



PETROBRAS

PETRÓLEO BRASILEIRO S.A

ENGENHARIA DE PETRÓLEO

COM BASE NO EDITAL N.º 1 – PETROBRAS/
PSP RH 2021, DE 15 DE DEZEMBRO DE 2021

CÓD: OP-057FV-26
7908403588589

ÍNDICE

Língua Portuguesa

1. Compreensão e interpretação de textos de gêneros variados	7
2. Reconhecimento de tipos e gêneros textuais	14
3. Domínio da ortografia oficial	18
4. Domínio dos mecanismos de coesão textual; Emprego de elementos de referenciação, substituição e repetição, de conectores e de outros elementos de sequenciação textual; Reescrita de frases e parágrafos do texto; Substituição de palavras ou de trechos de texto	21
5. Domínio da estrutura morfosintática do período; Emprego das classes de palavras; Relações de coordenação entre orações e entre termos da oração; Relações de subordinação entre orações e entre termos da oração; Emprego de tempos e modos verbais	27
6. Emprego dos sinais de pontuação	38
7. Concordância verbal e nominal	39
8. Regência verbal e nominal	41
9. Emprego do sinal indicativo de crase	42
10. Colocação dos pronomes átonos	42
11. Significação das palavras	44
12. Reorganização da estrutura de orações e de períodos do texto	47
13. Reescrita de textos de diferentes gêneros e níveis de formalidade	48

Língua Inglesa

1. Compreensão de textos escritos em língua inglesa	67
2. Itens gramaticais relevantes para o entendimento dos sentidos dos textos	67

Conhecimentos Específicos - Bloco I

1. Álgebra Linear	117
2. Cálculo diferencial e integral	127
3. Física básica: movimento de uma partícula, quantidade de movimento e força, impulso e trabalho	134
4. Mecânica dos fluidos: propriedades dos fluidos, análise dimensional e transformação de unidades, hidrostática, equilíbrio de corpos imersos e flutuantes, conservação de massa, quantidade de movimento e energia	158
5. Resistência dos materiais: tração e compressão, análise das tensões e deformações, força cortante e momento fletor ..	163

Conhecimentos Específicos - Bloco II

1. Cálculo vetorial e matricial	173
2. Análise combinatória	173
3. Progressões	174
4. Geometria plana; Geometria espacial; Geometria analítica	176
5. Estática dos corpos rígidos	185
6. Acústica	185
7. Ótica	186

ÍNDICE

1. Eletricidade e Eletromagnetismo.....	199
2. Momento de inércia das figuras planas	213
3. Teoria da elasticidade	217
4. Termodinâmica: propriedades de uma substância pura, trabalho e calor, primeira e segunda Leis da Termodinâmica.....	221
5. Gases, misturas e soluções ideais	223
6. Transferência de calor: condução de calor em regime permanente, fundamentos de convecção e radiação	227
7. Transferência de massa.....	229

Conhecimentos Específicos - Bloco III

1. Lógica; Conjuntos.....	241
2. Relações; Funções; Logaritmos.....	254
3. Trigonometria	260
4. Probabilidade.....	268
5. Estatística descritiva.....	270
6. Matemática financeira	273
7. Fundamentos de geologia de petróleo, geofísica de petróleo, perfuração de poços, avaliação das formações, completção de poços, reservatórios de petróleo, elevação e escoamento de petróleo, sistemas submarinos de produção e processamento primário de petróleo	274
8. Estequiometria.....	286
9. Soluções.....	298
10. Funções inorgânicas.....	305
11. Equilíbrio químico	321
12. Química orgânica	325

LÍNGUA PORTUGUESA

COMPREENSÃO E INTERPRETAÇÃO DE TEXTOS DE GÊNEROS VARIADOS

A leitura e interpretação de textos são habilidades essenciais no âmbito dos concursos públicos, pois exigem do candidato a capacidade de compreender não apenas o sentido literal, mas também as nuances e intenções do autor. Os textos podem ser divididos em duas categorias principais: literários e não literários. A interpretação de ambos exige um olhar atento à estrutura, ao ponto de vista do autor, aos elementos de coesão e à argumentação. Neste contexto, é crucial dominar técnicas de leitura que permitam identificar a ideia central do texto, inferir informações implícitas e analisar a organização textual de forma crítica e objetiva.

COMPREENSÃO GERAL DO TEXTO

A compreensão geral do texto consiste em identificar e captar a mensagem central, o tema ou o propósito de um texto, sejam eles explícitos ou implícitos. Esta habilidade é crucial tanto em textos literários quanto em textos não literários, pois fornece ao leitor uma visão global da obra, servindo de base para uma interpretação mais profunda. A compreensão geral vai além da simples decodificação das palavras; envolve a percepção das intenções do autor, o entendimento das ideias principais e a identificação dos elementos que estruturam o texto.

► Textos Literários

Nos textos literários, a compreensão geral está ligada à interpretação dos aspectos estéticos e subjetivos. É preciso considerar o gênero (poesia, conto, crônica, romance), o contexto em que a obra foi escrita e os recursos estilísticos utilizados pelo autor. A mensagem ou tema de um texto literário muitas vezes não é transmitido de maneira direta. Em vez disso, o autor pode utilizar figuras de linguagem (metáforas, comparações, simbolismos), criando camadas de significação que exigem uma leitura mais interpretativa.

Por exemplo, em um poema de Manuel Bandeira, como “O Bicho”, ao descrever um homem que revirava o lixo em busca de comida, a compreensão geral vai além da cena literal. O poema denuncia a miséria e a degradação humana, mas faz isso por meio de uma imagem que exige do leitor sensibilidade para captar essa crítica social indireta.

