próton é exatamente igual à massa de um nêutron.

(E) Átomos de um mesmo elemento químico podem conter um número diferente de prótons.

GABARITO

1	E
2	E
3	A
4	C
5	D
6	C
7	D
8	B
9	C
10	C
11	A
12	C
13	A
14	B
15	C
16	B
17	D
18	B
19	ERRADO
20	C
21	A
22	C
23	B
24	D
25	D
26	A
27	A
28	C
29	C
30	B