Outro exemplo: em contos como “A Hora e a Vez de Augusto Matraga”, de Guimarães Rosa, a narrativa foca na jornada de transformação espiritual de um homem. Embora o texto tenha uma história clara, sua compreensão geral envolve perceber os elementos de religiosidade e redenção que permeiam a narrativa, além de entender como o autor utiliza a linguagem regionalista para dar profundidade ao enredo.

► Textos Não Literários

Em textos não literários, como artigos de opinião, reportagens, textos científicos ou jurídicos, a compreensão geral tende a ser mais direta, uma vez que esses textos visam transmitir informações objetivas, ideias argumentativas ou instruções. Neste caso, o leitor precisa identificar claramente o tema principal ou a tese defendida pelo autor e compreender o desenvolvimento lógico do conteúdo.

Por exemplo, em um artigo de opinião sobre os efeitos da tecnologia na educação, o autor pode defender que a tecnologia é uma ferramenta essencial para o aprendizado no século XXI. A compreensão geral envolve identificar esse posicionamento e as razões que o autor oferece para sustentá-lo, como o acesso facilitado ao conhecimento, a personalização do ensino e a inovação nas práticas pedagógicas.

Outro exemplo: em uma reportagem sobre desmatamento na Amazônia, o texto pode apresentar dados e argumentos para expor a gravidade do problema ambiental. O leitor deve captar a ideia central, que pode ser a urgência de políticas de preservação e as consequências do desmatamento para o clima global e a biodiversidade.

► Estratégias de Compreensão

Para garantir uma boa compreensão geral do texto, é importante seguir algumas estratégias:

- **Leitura Atenta:** Ler o texto integralmente, sem pressa, buscando entender o sentido de cada parte e sua relação com o todo.

- **Identificação de Palavras-Chave:** Buscar termos e expressões que se repetem ou que indicam o foco principal do texto.

- **Análise do Título e Subtítulos:** Estes elementos frequentemente apontam para o tema ou ideia principal do texto, especialmente em textos não literários.

- **Contexto de Produção:** Em textos literários, o contexto histórico, cultural e social do autor pode fornecer pistas importantes para a interpretação do tema. Nos textos não literários, o contexto pode esclarecer o objetivo do autor ao produzir aquele texto, seja para informar, convencer ou instruir.

- **Perguntas Norteadoras:** Ao ler, o leitor pode se perguntar: Qual é o tema central deste texto? Qual é a intenção do autor ao escrever este texto? Há uma mensagem explícita ou implícita?

► Exemplos Práticos

- **Texto Literário:** Um poema como “Canção do Exílio” de Gonçalves Dias pode, à primeira vista, parecer apenas uma descrição saudosista da pátria. No entanto, a compreensão



AMOSTRA

▪ geral deste texto envolve entender que ele foi escrito no contexto de um poeta exilado, expressando tanto amor pela pátria quanto um sentimento de perda e distanciamento.

▪ **Texto Não Literário:** Em um artigo sobre as mudanças climáticas, a tese principal pode ser que a ação humana é a principal responsável pelo aquecimento global. A compreensão geral exigiria que o leitor identificasse essa tese e as evidências apresentadas, como dados científicos ou opiniões de especialistas, para apoiar essa afirmação.

► Importância da Compreensão Geral

Ter uma boa compreensão geral do texto é o primeiro passo para uma interpretação eficiente e uma análise crítica. Nos concursos públicos, essa habilidade é frequentemente testada em questões de múltipla escolha e em questões dissertativas, nas quais o candidato precisa demonstrar sua capacidade de resumir o conteúdo e de captar as ideias centrais do texto.

Além disso, uma leitura superficial pode levar a erros de interpretação, prejudicando a resolução correta das questões. Por isso, é importante que o candidato esteja sempre atento ao que o texto realmente quer transmitir, e não apenas ao que é dito de forma explícita. Em resumo, a compreensão geral do texto é a base para todas as outras etapas de interpretação textual, como a identificação de argumentos, a análise da coesão e a capacidade de fazer inferências.

PONTO DE VISTA OU IDEIA CENTRAL DEFENDIDA PELO AUTOR

O ponto de vista ou a ideia central defendida pelo autor são elementos fundamentais para a compreensão do texto, especialmente em textos argumentativos, expositivos e literários. Identificar o ponto de vista do autor significa reconhecer a posição ou perspectiva adotada em relação ao tema tratado, enquanto a ideia central refere-se à mensagem principal que o autor deseja transmitir ao leitor.

Esses elementos revelam as intenções comunicativas do texto e ajudam a esclarecer as razões pelas quais o autor constrói sua argumentação, narrativa ou descrição de determinada maneira. Assim, compreender o ponto de vista ou a ideia central é essencial para interpretar adequadamente o texto e responder a questões que exigem essa habilidade.

► Textos Literários

Nos textos literários, o ponto de vista do autor pode ser transmitido de forma indireta, por meio de narradores, personagens ou símbolos. Muitas vezes, os autores não expõem claramente suas opiniões, deixando a interpretação para o leitor. O ponto de vista pode variar entre diferentes narradores e personagens, enriquecendo a pluralidade de interpretações possíveis.

Um exemplo clássico é o narrador de “Dom Casmurro”, de Machado de Assis. Embora Bentinho (o narrador-personagem) conte a história sob sua perspectiva, o leitor percebe que o ponto de vista dele é enviesado, e isso cria ambiguidade sobre a questão central do livro: a possível traição de Capitu. Nesse caso, a ideia central pode estar relacionada à incerteza e à subjetividade das percepções humanas.

Outro exemplo: em “Vidas Secas”, de Graciliano Ramos, o ponto de vista é o de uma narrativa em terceira pessoa que se foca nos personagens humildes e no sofrimento causado pela seca no sertão nordestino. A ideia central do texto é a denúncia das condições de vida precárias dessas pessoas, algo que o autor faz por meio de uma linguagem econômica e direta, alinhada à dureza da realidade descrita.

Nos poemas, o ponto de vista também pode ser identificado pelo eu lírico, que expressa sentimentos, reflexões e visões de mundo. Por exemplo, em “O Navio Negreiro”, de Castro Alves, o eu lírico adota um tom de indignação e denúncia ao descrever as atrocidades da escravidão, reforçando uma ideia central de crítica social.

► Textos Não Literários

Em textos não literários, o ponto de vista é geralmente mais explícito, especialmente em textos argumentativos, como artigos de opinião, editoriais e ensaios. O autor tem o objetivo de convencer o leitor de uma determinada posição sobre um tema. Nesse tipo de texto, a tese (ideia central) é apresentada de forma clara logo no início, sendo defendida ao longo do texto com argumentos e evidências.

Por exemplo, em um artigo de opinião sobre a reforma tributária, o autor pode adotar um ponto de vista favorável à reforma, argumentando que ela trará justiça social e reduzirá as desigualdades econômicas. A ideia central, neste caso, é a defesa da reforma como uma medida necessária para melhorar a distribuição de renda no país. O autor apresentará argumentos que sustentem essa tese, como dados econômicos, exemplos de outros países e opiniões de especialistas.

Nos textos científicos e expositivos, a ideia central também está relacionada ao objetivo de informar ou esclarecer o leitor sobre um tema específico. A neutralidade é mais comum nesses casos, mas ainda assim há um ponto de vista que orienta a escolha das informações e a forma como elas são apresentadas. Por exemplo, em um relatório sobre os efeitos do desmatamento, o autor pode não expressar diretamente uma opinião, mas ao apresentar evidências sobre o impacto ambiental, está implicitamente sugerindo a importância de políticas de preservação.

► Como Identificar o Ponto de Vista e a Ideia Central

Para identificar o ponto de vista ou a ideia central de um texto, é importante atentar-se a certos aspectos:

▪ **Título e Introdução:** Muitas vezes, o ponto de vista do autor ou a ideia central já são sugeridos pelo título do texto ou pelos primeiros parágrafos. Em artigos e ensaios, o autor frequentemente apresenta sua tese logo no início, o que facilita a identificação.

▪ **Linguagem e Tom:** A escolha das palavras e o tom (objetivo, crítico, irônico, emocional) revelam muito sobre o ponto de vista do autor. Uma linguagem carregada de emoção ou uma sequência de dados e argumentos lógicos indicam como o autor quer que o leitor interprete o tema.

▪ **Seleção de Argumentos:** Nos textos argumentativos, os exemplos, dados e fatos apresentados pelo autor refletem o ponto de vista defendido. Textos favoráveis a uma

LÍNGUA INGLESA

COMPREENSÃO DE TEXTOS ESCRITOS EM LÍNGUA INGLESA

Reading Comprehension

Interpretar textos pode ser algo trabalhoso, dependendo do assunto, ou da forma como é abordado. Tem as questões sobre o texto. Mas, quando o texto é em outra língua? Tudo pode ser mais assustador.

Se o leitor manter a calma, e se embasar nas estratégias do Inglês Instrumental e ter certeza que ninguém é cem por cento leigo em nada, tudo pode ficar mais claro.

Vejamos o que é e quais são suas estratégias de leitura:

Inglês Instrumental

Também conhecido como Inglês para Fins Específicos - ESP, o Inglês Instrumental fundamenta-se no treinamento instrumental dessa língua. Tem como objetivo essencial proporcionar ao aluno, em curto prazo, a capacidade de ler e compreender aquilo que for de extrema importância e fundamental para que este possa desempenhar a atividade de leitura em uma área específica.

Estratégias de leitura

- **Skimming:** trata-se de uma estratégia onde o leitor vai buscar a ideia geral do texto através de uma leitura rápida, sem apegar-se a ideias mínimas ou específicas, para dizer sobre o que o texto trata.
- **Scanning:** através do scanning, o leitor busca ideias específicas no texto. Isso ocorre pela leitura do texto à procura de um detalhe específico. Praticamos o scanning diariamente para encontrarmos um número na lista telefônica, selecionar um e-mail para ler, etc.
- **Cognatos:** são palavras idênticas ou parecidas entre duas línguas e que possuem o mesmo significado, como a palavra “vírus” é escrita igualmente em português e inglês, a única diferença é que em português a palavra recebe acentuação. Porém, é preciso atentar para os chamados falsos cognatos, ou seja, palavras que são escritas igual ou parecidas, mas com o significado diferente, como “evaluation”, que pode ser confundida com “evolução” onde na verdade, significa “avaliação”.
- **Inferência contextual:** o leitor lança mão da inferência, ou seja, ele tenta adivinhar ou sugerir o assunto tratado pelo texto, e durante a leitura ele pode confirmar ou descartar suas hipóteses.
- **Reconhecimento de gêneros textuais:** são tipo de textos que se caracterizam por organização, estrutura gramatical, vocabulário específico e contexto social em que ocorrem. Dependendo das marcas textuais, podemos distinguir uma poesia de uma receita culinária, por exemplo.

- **Informação não-verbal:** é toda informação dada através de figuras, gráficos, tabelas, mapas, etc. A informação não-verbal deve ser considerada como parte da informação ou ideia que o texto deseja transmitir.
- **Palavras-chave:** são fundamentais para a compreensão do texto, pois se trata de palavras relacionadas à área e ao assunto abordado pelo texto. São de fácil compreensão, pois, geralmente, aparecem repetidamente no texto e é possível obter sua ideia através do contexto.
- **Grupos nominais:** formados por um núcleo (substantivo) e um ou mais modificadores (adjetivos ou substantivos). Na língua inglesa o modificador aparece antes do núcleo, diferente da língua portuguesa.
- **Afixos:** são prefixos e/ou sufixos adicionados a uma raiz, que modifica o significado da palavra. Assim, conhecendo o significado de cada afixo pode-se compreender mais facilmente uma palavra composta por um prefixo ou sufixo.
- **Conhecimento prévio:** para compreender um texto, o leitor depende do conhecimento que ele já tem e está armazenado em sua memória. É a partir desse conhecimento que o leitor terá o entendimento do assunto tratado no texto e assimilará novas informações. Trata-se de um recurso essencial para o leitor formular hipóteses e inferências a respeito do significado do texto.

O leitor tem, portanto, um papel ativo no processo de leitura e compreensão de textos, pois é ele que estabelecerá as relações entre aquele conteúdo do texto e os conhecimentos de mundo que ele carrega consigo. Ou mesmo, será ele que poderá agregar mais profundidade ao conteúdo do texto a partir de sua capacidade de buscar mais conhecimentos acerca dos assuntos que o texto traz e sugere.

Não se esqueça que saber interpretar textos em inglês é muito importante para ter melhor acesso aos conteúdos escritos fora do país, ou para fazer provas de vestibular ou concursos.

ITENS GRAMATICAIS RELEVANTES PARA O ENTENDIMENTO DOS SENTIDOS DOS TEXTOS

Dentre os muitos tópicos gramaticais da língua inglesa, alguns se fazem primordiais para a compreensão textual e a contextualização da comunicação no idioma. Os tempos verbais são as principais gramáticas a serem estudadas para uma melhor compreensão do idioma por completo. Ao realizar a interpretação de um texto, deve-se levar o tempo verbal em consideração para que se possa contextualizar o momento ao qual a fala se refere. Confira a seguir.

AMOSTRA

Simple present

O *simple present* ou o presente simples é marcado por dois verbos auxiliares específicos DO e DOES. A conjugação verbal no tempo presente da língua inglesa é simples e se divide entre grupos de sujeitos. No infinitivo, ou seja, quando terminados em “ar”, “er”, “ir” no português, o verbo leva “to” em inglês, veja a seguir.

- Comer – to *eat*
- Beber – to *drink*
- Andar – to *walk*

Todos os verbos no presente mantêm uma conjugação básica, muito mais simples que a do português para cada sujeito. Basta retirar o “to” do infinitivo para serem conjugados com os sujeitos *I, you, we, they* e *you* (plural). Veja:

- I **eat** – Eu como
- You **eat** – Você come/ Tu comes
- We **eat** – Nós comemos
- They **eat** – Eles comem
- You **eat** – Vocês comem/ Vós comeis

No caso dos pronomes na terceira pessoa (*he, she* e *it*), acrescenta-se ao verbo o *s* conjuga-los adequadamente no tempo presente; para saber quando usar casa partícula, é necessário atentar-se ao final de cada verbo. Veja:

- She speaks Spanish.
- My brother enjoys watching movies.
- Anne visits her family on weekends

A grande maioria dos verbos recebem a terminação em *s* no inglês, em especial os terminados em sons consonantais de *p, t, k* ou *f* ou sons vogais. Mas encontramos algumas exceções também em que devemos acrescentar *es* ou *ies* ao final do verbo, no caso de verbos terminados em *y*, em *ch*, em *sh*, em *x*, em *s* ou em *z*.

Em verbos a terminação consoante + *y*, acrescenta-se o “*ies*”. Confira alguns exemplos de verbos que se encaixam nesta regra.

- To *study* – She studies *math*. (Ela estuda matemática)
- To *try* – He tries to practice sports. (Ele tenta praticar esportes)
- To *fry* – John fries potatoes in oil. (John fritar batatas no óleo)
- To *copy* – Lucy copies the text. (Lucy copia o texto)
- To *reply* – He replies with a text. (Ele responde com uma mensagem)

Há, porém, uma exceção para a regra do “*y*”. Em verbos que seguem a ordem de consoante, vogal e consoante (cvc) em sua terminação, acrescenta-se apenas o “*s*”. Confira:

- To *play* – She plays the guitar. (Ela toca violão)
- To *stay* – It stays there (Fica lá)
- To *enjoy* – He enjoys playing the piano. (Ele gosta de tocar o violão)

Verbos terminados em *ch, sh, s, z* ou *x*, terminam “*es*”. Observe:

- To *touch* – He touches his nose. (Ele toca seu nariz)
- To *press* – Mary presses the button. (Maria aperta o botão)
- To *buzz* – The noise buzzes across the room. (O barulho zumbido pela sala)
- To *crash* – The bus crashes against the wall (O ônibus bate contra o muro)
- To *fix* – The man fixes the sink. (O homem conserta a pia)

Observe que apenas no caso dos pronomes em terceira pessoa (*he, she, it*), o verbo se modificou. Nos demais sujeitos o verbo mantém sua forma original do infinitivo.

Há ainda o uso dos verbos auxiliares DO e DOES em frases negativas e interrogativas no presente simples do inglês. E, assim como a conjugação verbal, os auxiliares são divididos em dois grupos de acordo com os sujeitos:

- DO para *I, You, We, They* e *You* (plural).
- DOES para *He, She* e *It*.

Na negativa, o verbo auxiliar *do* ou *does* é somado ao *not* (não), podendo sofrer uma contração, comum da linguagem informal.

- Do not = **don't**
- Does not = **doesn't**

Sendo assim, no presente acrescentam-se estes auxiliares ao modo negativo para formular uma frase negativa. O verbo que o segue, porém, retorna ao seu estado primário (infinitivo sem “to”) em todos os casos quando as frases estão na forma negativa. Veja:

- You do not enjoy this song. / You don't enjoy this song
(Você não gosta desta canção)
- She does not understand English / She doesn't understand English.
(Ela não entende inglês)

Em frases interrogativas os verbos auxiliares do presente são postos no início da frase e o verbo retorna para seu estado infinitivo sem o “to”. Confira:

- Do you enjoy watching TV? (Você gosta de assistir TV?)
- Do Anna and Joe understand the text? (Anna e John entendem o texto?)
- Does she work at a store? (Ela trabalha em uma loja?)
- Does Matt speak Mandarin? (Matt fala mandarim?)

E assim formamos as bases das estruturas do tempo presente na língua inglesa.

Simple past

O passado simples no inglês segue uma estrutura ainda mais simplificada do que o próprio presente simples. O auxiliar DID é responsável por formular frases negativas e interrogativas. E os verbos são divididos entre verbos regulares e irregulares.



CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS - BLOCO I

ÁLGEBRA LINEAR

A Álgebra Linear é a área da Matemática que investiga todos os aspectos relacionados a uma estrutura denominada Espaço Vetorial. Uma estrutura matemática é um conjunto no qual operações são definidas, e as propriedades dessas operações “estruturam” o conjunto. Talvez você já tenha ouvido falar em algumas das principais estruturas matemáticas, como grupo, anel e corpo, que serão abordadas nas disciplinas de Álgebra.

Devido às suas características, essa estrutura possibilita um tratamento algébrico bastante simplificado, admitindo inclusive uma abordagem computacional. A Álgebra Linear encontra aplicações em diversas áreas, tanto na Matemática quanto em outros campos do conhecimento, como Computação Gráfica, Genética, Criptografia, Redes Elétricas, entre outros.

Matriz

Uma matriz é uma disposição de números reais organizados em linhas horizontais e colunas verticais. O conjunto ordenado dos números que compõem essa disposição é chamado de matriz, e cada número contido nela é referido como um elemento da matriz.

Tipo ou ordem de uma matriz

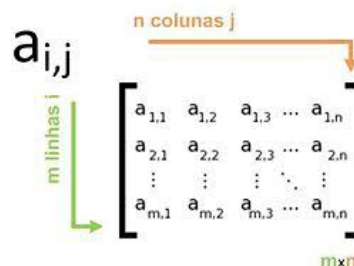
As matrizes são categorizadas com base no número de linhas e colunas que possuem. Dessa forma, a matriz representada a seguir é denominada matriz do tipo, ou ordem, 3×4 (lê-se “três por quatro”), pois possui três linhas e quatro colunas. Exemplo:

				1ª coluna
				2ª coluna
				3ª coluna
				4ª coluna
5	2	3	1	1ª linha
3	4	6	2	2ª linha
7	1	0	5	3ª linha

Representação genérica de uma matriz

Geralmente, representamos uma matriz por uma letra maiúscula (A, B, C...), indicando sua ordem no lado inferior direito da letra. Quando desejamos indicar a ordem de modo genérico, usamos letras minúsculas. Por exemplo: $A_{m \times n}$.

Da mesma forma, indicamos os elementos de uma matriz pela mesma letra que a denomina, mas em minúsculo. A linha e a coluna em que se encontra tal elemento são indicadas também no lado inferior direito do elemento. Exemplo: a_{11} .



Igualdade de matrizes

Duas matrizes, A e B, são consideradas iguais quando têm a mesma ordem e seus elementos correspondentes são idênticos.

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} (5 - 2) & (1 + 4) \\ (6 + 2) & (2 \times 2) \end{bmatrix} \text{ então } A = B.$$

Operações com matrizes

▪ **Adição:** na operação de adição, somamos os elementos correspondentes das matrizes. Portanto, é essencial que as matrizes tenham a mesma ordem. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$; $B = [b_{ij}]_{m \times n}$, portanto $C = A + B \Leftrightarrow c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 2 & 4 + (-1) \\ 0 + 0 & 7 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

▪ **Multiplicação por um número real:** sendo $k \in \mathbb{R}$ e A uma matriz de ordem $m \times n$, a matriz k.A é obtida multiplicando-se todos os elementos de A por k.

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 7 \\ 3 \cdot (-1) & 3 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

▪ **Subtração:** a diferença entre duas matrizes, A e B (de mesma ordem), é obtida através da soma da matriz A com a oposta de B.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_B = \begin{bmatrix} 3 + (-1) & 0 + (-2) \\ 4 + 0 & -7 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

▪ **Multiplicação entre matrizes:** ao considerarmos o produto $A \cdot B = C$, para realizar a multiplicação entre as matrizes A e B, é crucial, em primeiro lugar, verificar se a multiplicação é viável. Ou seja, é necessário garantir que o número de colunas de A seja igual ao número de linhas de B, determinando

AMOSTRA

▪ assim a ordem adequada. $C: A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p}$, como o número de colunas de A coincide com o de linhas de B(n) então torna-se possível o produto, e a matriz C terá o número de linhas de A(m) e o número de colunas de B(p)

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 & (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

De modo geral, temos:

O produto de $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ por $B = [b_{ij}]_{p \times n}$ é a matriz $C = [c_{ij}]_{m \times n}$, cujo elemento da linha i e coluna j é obtido multiplicando os elementos da linha i de A pelos correspondentes elementos da coluna j de B e, posteriormente, somando-se os produtos obtidos.

Casos particulares

▪ Matriz identidade ou unidade: a matriz identidade é uma matriz quadrada que tem os elementos de sua diagonal principal iguais a 1 e os demais elementos iguais a 0. Denotamos a matriz identidade por I_n , onde n é a ordem da matriz.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ matriz identidade de ordem 2}$$

▪ Matriz transposta: a transposta de uma matriz é obtida pela troca ordenada de suas linhas por colunas. Dada uma matriz A de ordem $m \times n$, obtemos uma outra matriz de ordem $n \times m$, chamada de transposta de A. Indica-se por A^t .

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ então } A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

▪ Matriz inversa: dizemos que uma matriz quadrada A de ordem n admite inversa se existe uma matriz inversa A^{-1} tal que o produto $A \cdot A^{-1}$ é igual à matriz identidade I_n , tal que:

$$A_n \cdot A_n^{-1} = A_n^{-1} \cdot A_n = I_n$$

Matriz de Vandermonde ou das potências¹

Chamamos de matriz de Vandermonde, ou das potências, toda matriz de ordem $n \geq 2$. Nesse caso, as linhas da matriz A são compostas por potências de uma mesma base, com expoente inteiro variando de 0 até $n-1$. Assim, uma matriz de Vandermonde é representada por uma matriz $n \times n$ na forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{bmatrix},$$

Onde, para cada i entre 1 e n, x_i é um número diferente de zero.

Dessa forma, a matriz A é completamente determinada pela n-upla $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Seu termo geral é dado por $a_{ij} = x_i^{j-1}$. Exemplo²:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

Os elementos característicos são 5, 6 e 7. Observe que a matriz é de Vandermonde pois na terceira linha os elementos são obtidos da segunda linha, quadrando cada termo, ou seja: $25 = 5^2$, $36 = 6^2$ e $49 = 7^2$.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

Prova-se que o determinante de uma matriz de Vandermonde pode ser obtido multiplicando-se todas as diferenças possíveis entre os elementos característicos $(a_i - a_k)$ com a condição de que $i > k$. Assim, por exemplo, na matriz M acima, o determinante será igual a: $|M| = (6 - 5) \cdot (7 - 6) \cdot (7 - 5) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$.

Atenção:

▪ Os elementos da 2ª linha são chamados elementos característicos da matriz.

¹ Disponível em: <https://matika.com.br/matriz/matriz-de-vandermonde> Acesso em 19.12.2023

² Disponível em: <http://www.paulomarques.com.br/arq12-12.htm> Acesso em 19.12.2023

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS - BLOCO II

CÁLCULO VETORIAL E MATRICIAL

Prezado Candidato, o tema acima supracitado, já foi abordado na matéria de Conhecimentos Específicos - Bloco I

ANÁLISE COMBINATÓRIA

A análise combinatória ou combinatória é a parte da Matemática que estuda métodos e técnicas que permitem resolver problemas relacionados com contagem¹.

Muito utilizada nos estudos sobre probabilidade, ela faz análise das possibilidades e das combinações possíveis entre um conjunto de elementos.

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

O princípio fundamental da contagem, também chamado de princípio multiplicativo, postula que:

“quando um evento é composto por n etapas sucessivas e independentes, de tal modo que as possibilidades da primeira etapa é x e as possibilidades da segunda etapa é y , resulta no número total de possibilidades de o evento ocorrer, dado pelo produto $(x) \cdot (y)$ ”.

Em resumo, no princípio fundamental da contagem, multiplica-se o número de opções entre as escolhas que lhe são apresentadas.

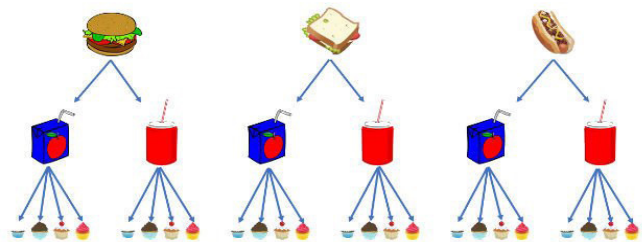
Exemplo:

Uma lanchonete vende uma promoção de lanche a um preço único. No lanche, estão incluídos um sanduíche, uma bebida e uma sobremesa.

São oferecidas três opções de sanduíches: hambúrguer especial, sanduíche vegetariano e cachorro-quente completo. Como opção de bebida pode-se escolher 2 tipos: suco de maçã ou guaraná.

Para a sobremesa, existem quatro opções: cupcake de cereja, cupcake de chocolate, cupcake de morango e cupcake de baunilha. Considerando todas as opções oferecidas, de quantas maneiras um cliente pode escolher o seu lanche?

Solução: Podemos começar a resolução do problema apresentado, construindo uma árvore de possibilidades, conforme ilustrado abaixo:



Acompanhando o diagrama, podemos diretamente contar quantos tipos diferentes de lanches podemos escolher. Assim, identificamos que existem 24 combinações possíveis.

Podemos ainda resolver o problema usando o princípio multiplicativo. Para saber quais as diferentes possibilidades de lanches, basta multiplicar o número de opções de sanduíches, bebidas e sobremesa.

Total de possibilidades: $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$.

Portanto, temos 24 tipos diferentes de lanches para escolher na promoção.

TIPOS DE COMBINATÓRIA

O princípio fundamental da contagem pode ser usado em grande parte dos problemas relacionados com contagem. Entretanto, em algumas situações seu uso torna a resolução muito trabalhosa.

Desta maneira, usamos algumas técnicas para resolver problemas com determinadas características. Basicamente há três tipos de agrupamentos: arranjos, combinações e permutações.

Antes de conhecermos melhor esses procedimentos de cálculo, precisamos definir uma ferramenta muito utilizada em problemas de contagem, que é o fatorial.

O fatorial de um número natural é definido como o produto deste número por todos os seus antecessores. Utilizamos o símbolo $!$ para indicar o fatorial de um número.

Define-se ainda que o fatorial de zero é igual a 1.

Exemplo:

$$0! = 1.$$

$$1! = 1.$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6.$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5.040.$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3.628.800.$$

Note que o valor do fatorial cresce rapidamente, conforme cresce o número. Então, frequentemente usamos simplificações para efetuar os cálculos de análise combinatória.

ARRANJOS

Nos arranjos, os agrupamentos dos elementos dependem da ordem e da natureza dos mesmos.

¹ <https://www.todamateria.com.br/analise-combinatoria/>

AMOSTRA

Para obter o arranjo simples de n elementos tomados, p a p ($p \leq n$), utiliza-se a seguinte expressão:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo: Como exemplo de arranjo, podemos pensar na votação para escolher um representante e um vice-representante de uma turma, com 20 alunos. Sendo que o mais votado será o representante e o segundo mais votado o vice-representante.

Dessa forma, de quantas maneiras distintas a escolha poderá ser feita? Observe que nesse caso, a ordem é importante, visto que altera o resultado.

$$A_{20,2} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot \cancel{18!}}{\cancel{18!}} = 380$$

Logo, o arranjo pode ser feito de 380 maneiras diferentes.

PERMUTAÇÕES

As permutações são agrupamentos ordenados, onde o número de elementos (n) do agrupamento é igual ao número de elementos disponíveis.

Note que a permutação é um caso especial de arranjo, quando o número de elementos é igual ao número de agrupamentos. Desta maneira, o denominador na fórmula do arranjo é igual a 1 na permutação.

Assim a permutação é expressa pela fórmula:

$$P_n = n!$$

Exemplo: Para exemplificar, vamos pensar de quantas maneiras diferentes 6 pessoas podem se sentar em um banco com 6 lugares.

Como a ordem em que irão se sentar é importante e o número de lugares é igual ao número de pessoas, iremos usar a permutação:

$$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Logo, existem 720 maneiras diferentes para as 6 pessoas se sentarem neste banco.

COMBINAÇÕES

As combinações são subconjuntos em que a ordem dos elementos não é importante, entretanto, são caracterizadas pela natureza dos mesmos.

Assim, para calcular uma combinação simples de n elementos tomados p a p ($p \leq n$), utiliza-se a seguinte expressão:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! (n-p)!}$$

Exemplo: A fim de exemplificar, podemos pensar na escolha de 3 membros para formar uma comissão organizadora de um evento, dentre as 10 pessoas que se candidataram.

De quantas maneiras distintas essa comissão poderá ser formada?

Note que, ao contrário dos arranjos, nas combinações a ordem dos elementos não é relevante. Isso quer dizer que escolher Maria, João e José é equivalente a escolher João, José e Maria.

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3! (10-3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{3! \cdot \cancel{7!}} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

Observe que para simplificar os cálculos, transformamos o fatorial de 10 em produto, mas conservamos o fatorial de 7, pois, desta forma, foi possível simplificar com o fatorial de 7 do denominador.

Assim, existem 120 maneiras distintas formar a comissão.

PROGRESSÕES

Sempre que estabelecemos uma ordem para os elementos de um conjunto, de tal forma que cada elemento seja associado a uma posição, temos uma sequência.

O primeiro termo da sequência é indicado por a_1 , o segundo por a_2 , e o n -ésimo por a_n .

► Termo Geral de uma Sequência

Algumas sequências podem ser expressas mediante uma lei de formação. Isso significa que podemos obter um termo qualquer da sequência a partir de uma expressão, que relaciona o valor do termo com sua posição.

Para a posição n ($n \in \mathbb{N}^*$), podemos escrever $a_n = f(n)$

► Progressão Aritmética

Denomina-se progressão aritmética (PA) a sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido adicionando-se uma constante r ao termo anterior. Essa constante r chama-se razão da PA.

$$a_n = a_{n-1} + r \quad (n \geq 2)$$

Exemplo

A sequência (2, 7, 12) é uma PA finita de razão 5:

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 + 5 = 7$$

$$a_3 = 7 + 5 = 12$$

► Classificação

As progressões aritméticas podem ser classificadas de acordo com o valor da razão r .

▪ $r < 0$, PA decrescente

▪ $r > 0$, PA crescente

▪ $r = 0$, PA constante

► Propriedades das Progressões Aritméticas

▪ Qualquer termo de uma PA, a partir do segundo, é a média aritmética entre o anterior e o posterior.



CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS - BLOCO III

LÓGICA; CONJUNTOS

Uma proposição é um conjunto de palavras ou símbolos que expressa um pensamento ou uma ideia completa, transmitindo um juízo sobre algo. Uma proposição afirma fatos ou ideias que podemos classificar como verdadeiros ou falsos. Esse é o ponto central do estudo lógico, onde analisamos e manipulamos proposições para extrair conclusões.

VALORES LÓGICOS

Os valores lógicos possíveis para uma proposição são:

- Verdadeiro (V), caso a proposição seja verdadeira.
- Falso (F), caso a proposição seja falsa.

Esse fato faz com que cada proposição seja considerada uma declaração monovalente, pois admite apenas um valor lógico: verdadeiro ou falso.

► Axiomas fundamentais

Os valores lógicos seguem três axiomas fundamentais:

▪ **Princípio da Identidade:** uma proposição é idêntica a si mesma. Em termos simples: $p \equiv p$.

Exemplo: "Hoje é segunda-feira" é a mesma proposição em qualquer contexto lógico.

▪ **Princípio da Não Contradição:** uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Exemplo: "O céu é azul e não azul" é uma contradição.

▪ **Princípio do Terceiro Excluído:** toda proposição é ou verdadeira ou falsa, não existindo um terceiro caso possível. Ou seja: "Toda proposição tem um, e somente um, dos valores lógicos: V ou F."

Exemplo: "Está chovendo ou não está chovendo" é sempre verdadeiro, sem meio-termo.

CLASSIFICAÇÃO DAS PROPOSIÇÕES

Para entender melhor as proposições, é útil classificá-las em dois tipos principais:

► Sentenças Abertas

São sentenças para as quais não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso, pois elas não exprimem um fato completo ou específico. São exemplos de sentenças abertas:

- Frases interrogativas: "Quando será a prova?"
- Frases exclamativas: "Que maravilhoso!"
- Frases imperativas: "Desligue a televisão."
- Frases sem sentido lógico: "Esta frase é falsa."

► Sentenças Fechadas

Quando a proposição admite um único valor lógico, verdadeiro ou falso, ela é chamada de sentença fechada. Exemplos:

- Sentença fechada e verdadeira: " $2 + 2 = 4$ "
- Sentença fechada e falsa: "O Brasil é uma ilha"

► Proposições Simples e Compostas

As proposições podem ainda ser classificadas em simples e compostas, dependendo da estrutura e do número de ideias que expressam:

Proposições Simples (ou Atômicas)

São proposições que não contêm outras proposições como parte integrante de si mesmas. São representadas por letras minúsculas, como p, q, r, etc.

Exemplos:

- p: "João é engenheiro."
- q: "Maria é professora."

Proposições Compostas (ou Moleculares)

Formadas pela combinação de duas ou mais proposições simples. São representadas por letras maiúsculas, como P, Q, R, etc., e usam conectivos lógicos para relacionar as proposições simples.

Exemplo: P: "João é engenheiro e Maria é professora."

► Classificação de Frases

Ao classificarmos frases pela possibilidade de atribuir-lhes um valor lógico (verdadeiro ou falso), conseguimos distinguir entre aquelas que podem ser usadas em raciocínios lógicos e as que não podem. Vamos ver alguns exemplos e suas classificações.

▪ **"O céu é azul."** – Proposição lógica (podemos dizer se é verdadeiro ou falso).

▪ **"Quantos anos você tem?"** – Sentença aberta (é uma pergunta, sem valor lógico).

▪ **"João é alto."** – Proposição lógica (podemos afirmar ou negar).

▪ **"Seja bem-vindo!"** – Não é proposição lógica (é uma saudação, sem valor lógico).

▪ **" $2 + 2 = 4$."** – Sentença fechada (podemos atribuir valor lógico, é uma afirmação objetiva).

▪ **"Ele é muito bom."** – Sentença aberta (não se sabe quem é "ele" e o que significa "bom").

▪ **"Choveu ontem."** – Proposição lógica (podemos dizer se é verdadeiro ou falso).

▪ **"Esta frase é falsa."** – Não é proposição lógica (é um paradoxo, sem valor lógico).

▪ **"Abra a janela, por favor."** – Não é proposição lógica (é uma instrução, sem valor lógico).

▪ **"O número x é maior que 10."** – Sentença aberta (não se sabe o valor de x)



AMOSTRA

Exemplo: (CESPE)

Na lista de frases apresentadas a seguir:

- "A frase dentro destas aspas é uma mentira."
- A expressão $x + y$ é positiva.
- O valor de $\sqrt{4 + 3} = 7$.
- Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
- O que é isto?

Há exatamente:

- (A) uma proposição;
- (B) duas proposições;
- (C) três proposições;
- (D) quatro proposições;
- (E) todas são proposições.

Resolução:

Analisemos cada alternativa:

(A) A frase é um paradoxo, então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. Não é uma proposição lógica.

(B) Não sabemos os valores de x e y , então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. É uma sentença aberta e não é uma proposição lógica.

(C) Podemos verificar se é verdadeira ou falsa. É uma proposição lógica.

(D) Podemos verificar se é verdadeira ou falsa, independente do número exato. É uma proposição lógica.

(E) É uma pergunta, então não podemos dizer se é verdadeira ou falsa. Não é uma proposição lógica.

Resposta: B.

CONECTIVOS LÓGICOS

Para formar proposições compostas a partir de proposições simples, utilizamos conectivos lógicos. Esses conectivos estabelecem relações entre as proposições, criando novas sentenças com significados mais complexos. São eles:

Operação	Conectivo	Estrutura Lógica	Exemplos		
			p	q	Resultado
Negação	$\sim$ ou $\neg$	Não p	"Hoje é domingo"	-	$\sim p$: "Hoje não é domingo"
Conjunção	$\wedge$	p e q	"Estudei"	"Passei na prova"	$p \wedge q$: "Estudei e passei na prova"
Disjunção Inclusiva	$\vee$	p ou q	"Vou ao cinema"	"Vou ao teatro"	$p \vee q$: "Vou ao cinema ou vou ao teatro"
Disjunção Exclusiva	$\oplus$	Ou p ou q	"Ganhei na loteria"	"Recebi uma herança"	$p \oplus q$: "Ou ganhei na loteria ou recebi uma herança"
Condicional	$\rightarrow$	Se p então q	"Está chovendo"	"Levarei o guarda-chuva"	$p \rightarrow q$: "Se está chovendo, então levarei o guarda-chuva"
Bicondicional	$\leftrightarrow$	p se e somente se q	"O número é par"	"O número é divisível por 2"	$p \leftrightarrow q$: "O número é par se e somente se é divisível por 2"

Exemplo: (VUNESP)

Os conectivos ou operadores lógicos são palavras (da linguagem comum) ou símbolos (da linguagem formal) utilizados para conectar proposições de acordo com regras formais preestabelecidas. Assinale a alternativa que apresenta exemplos de conjunção, negação e implicação, respectivamente.

- (A) $\neg p$, $p \vee q$, $p \wedge q$
- (B) $p \wedge q$, $\neg p$, $p \rightarrow q$
- (C) $p \rightarrow q$, $p \vee q$, $\neg p$
- (D) $p \vee p$, $p \rightarrow q$, $\neg q$
- (E) $p \vee q$, $\neg q$, $p \vee q$

